La Olimpiada de Física es un programa de la

Sociedad Mexicana de Física y de la Academia de la

Investigación Científica, A.C

Si a un hombre le regalas un pescado, tendrá una comida.
Si le enseñas a pescar, tendrá un oficio.

Si haces planes a corto plazo, siembra semillas.
Si haces planes a mediano plazo, planta un árbol.
Si haces planes a largo plazo, educa a la gente.

Sembrando simiente una vez, cosecharas una vez.
Plantando un árbol, cosecharas diez veces.
Educando a la gente, cosecharas cien veces.

Proverbio Chino
420 a. De C.

PRESENTACIÓN

Durante la preparación final del presente volumen, la prensa internacional da cuenta de la primera evidencia experimental de la existencia de la partícula denominada quark t. Este descubrimiento representa una confirmación adicional del llamado "modelo estándar", el cual explica la forma en que está constituida toda la materia del Universo a partir de tres familias de constituyentes fundamentales. La interacción entre los miembros de estas familias, también da cuenta del origen de las fuerzas fundamentales que se observan en todos los fenómenos físicos y nos permite entender la evolución del Universo desde su origen, a partir de la Gran Explosión. Esta capacidad de síntesis de los fenómenos naturales a través de la construcción de modelos físicos es uno de los grandes logros de la ciencia actual.

Un país moderno que no cuente con una vigorosa comunidad de científicos y técnicos está condenado a una dependencia permanente en su desarrollo cultural y tecnológico. Ciertamente, la capacidad para crear conocimiento nuevo a través de la expresión científica es, en la actualidad, uno de los bienes más preciados de las naciones. Pensemos, por ejemplo, en el diminuto dispositivo que actúa como unidad central de procesamiento en las computadoras personales. Este elemento se construye, en su mayor parte, de los materiales más comunes y baratos que existen en el planeta: el silicio y el cobre. Su gran valor radica en la cantidad de conocimiento científico y tecnológico desarrollado para la producción de estas maravillosas micro computadoras, y este hecho es en si prodigioso, pues hace apenas cincuenta años, el aparato que realizaba una pequeña fracción de los procesos digitales que maneja este dispositivo ocupaba un recinto de cien metros cuadrados y requería de un complejo sistema de enfriamiento para disipar el calor que producían los casi extintos bulbos.

Desde luego, este no es un hecho aislado. Durante las últimas décadas, los logros en el avance de la ciencia y de la tecnología no tienen paralelo en la historia de la humanidad tanto por la rapidez del cambio que han generado, cuanto por las diferentes disciplinas que se han beneficiado con sus aportaciones revolucionarias. El descubrimiento del código genético de los seres vivos, de los vestigios de la Gran Explosión que originó el universo, de los constituyentes fundamentales de la naturaleza y de la estructura atómica de nuevos materiales han sido parteaguas de la ciencia moderna que vaticinan un futuro más acorde con la necesidad de lograr un equilibrio sostenido entre los recursos naturales y el avance de la sociedad.

Las Olimpiadas Nacionales de la Ciencia que coordina la Academia de la Investigación Científica tienen por objetivo el de estimular, entre nuestra joven población, su interés por la cultura científica. En particular, los concursos en el área de la física adquieren una relevancia especial, no sólo por el impresionante desarrollo que ha tenido esta ciencia, sino también porque su evolución a partir de la segunda década de este siglo ha tenido un impacto fundamental en prácticamente todas las áreas del quehacer humano. El descubrimiento de la relatividad del espacio-tiempo, el comportamiento dual de las partículas que constituyen los átomos y el reconocimiento de la importancia que desempeñan las simetrías en la naturaleza son ejemplos de las grandes ideas que han creado nuevas escuelas de pensamiento filosófico, además de representar avances cruciales en el progreso universal de la física.

La base de problemas que se presenta en este volumen representa la experiencia acumulada en la evolución de las Olimpiadas Nacionales de Física desde el inicio del programa, en enero de 1991. Además, se presenta también una selección de problemas correspondientes a eventos anteriores de las Olimpiadas Internacionales de Física. El texto tiene como propósito el de auxiliar a profesores y alumnos en el entrenamiento de los diferentes concursos que comprende el programa. En la elaboración de este material, ha participado un destacado grupo de físicos que se distinguen por su trayectoria académica de excelencia en la investigación. Además, han realizado un gran esfuerzo, noble y generoso, en la preparación y coordinación de los trabajos que demanda la compleja organización de estas Olimpiadas.

Si este texto logra despertar entre sus lectores la vocación por la investigación en la física, la Academia de la Investigación Científica habrá cumplido con uno de sus fines sustantivos.

Mauricio Forres Besprosvani

.CONTENIDO0

INTRODUCCION.
Esta publicación da a conocer a los maestros y estudiantes de física del nivel medio superior (preparatorias, colegios de ciencias y humanidades, vocacionales, bachilleratos, etc.) los antecedentes y las bases de las olimpiadas de física. Después, señala algunos problemas de examen de las olimpiadas estatales, nacionales e iberoamericanas y clasificatorios para las olimpiadas internacionales. Y, finalmente aparecen problemas de recientes olimpiadas internacionales.

La solución de problemas es parte inseparable del estudio de la Física. Podemos juzgar el nivel de comprensión de un estudiante de las leyes de la Física por su habilidad para plantear nuevas preguntas y para responder a éstas y a otras que se le hagan. Es en este último punto donde se involucra la olimpiada de física, pues se trata de un concurso para estudiantes del nivel medio superior a los que se les plantean diferentes problemas.

El concurso es anual y consta de dos etapas, la estatal y la nacional, cada una de carácter selectivo. De la primera, se integra un grupo de cuatro estudiantes por estado que concursan en la etapa nacional representando a su entidad. De la segunda, se hace una preselección de la que se integra, previo entrenamiento, la selección nacional que participa en los dos concursos internacionales: el iberoamericano y el internacional.

E1 grado de dificultad de los problemas va en aumento a medida que las etapas se van desarrollando. A nivel internacional, algunos de los problemas involucran un conocimiento profundo de la física y no se limitan a una determinada área por ejemplo, a la mecánica, la electricidad y la óptica, sino que comprenden varias áreas a la vez. Semejantes problemas son, por regla general, muy interesantes, ya que en ellos se puede apreciar la unidad del mundo físico.

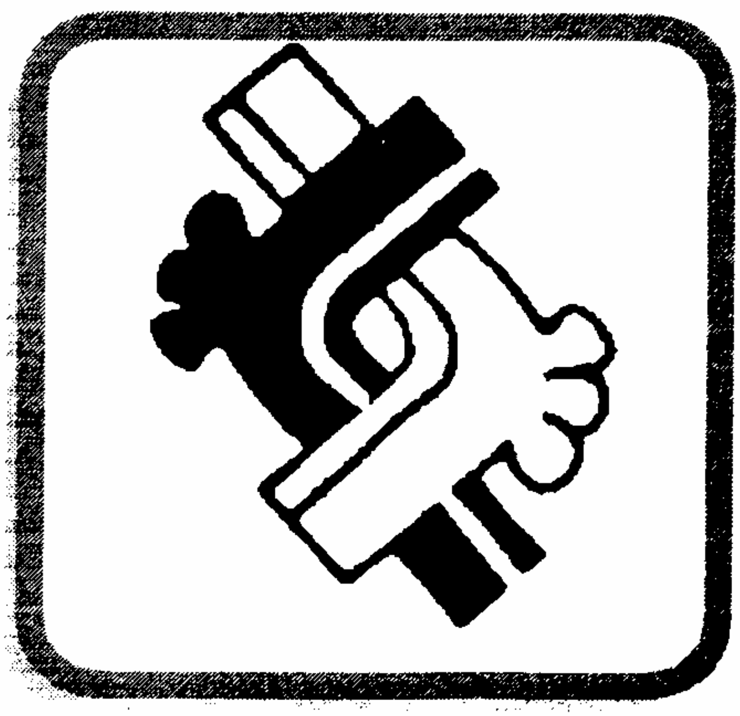
En esta publicación ofrecemos una muestra de problemas de las distintas etapas. E1 carácter de los problemas de la etapa estatal es sencillo y adecuado para el presente nivel nacional, sin embargo, consideramos que este nivel aumentara en la medida que las olimpiadas se vayan consolidando y se cree una tradición. Dada la sencillez de estos problemas y de los del concurso iberoamericano no se da su solución. Para los problemas de la olimpiada nacional, clasificatorios e internacionales, se incluyen soluciones. Todos ellos han sido editados.

E1 editor espera que la presente publicación sirva de guía para los alumnos que deseen participar en las olimpiadas y señale el nivel que debe tener un estudiante en las distintas etapas del concurso.

Salvador Galindo.
Centro Nuclear, Salazar Edo. Mex., mayo de 1994.

o EL LOGOTIPO o

El logotipo de las olimpiadas de física. Entre los pueblos del Anáhuac el movimiento era representado por un glifo llamado ollin. La física estudia, entre otras cosas, el movimiento de los cuerpos y las causas que lo producen. Es por esto que se ha considerado conveniente adoptar como logotipo de las olimpiadas de física el mencionado glifo.



OLLIN

movimiento

Historia de las Olimpiadas

La historia de las olimpiadas de física en México es muy reciente. Comienza en 1989. En este año, por iniciativa del entonces presidente de la mesa directiva de la Sociedad Mexicana de Física, el Dr. Eugenio Ley Koo, se llevó a cabo el primer concurso. Este certamen fue realizado por correo. Los exámenes se enviaron a los delegados de la sociedad, quienes se encargaron de aplicarlos en sus entidades federativas. A vuelta de correo, se regresaron a la sede de la Sociedad, en la ciudad de México, donde fueron evaluador. Hubo poca participación, pero se logró despertar en el país el interés por esta competencia.

La siguiente mesa directiva de la sociedad (noviembre de 1990 - noviembre de 1992), encabezada por su presidente, Dr. Alejandro Cornejo, encomendó al secretario adjunto de la sociedad, Dr. Salvador Galindo, organizar en 1991 la segunda Olimpiada. En ese mismo año, la Academia de la Investigación Científica A.C. (AIC) estableció el programa Olimpiadas Nacionales de la Ciencia, a través del cual empezó a coordinar y a patrocinar la celebración de las cuatro olimpiadas nacionales en las áreas de matemáticas, química, biología y física. En este último caso inició su apoyo con la segunda olimpiada de física.

Al frente del programa se encuentra el Comité Organizador Nacional, con carácter permanente, para asegurar la continuidad de las competencias, sobre todo en los primeros años. Este organismo está formado, a su vez, por el Consejo Coordinador y el Comité Ejecutivo.

E1 Consejo Coordinador incluye al presidente de la AIC, al director del programa de las Olimpiadas y al vocal ejecutivo. E1 Comité Ejecutivo está compuesto por los coordinadores de las cuatro olimpiadas. E1 comité organizador de la olimpiada de física se ocupa de planear, instrumentar y supervisar el concurso nacional, coordinar los concursos locales, procurar la participación en los eventos internacionales y servir de enlace con organismos como el Secretariado de las Olimpiadas Internacionales, con sede en Varsovia, comités olímpicos de otros países y la Organización de Estados Iberoamericanos, con sede en Madrid.

La segunda olimpiada tuvo lugar en septiembre de 1991 en la ciudad de Médico. En esa ocasión participaron estudiantes de 19 estados de la República. En la organización de actividades culturales paralelas al concurso, colaboraron la Facultad de Ciencias y el Instituto de Física de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), E1 departamento de Física del Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados (CINVESTAV) y el Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares. La ceremonia de premiación se celebró, por cortesía de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, en el Palacio de Minería. E1 acto fue presidido por el Dr. Nicolaas Bloembergen, premio Fermi y premio Nobel de Física 1981. De entre los concursantes que obtuvieron los primeros lugares, se seleccionaron cuatro, que conformaron el equipo que participó en la I Olimpiada Iberoamericana de Física.

La tercera olimpiada tuvo lugar en la ciudad de Cusutla, Morelos, en el mes de septiembre de 1992. La reciente creación de la carrera de Física en la Universidad Autónoma de Morelos, así como el número de centros de investigación con los que cuenta este Estado inclinaron la balanza en favor de Cuautla como sede del concurso. Asistieron 24 delegaciones. Se contó con el apoyo de la Universidad Autónoma de Morelos y del laboratorio de Energía Solar de la UNAM. La delegación mexicana que asistió a la XXIV Olimpiada Internacional en Williamsburg, Virginia, fue seleccionada con base en el desempeño de los concursantes y en su "elegibilidad", de acuerdo con las normas internacionales.

La cuarta olimpiada nacional se celebró en Acapulco, Guerrero, en octubre de 1993. El evento fue patrocinado por la Academia de la Investigación Científica y el Gobierno del Edo. de Guerrero. La delegación mexicana que asistirá a la XXV Olimpiada Internacional a celebrarse en Beijin, República Popular China, en 1994 será seleccionada entre los mejores estudiantes de ese concurso.

Bases y Mecánica del evento

ASPECTOS GENERALES

a. Podrán participar estudiantes que estén inscritos en el nivel medio superior antes de la fecha de publicación de la convocatoria del certamen y que no sean mayores de 20 años antes del 31 de enero del año siguiente.

b. La competencia es de carácter individual.

c. Las olimpiadas se llevarán a cabo en dos fases:
   i) Estatal
   ii) Nacional

DEL CONCURSO ESTATAL

d. Los estudiantes deberán inscribirse personalmente o a través de su plantel educativo ante el delegado estatal. La inscripción es totalmente gratuita. Los datos que deben proporcionarse son: nombre completo, fecha de nacimiento, domicilio (incluyendo colonia, código postal, ciudad, estado y teléfono). Deberán presentar algún documento que demuestre su inscripción en el nivel medio (por ejemplo, talón de pago, boleta de calificaciones, etc).

e. El concurso estatal consistirá en la solución de problemas formulados por el jurado estatal del concurso, basados en el temario de la olimpiada nacional de física.

f. El jurado quedará integrado por varios miembros distinguidos de la comunidad local designados por el delegado estatal. Las responsabilidades y atributos del jurado serán:

   i) Seleccionar los problemas que serán aplicados durante el examen estatal.

   ii) Proporcionar al comité coordinador de la olimpiada los problemas y respuestas del examen estatal.

   iii) Calificar los exámenes.

   iv) Emitir su dictamen. Sus decisiones serán inapelables.

   v) Poder descalificar a cualquier participante que, a su juicio, no cumpla con los requisitos del concurso.

   vi) Poder declarar lugares desiertos.

vii) Recibir un reconocimiento por escrito a su labor

DE LOS DELEGADOS ESTATALES

g. i) Cada delegado estatal será responsable de organizar el concurso estatal, buscando apoyo de autoridades regionales así como de diversas instituciones educativas, gubernamentales, etc.

ii) En la medida de lo posible, el comité organizador se reunirá una vez al año con los delegados estatales y los representantes de la Academia de la Investigación Científica, para optimizar el funcionamiento de la olimpiada.

DE LA OLIMPIADA NACIONAL

h. La olimpiada nacional será organizada por el Comité nacional.

i. Si el presupuesto lo permite, la olimpiada nacional se llevará a cabo en alguna ciudad sede del interior de la República. El estado sede será co-organizador del concurso y se responsabilizará del financiamiento de algunas actividades, como el transporte durante el evento, actividades culturales y recreativas para los concursantes y parte de los gastos de alimentación y hospedaje.

j. El concurso en su etapa nacional es también de carácter individual.

k. En la olimpiada nacional participarán los ganadores de la etapa estatal representando a su estado.

DE LAS DELEGACIONES ESTATALES

1. E1 número máximo de estudiantes que podrá participar por estado será de cuatro.

l. E1 delegado estatal o un representante acompañará a su delegación al concurso. Podrán acompañar a la delegación maestros observadores, los que sufragarán la totalidad de sus gastos de hospedaje, alimentación y otros costos que ocasionen. Deberán manifestar su deseo de asistencia con mucha antelación, y la aprobación de su participación quedará sujeta al cupo disponible.

m. Es obligación del delegado estatal buscar el financiamiento correspondiente para cubrir los gastos de transporte de su delegación a la sede del concurso nacional.

n. E1 comité organizador tiene la obligación de proporcionar hospedaje y alimentación a las delegaciones estatales en la ciudad sede.

o. No se aceptarán delegaciones con más de cuatro concursantes y/o más de un delegado. ,

p. Es obligación de cada estado cubrir el pago de una paliza de seguros contra accidentes, enfermedades y muerte.

DE LA ETAPA NACIONAL

q. En caso de que el presupuesto no permita la reunión como se especifica en i., el concurso se realizará por correo.

r. El examen final, formulado por un grupo nombrado por el comité organizador, se apagará, en la medida de lo posible, a los lineamientos de las olimpiadas internacionales de física.

s. El jurado nacional, en caso de realizarse el concurso en una sede, quedará integrado por los delegados estatales que acompañen a cada delegación. En caso de que por causas presupuestares el concurso tenga que realizarse por correo, el jurado será nombrado por el comité organizador.

t. Los resultados del concurso se darán a conocer antes del Congreso Nacional de Física del año correspondiente.

u. La premiación se llevará a cabo durante el congreso.

Mecánica de calificación

Como se señala en el punto t. del apartado anterior, el jurado nacional quedará integrado por los delegados estatales. Por lo tanto, los exámenes deben ser calificados por los propios delegados. E1 procedimiento puede resumirse de la siguiente manera: los delegados se dividen en grupos, uno por cada problema del examen, para que cada grupo, con el mismo criterio, califique un solo problema. Después se forma un comité de cuatro a cinco personas, una por cada grupo, que revisa cada uno de los exámenes. Esto trae como consecuencia que cada examen, en su totalidad sea revisado por dicho comité, el cual, al encontrar algún posible error o discrepancia, somete a la consideración de los demás miembros del jurado posibles correcciones. Los cambios de calificación son sometidos a votación. Es importante señalar que las rectificaciones en la evaluación casi siempre son mínimas.

Los exámenes no llevan el nombre del alumno, sino un número secreto que es asignado a cada estudiante. Tal número no es conocido más que por la persona que recoge los exámenes al finalizar la prueba. E1 mecanismo para asignar dicho número es el siguiente: al terminar su examen, el alumno proporciona su nombre en la mesa de recepción. E1 alumno se retira de la mesa, y entonces se procede a asignarle un número al azar, de manera que el propio estudiante no conoce el número que le fue asignado. Al finalizar la entrega de todos los exámenes, la lista con los nombres de los concursantes y sus respectivos números se guarda y solo se da a conocer hasta después de calificados todos los exámenes y de que todos los jurados estén conformes. Luego se procede a cotejar los números clave de los exámenes con los nombres de los alumnos y se dan a conocer los resultados.

INTEGRACIÓN DE LA SELECCIÓN NACIONAL

Los 15 finalistas del concurso nacional son convocados al entrenamiento para la olimpiada internacional de física. Ninguno de ellos deberá estar inscrito en la universidad o algún instituto de educación superior el siguiente año lectivo, lo cual los hace elegibles. para participar en la olimpiada internacional. En caso de que algunos estudiantes no cumplan con el requisito, se procederá a convocar estudiantes que hayan ocupado lugares mas bajos en la clasificación del concurso nacional hasta cubrir 15 seleccionados.

El entrenamiento se realiza en los meses previos al evento internacional.

TEMARIO DE LA OLIMPIADA GENERALIDADES

a) El uso extensivo del cálculo (diferencial e integral) y el manejo de números complejos o solución de ecuaciones diferenciales no es requerible para la solución de los problemas.

b) Las preguntas pueden contener conceptos y fenómenos no incluidos en el temario, pero se proporciona suficiente información en las mismas, de modo que los participantes sin un previo conocimiento de estos tópicos no se encuentren en desventaja.

c) Los participantes deben conocer el Sistema Internacional de Unidades (SI).

PROGRAMA

l. <u>Mecánica</u>

a) Fundamentos de la cinemática de una masa puntual.
Descripción vectorial de la posición de una masa puntual; vector velocidad y aceleración.

b) Leyes de Newton, sistemas inerciales.
Se pueden establecer problemas de masa variable. No se aplicarán problemas de densidad variable.

c) Sistemas abiertos y cerrados, momento, energía, trabajo y potencia.

d) Conservación de la energía, impulso y conservación del momento lineal.

e) Fuerzas elásticas, fuerzas de fricción, la ley de la gravitación universal, energía potencial y trabajo en el campo gravitacional.
Ley de Hooke, coeficientes de fricción (F/R = constante), fuerzas de fricción estáticas y dinámicas, selección del cero de energía potencial.

f) Aceleración centrípeta, Leyes de Kepler.

2. Mecánica del cuerpo rígido

a) Estática, centro de masa, torque.
Pares de fuerza, condiciones de equilibrio de los cuerpos .

b) Movimiento de los cuerpos rígidos, traslación, rotación, velocidad angular, aceleración angular, conservación del momento angular.
Conservación del momento angular alrededor de un eje fijo solamente.

c) Fuerzas externas e internas, ecuación de movimiento del cuerpo rígido alrededor de un eje fijo, momento de inercia, energía cinética de un cuerpo en rotación.
Teorema de los ejes paralelos (Teorema de Steiner), adición del momento de inercia.

d) Sistemas de referencia acelerados, fuerzas inerciales.
El conocimiento de la fuerza de Coriolis no se requiere.

3. Hidromecánica

a) Presión, ecuación de continuidad, ecuación de Bernoulli, principio de Arquímedes.

4. Termodinámica

a) Energía interna, trabajo, calor, primera y segunda leyes de la termodinámica.
Equilibrio térmico, cantidades dependientes del estado y cantidades dependientes del proceso.

b)Modelo de un gas ideal, presión y energía cinética molecular, número de Avogadro, ecuación de estado de un gas ideal, temperatura absoluta.
Aproximación molecular a fenómenos simples en líquidos y sólidos como ebullición, fusión, etc.

c) Trabajo hecho por la expansión de un gas sujeto a procesos isotérmicas y adiabáticos.
No se requiere la demostración de la ecuación de los procesos adiabáticos.

d) Ciclo de Carnot, eficiencia termodinámica, procesos reversibles e irreversibles, entropía (aproximación estadística). Factor de Boltzmann.
La entropía como función independiente del camino seguido, cambios de entropía y reversibilidad, procesos cuasiestáticos.

5.**<u>0scilaciones y Ondas</u>**

a) Oscilaciones armónicas, ecuación de las oscilaciones armónicas.
Solución de la ecuación para el movimiento armónico, atenuación y resonancia (cualitativamente).

b)Ondas armónicas, propagación de ondas, ondas longitudinales y transversales, polarización lineal, efecto Doppler clásico, ondas de sonido.
Desplazamiento en una onda progresiva y comprensión de la representación gráfica de la onda, medidas de la velocidad del sonido y de la luz. Efecto Doppler en una dimensión, propagación de ondas en medios homogéneos e isotrópicos, reflexión y retracción, principio de Fermat.

c)Superposición de ondas armónicas, ondas coherentes, interferencia, pulsos, ondas estacionarias.
Comprensión de que la intensidad de la onda es proporcional al cuadrado de la amplitud. No se requiere del análisis de Fourier, pero los alumnos deben tener algún conocimiento de que se pueden formar ondas complejas a partir de la superposición de ondas sinusoidales de diferentes frecuencias. Interferencia debido a películas delgadas y otros sistemas simples , superposición de ondas de fuentes secundarias (difracción).

6. **<u>Carga eléctrica y campo eléctrico</u>**

a) Conservación de la carga eléctrica, ley de Coulomb.

b) Campo eléctrico, potencial, ley de Ganes.
Ley de Ganes aplicada a sistemas simétricos simples como esferas, cilindros, placas, etc. Momento dipolar eléctrico.

c) Condensadores, capacitancia, constante dieléctrica, densidad de energía del campo eléctrico.

7. **<u>Corriente y campo magnético</u>**

a)Corriente, resistencias, resistencia interna de una fuente, ley de Ohm, leyes de Kirchoff, trabajo y potencia de corriente directa y alterna. Ley de Joule.
Casos simples de circuitos con elementos no-óhmicos de características V-I conocidas.

b)Campo magnético B de una corriente, corriente en un campo magnético, fuerza de Lorentz.
Partículas en un campo magnético, aplicaciones simples como el ciclotrón, dipolo magnético.

c) Ley de Ampere.
Campo magnético de sistemas simétricos simples como alambres rectos, lazos circulares y solenoides largos.

d) Ley de inducción electromagnética, flujo magnético, ley de Lenz, autoinductancia, inductancia, permeabilidad, densidad de energía del campo magnético.

e)Corriente alterna, resistencias, inductancias y condensadores en circuitos AC. Resonancias de voltaje y corriente (en serie y paralelo).
Circuitos simples de AC, constantes de tiempo.

8. <u>Ondas electromagnéticas</u>

a) Circuitos oscilantes, frecuencia de oscilaciones, generación por retroalimentación y resonancia.

b) Óptica ondulatoria, difraccción por una o dos rendijas, rejilla de difracción, poder de resolución de una rejilla. Reflexión de Bragg.

c) Espectros de dispersión y difracción, líneas espectrales de gases.

d)Ondas electromagnéticas como ondas transversales, polarización por reflexión, polaroides.
Superposición de ondas polarizadas.

e) Poder de resolución de un sistema de imágenes.

f) Cuerpo negro, ley de Stefan-Boltzmann.
No se *requiere la fórmula de Planck.*

La Olimpiada Internacional

La olimpiada internacional de física es un concurso para estudiantes pro-universitarios. La primera de estas competencias fue organizada por el Profr. Czeslaw Scislowski en Varsovia, en 1967. Desde entonces, las olimpiadas se han venido celebrando año con año (excepto en 1973, 1978 y 1980) en distintos países.

El papel que desempeñan las olimpiadas internacionales dentro de un sistema educativo es de tal importancia, que la misma UNESCO recomienda a sus países miembros organizar competencias nacionales. Estas últimas son también recomendadas y avaladas por la EPS *(Europeas Physical Society)* .

Las olimpiadas internacionales de física tienen como antecedente a las de matemáticas, que se celebran desde 1959. Cabe mencionar que, a nivel nacional, algunos países han venido celebrando competencias regionales y nacionales de física desde las primeras décadas del siglo XX.

En las olimpiadas internacionales, los equipos de cada país, se componen de cinco estudiantes que no hayan cumplido 20 años antes del 30 de junio del año de la competencia y que no hayan cursado ninguna materia en alguna universidad o instituto de educación superior. Cada equipo es acompañado por un jefe de delegación y un tutor pedagógico. Ambos pasan a ser integrantes del jurado internacional que es el máximo rector de la olimpiada.

La competencia se divide en dos sesiones: una teórica, en la cual los competidores deben resolver tres problemas de física y una práctica en la que se deben resolver uno o dos problemas experimentales. Esta es una diferencia importante con la olimpiada de matemáticas, pues los participantes, además de resolver problemas teóricos, deben tener habilidades experimentales. Las sesiones teórica y experimental son programadas para que cada una dure cinco horas. Ambas se celebran en días distintos, teniendo que mediar al menos veinticuatro horas entre ambos exámenes.

Los problemas de las olimpiadas son propuestos ante el jurado internacional por un comité especial del país organizador. Los problemas teóricos deben abarcar al menos cuatro áreas del temario de las olimpiadas. Este temario es muy amplio, y en México no se cubre en su totalidad, por lo que se hace necesario no sólo preparar a nuestros competidores, sino enseñarles temas nuevos.

El comité especial para la elaboración de problemas, en una sesión privada, da a conocer sus propuestas ante el jurado internacional. Este comité establece previamente un punta je de evaluación para cada etapa de solución de cada problema. A los tres problemas teóricos, en conjunto, se les asigna un máximo de treinta puntos de calificación, y a los experimentales, veinte. De esta manera, la calificación máxima que algún participante puede obtener es de cincuenta puntos. Corresponde al jurado internacional la discusión de los problemas, su contenido, su enunciado, el pontaje para cada etapa y, finalmente, su aprobación. Las discusiones se llevan a cabo en inglés, el idioma oficial de las olimpiadas. Por ello, tanto el delegado como el tutor pedagógico deben tener un amplio conocimiento de la física, aparte de poseer un excelente manejo del inglés y manejar varios procesadores de textos. Año con año vienen participando en las olimpiadas casi los mismos integrantes del jurado internacional (delegados y tutores pedagógicos), por lo que ya se conocen muy bien. La ventaja de esto es que existe una buena actitud positiva ante los muchos problemas y discusiones que surgen en un evento de tal naturaleza. Es por tal motivo, que las discusiones, que generalmente se prolongan hasta la madrugada, se realizan en un ambiente cordial. Esta amistad entre delegados evita rivalidades y permite un agradable intercambio de ideas y material didáctico (problemarios, *software*, un sencillo dispositivo para demostrar algún principio de la física, u otros más elaborados, etc.).

Volviendo al concurso, se debe mencionar que los estudiantes participantes son aislados por el jurado internacional hasta después de realizada la primera prueba (de carácter teórico). Esto tiene como finalidad asegurar que ningún estudiante pueda saber el contenido del examen y su solución antes de la prueba. Lo mismo ocurre en el caso de la prueba experimental. Un día después de la prueba, se reúne a los estudiante para que el delegado y el tutor los interroguen, de tal forma que, así, puedan en caso de inconformidad, reclamar la calificación de los exámenes a los calificadores. Al delegado y al tutor les corresponde también traducir los enunciados de los problemas a su idioma respectivo. En el caso de algunos países, como los hispanohablantes, los delegados y tutores se reúnen para hacer una traducción conjunta.

Una vez realizados los exámenes, éstos son calificados por el propio comité de problemas. Luego, se entregan los resultados al delegado nacional y al tutor pedagógico, quienes analizan los exámenes y, después de haber interrogado a sus estudiantes, se reunen en sesión especial con el comité de problemas para discutir calificaciones y llegar a un acuerdo que culmina con la firma de un acta. Igual procedimiento se sigue en el caso de la prueba experimental, En estas sesiones se cita a los países por orden alfabético. Algunas veces, las sesiones se prolongan demasiado, ya que algunas delegaciones no pueden llegar a rápidos acuerdos con el comité. Los puntajes obtenidos en los problemas se suman, estableciéndose así la calificación de cada participante.

Por regla, obtienen la medalla de oro los competidores que sumen más del 90% del promedio de los tres mejores pontajes; la medalla de plata se les asigna a los estudiantes que sumen del 78% al 90% de dicho promedio; la de bronce a quienes obtengan entre 65% y 78%. A los estudiantes que acumulen del 50% al 65% del promedio mencionado se les otorga una mención honorífica y a los restantes, un certificado de participación. El estudiante o estudiantes con la más alta puntuación reciben un premio especial.

No existe ninguna clasificación oficial por equipos. Las olimpiadas internacionales son competencias entre individuos y no entre naciones. Los estatutos no establecen ninguna forma de definir resultados por equipos, aunque algunas personas han tratado de hacerlo a través de diferentes procedimientos: sumando los pontajes de los integrantes de cada equipo, o los resultados de los tres mejores participantes de cada delegación; y tomando los tres mejores resultados de cada problema o al mejor clasificado de cada país. En la vigésima tercera olimpiada, celebrada en Espoo, Finlandia, se modificó el reglamento de la competencia: única y exclusivamente se iban a hacer públicos los resultados de los competidores que hubieran obtenido medalla o mención honorífica, por lo que cualquier intento por hacer una clasificación por equipos resulta imposible.

Temario Internacional

El temario de la olimpiada internacional incluye, además de los puntos ya señalados en el apartado "Temario de la Olimpiada", los siguientes tópicos:

9. Física cuántica

a) Efecto fotoeléctrico, energía e impulso de un fotón.
Se requiere la fórmula de Einstein.

b) Longitud de onda de De Broglie, principio de incertidumbre de HeisenDerg.

10. Relatividad

a) Principio de la relatividad, suma de velocidades y efecto Doppler relativistico.

b) Ecuación relativista de movimiento, energía, relación entre energía y masa, conservación de 18 energía y momento.

11. Materia

a) Aplicaciones simples de la ley de Bragg. .

b) Niveles de energía de átomos y moléculas (en forma cualitativa), emisión, absorción y espectro de átomos hidrogenoides.

c) Niveles de energía del núcleo (cualitativamente); decaimientos alfa, beta y gamma; absorción de radiación; decaimiento exponencial y vida media; componentes del núcleo; defecto de masa y reacciones nucleares.

Parte Experimental

El concurso internacional incluye una parte experimental. La parte teórica del temario proporciona la base de todos los problemas experimentales los cuales requieren que los participantes realicen mediciones experimentales.

Requerimientos adicionales.

1. Los concursantes deberán estar conscientes de que los instrumentos afectan las mediciones.

2. Conocimiento de las técnicas experimentales más comunes para la medición de las cantidades físicas mencionadas en el temario teórico.

3. Conocimiento de instrumentos simples y comúnmente utilizados en el laboratorio, tales como: el vernier, termómetros, multimetros simples, amperímetros, voltímetros, óhmetros, potenciómetros, diodos, transistores, arreglos ópticos simples, etc.

4. Habilidad para usar, con el adecuado apoyo de las instrucciones, algunos instrumentos **y** arreglos más elaborados, como el osciloscopio de doble traza, contadores, escaladores, generadores de señales y funciones, convertidores analógico-digitales conectados a una computadora, amplificador, integrador, diferenciados, fuente de poder, voltámetros óhmetros y amperímetros universales (analógicos y digitales).

5. Estimación correcta de fuentes de error y estimación de su influencia en los resultados finales.

6. Errores absolutos y relativos, precisión de los instrumentos de medición, error de una sola medición, error en una serie de mediciones, error de una cantidad como función de cantidades medidas.

7. Transformación de una dependencia funcional a una forma lineal por medio de la selección apropiada de variables y ajuste de una recta a puntos experimentales.

8. Uso apropiado de papel de graficaci6n con distintas escalas (por ejemplo, papel polar y logarítmico).

9. Redondeo correcto de cifras, expresión de los resultados o del resultado final y error o errores con el número correcto de cifras significativas.

10. Conocimiento estándar de reglas básicas de seguridad en el laboratorio. Sin embargo, si el arreglo experimental contiene algunos riesgos de seguridad, el texto del problema señalará las advertencias apropiadas.

Participación Internacional de México

México participa a nivel regional desde la primera olimpiada iberoamericana, realizada, en Bogotá, en 1991. En aquella ocasión, nuestro país logró una buena actuación, pues tres de los cuatro mexicanos participantes obtuvieron mención honorífica.

El primer paso para participar en la olimpiada internacional consiste en solicitar al Secretariado internacional, con sede en la Academia de Ciencias Polaca, en Varsovia, ser invitado en calidad de observador a tal evento. Una vez recibida la invitación, el observador debe asistir para conocer las bases y mecánica del concurso. Además tiene que demostrar que su país realiza regularmente olimpiadas nacionales y que se tiene la firme intención de participar en las futuras competencias. Durante la participación del Dr. Salvador Galindo como observador en la vigésima tercera olimpiada, celebrada en Espoo, Finlandia en julio de 1992, se acordó que se haría llegar, a nuestro país, la invitación formal a través de la Academia de la Investigación Científica A.C., en la ciudad de México.

Del 10 al 18 de julio de 1993, en la ciudad de Williamsburg, Virginia, E.U.A., se celebró, con la participación de 42 países, el evento número veinticuatro de la olimpiada internacional de física. La *National Science Foundation* fue la principal patrocinadora de esta versión olímpica. El comité organizador fue presidido por Leon Lederman, premio Nobel de Física 1988, y dentro de la junta de honor se encontraron numerosas personalidades, como los siguientes premios Nobel: Arno Penzias (1978), Sheldon Lee Glashow (1979), Val Fitch (1980), Kenneth G. Wilson (1982) y Nicolaas Bloembergen (1981). La importancia de este tipo de eventos es, entonces, reconocida por la comunidad educativa y científica internacional.

El equipo mexicano estuvo integrado por estudiantes que participaron en la tercera olimpiada nacional celebrada en Cuautla, Morelos, en octubre de 1992. De entre los mejores clasificados se seleccionó a aquellos que reunían los requisitos para participar en la olimpiada internacional, como la edad y no estar cursando ni haber cursado materias del ciclo superior antes de la celebración las olimpiadas internacionales. Todos cumplían con el requisito de edad, no así con el segundo, ya que muchos estudiantes estarían cursando la universidad para la fecha de la celebración de la olimpiada. Esto limitó en gran medida el número de posibles integrantes del equipo nacional. A raíz de este inconveniente, en la reunión de primavera de delegados nacionales se votó por recomendar que, las delegaciones participantes al evento nacional, estén integradas mayoritariamente con estudiantes de los primeros semestres. Con esta medida, la asamblea de delegados considera que el problema quedará solucionado.

A diferencia de la olimpiada iberoamericana, donde se logró una buena actuación (tres preseas), la participación de México en la XXIV olimpiada internacional resultó modesta. No se obtuvieron preseas.

☺ PROBLEMAS OLIMPICOS ☹

Problemas Olímpicos:

En los cursos de física que comúnmente se imparten, los maestros aplican problemas que, en lugar de despertar el interés de los alumnos por la materia, los ahuyentan de ella. Los problemas son malos, carentes de imaginación, simples variantes de problemas anteriores; a los alumnos no les dejan nada, o, aún peor, les dejan la impresión de que la física no es más que una colección de fórmulas para resolver problemas.

Este tipo de enseñanza en ocasiones lleva a los estudiantes a desarrollar cierta habilidad algebraica, lo cual les permite manejar formulas con facilidad. Tal habilidad es a veces suficiente para aprobar los cursos, ya que los exámenes se vuelven ejercicios de memorización de formulas. La mayoría de esos estudiantes, al graduarse y dejar el mundo académico, enfrentan consistentemente la vida con una falta de espíritu científico.

La solución bien conocida consiste en subrayar no solo el lado práctico de la ciencia, sino ayudar a los estudiantes a entender la naturaleza de las leyes físicas, lo que son y lo que no son, el sentido en que son verdaderas y cuáles son sus limitaciones. Una manera de ayudar a alcanzar este objetivo consiste en presentar a los estudiantes una serie de "buenos" problemas.

¿Qué es un "buen" problemas? Es difícil dar una definición; sin embargo, podemos enumerar algunas de las características que los distinguen. Un buen problema es el que cumple con algunos de los siguientes puntos:

1. E1 problema es original.
2. E1 problema es interesante.
3. E1 problema es instructivo.
4. E1 problema está bien formulado.
5. E1 problema puede resolverse con los conocimientos del temario.
6. E1 problema puede resolverse de distintas maneras.
7. E1 problema exige del estudiante habilidad creativa.
8. E1 problema permite identificar el grado de aprendizaje.
9. E1 problema debe hacer que el estudiante piense por si mismo.

Se ha mencionado que uno de los propósitos de esta publicación es presentar a los maestros problemas de las olimpiadas en sus distintas etapas. E1 objetivo es doble: señalar el nivel de las etapas y proporcionar problemas que puedan ser expuestos en clase para que sean motivo de una conversación, seria y profunda, a veces breve, sobre la naturaleza de las leyes físicas empleadas.

☺ PROBLEMAS OLIMPICOS ☹

No se debe terminar este apartado sin dejar de citar un anécdota sobre un problema que involucra los puntos 4, 5, 6, 7, 8 arriba mencionados y, sobre todo, el punto 9.

Sucedió en la Universidad de Copenhague hace casi 20 años y está citada en el "Semanario de Ingenieros" de Dinamarca.

E1 enunciado del problema de un examen de física era: *"Describa cómo determinar la altura de un rascacielos usando un barómetro"*

Un estudiante respondió de la siguiente manera:

”Se amarra un hilo muy largo al cuello del barómetro y se hace descender el barómetro desde el techo del edificio al piso. La longitud del hilo, más la del barómetro, será igual a la del rascacielos".

La respuesta, altamente original, enfureció tanto al maestro, que el estudiante fue reprobado.
Éste último pidió revisión de examen, y la Universidad nombró a un profesor visitante, el Dr. Alexander Calandra de la Universidad de Washington, como maestro revisor. El Dr. Calandra juzgó que, aunque la respuesta era técnicamente correcta no exhibía algún conocimiento de física. Para resolver el asunto, llamó al estudiante y le dio seis minutos para resolver la pregunta de manera que mostrase estar mínimamente familiarizado con los principios básicos de la física.

Pasaron cinco minutos, y el estudiante no respondía. El Dr. Calandra le recordó que le quedaba un minuto, a lo que el estudiante respondió que tenia varias respuestas, pero que no sabia cuál era la mejor.

"Pues apresúrese", dijo el Dr. Calandra.

"Está bien," dijo el estudiante, "*se lleva el barómetro al último piso del edificio y se arroja desde el borde. Se mide el tiempo que tarda en caer. La altura del rascacielos está dada por* $\frac{1}{2} gt^2$ *, y el barómetro se rompe.”*

"Pero si el Sol está brillando, se mide la longitud del barómetro, se coloca sobre su extremo en el piso y se mide la longitud de la sombra que proyecta. Se mide la longitud de la sombra que proyecta el rascacielos, y de ahí es simple obtener la altura del edificio por proporción aritméticas”

“Y si uno quiere ser muy científico, ata un pedazo corto de hilo a un extremo del barómetro y lo pone a oscilar como un péndulo, primero a nivel del suelo y después sobre el techo del edificio. La altura se obtiene calculando la diferencia en la fuerza gravitacional a partir de la medición del periodo de oscilación del péndulo $T = \frac{1}{2}(1/g)^{1/2}$ *.”*

☺ PROBLEMAS OLIMPICOS ☹

"O si el rascacielos tiene una escalera de servicio, sería fácil subir marcando sobre la pared, con ayuda de un lápiz, el número de veces que el barómetro cabe en la pared" .

"Pero si queramos ser aburridos y ortodoxos, se puede, por supuesto, medir con el barómetro la presión en el suelo y en el techo y obtener la diferencia de presiones en militares y convertirlas a metros".

"Pero como se nos exhorta continuamente a ejercer nuestra independencia de pensamiento y a aplicar el método científico, sin lugar a dadas la manera más simple de averiguar la altura del edificio es golpear la puerta del portero y ofrecerle un bonito barómetro a cambio de que nos diga cual es la altura del edificio"

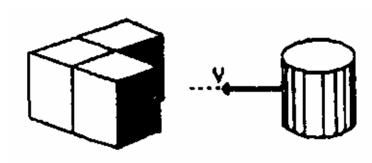
El lector puede sacar sus propias conclusiones.

☞ ELIMINATORIAS ESTATALES ☜

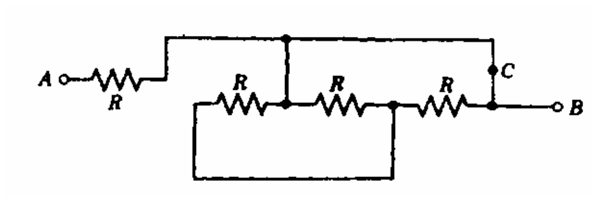
Ejemplo de examen Estatal.

El siguiente examen corresponde al aplicado en la olimpiada estatal del estado de México en 1993 y constituye un ejemplo típico de esta fase olímpica.

1- Contra un grupo de tres cubos lisos idénticos, que se hallan sobre una superficie lisa horizontal, choca con velocidad v un cilindro liso. La masa de cada cubo es igual a la masa del cilindro. El diámetro del cilindro es igual a la arista de los cubos. Determine las velocidades de todos los cuerpos después del choque. Los choques son elásticos.



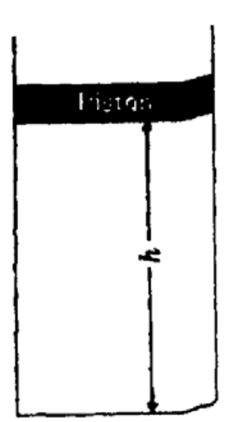
2- ¿Cuál es la resistencia total entre A y B , si R =12 ohms?. Si el alambre se rompe en el punto C, ¿cuál es ahora la resistencia total?



3- Se tiene un cilindro conteniendo una muestra de gas tapado con un pistón que se mueve libremente sin fricción. El volumen de la muestra es de 0.5 m^3 y la altura h es de 1.0 m. El pistón pesa 5 x 10^4 newtons. La presión atmosférica es de 10^5 newtons/m^2

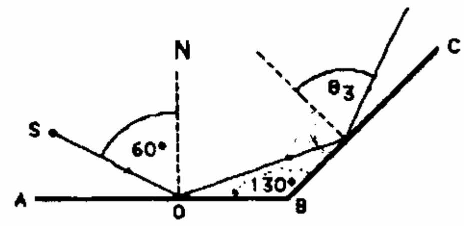
a) ¿A qué presión está sujeto el gas?

b) Qué fuerza adicional habrá de aplicarse al pistón para reducir h a 0.6 m, manteniendo constante la temperatura?.



☞ ELIMINATORIAS ESTATALES ☜

4- Si las superficies AB y BC son perfectamente reflectoras, y un rayo de luz incide sobre la superficie AB con un ángulo de 60° con respecto a la normal ON, entonces el ángulo de reflexión θ, en la superficie BC vale:



A. 50° B. 70° C. 45°
D. 60° E. 68°.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1991 ☜

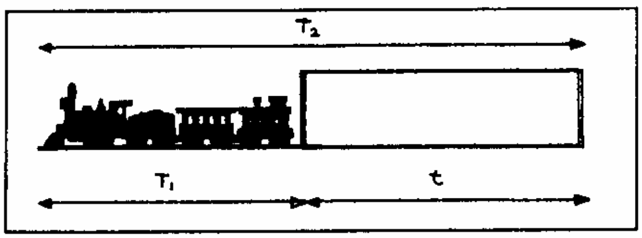
II Olimpiada Nacional de Física.

Problema 1.- Un tren pasa frente a un observador durante T_1 segundos y a lo largo de un túnel de longitud L metros durante T_2 segundos. Tenga en cuenta el paso del tren a lo largo del túnel desde la entrada hasta la salida del último vagón. Considere que el túnel es más largo que el tren.

Determine la longitud y velocidad del ferrocarril, teniendo en cuenta que su velocidad es uniforme.

Solución.

El tren atraviesa el túnel de longitud L en T_2 segundos. La velocidad del tren V es igual a la longitud L entre el tiempo t. Sin embargo, el tiempo t no es igual a T_2 (dado que T_2 es el tiempo desde la entrada de la locomotora hasta la salida del último vagón y el túnel es más largo que el tren).



Para determinar el tiempo t (desde la entrada de la locomotora hasta la salida de la misma), podemos, sin perder generalidad, colocar al observador a la salida del túnel.

De acuerdo con la figura, cuando el tren se halla en la posición señalada han transcurrido T_2 segundos, y para el observador, T_1 segundos, de manera que $T_2 - T_1 = t$, por lo que:

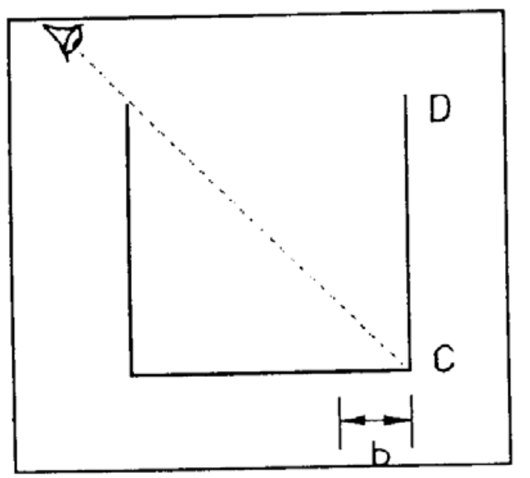
$$V = L / (T_2 - T_1)$$

Mientras que la longitud del tren 1 será:

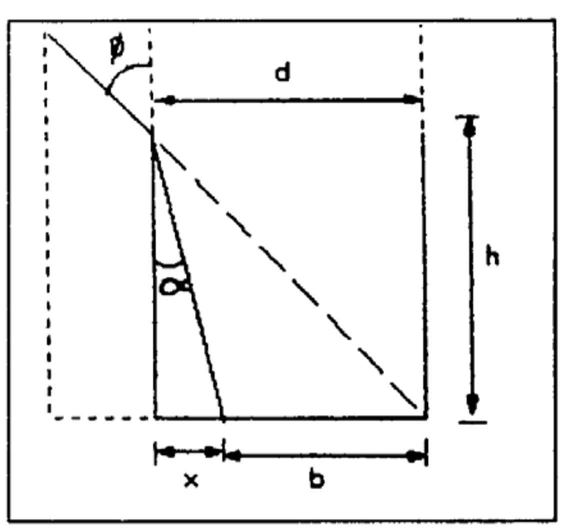
$$1 = V\,T_1 = L\,T_1 / (T_2 - T_1)$$

Problema 2.- Un observador se sitúa frente a un recipiente cúbico de lado "a", de tal manera que ve la totalidad de la cara CD únicamente. El recipiente está vacío. ¿Cuál será el volumen de agua que se debe verter en el recipiente para que el observador, sin variar su posición, vea un objeto pequeño colocado en el fondo a una distancia b de la cara CD?

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1991 ☜



Solución.



De la figura se puede obtener:
x = h tan α, d = h tan ϕ, b = d - x, de donde,

$$h = \frac{b}{\tan\phi - \tan\alpha}$$

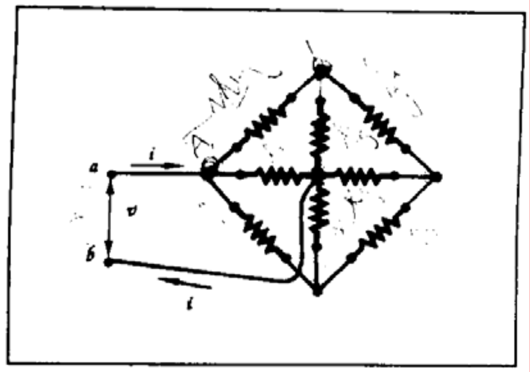
Según la ley de Snell, en la interfase agua aire se tiene:
sen ϕ = n sen α
Despejando α y sustituyéndola en la primera ecuación resulta:

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1991 ☜

$$h = \frac{b}{\tan\phi - \left(\tan arcsen\left(sen\frac{\phi}{n}\right)\right)}$$

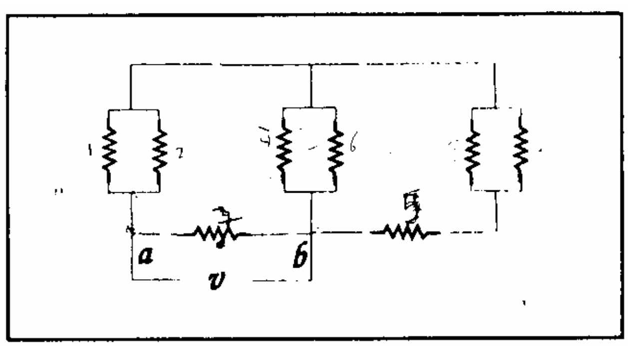
E1 volumen de la cantidad de agua que se debe depositar es: $V = a^2$ h.

Problema 3.- En la figura todas las resistencias son iguales y de valor RΩ. La resistencia de los alambres



conductores es despreciable. E1 voltaje (o tensión) entre los extremos a y b es v. Determine la intensidad de corriente "i" en los cables conectados a la fuente de voltaje.

Solución.
Por simetría, el potencial en el vértice superior del circuito es igual al del vértice inferior, lo que implica que se pueden unir en un mismo punto sin alterar el circuito. E1 nuevo arreglo se muestra en la siguiente figura.

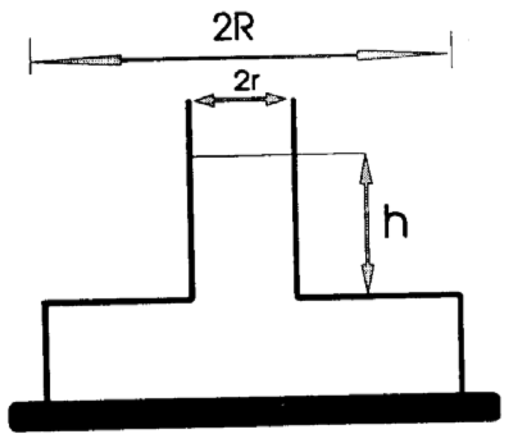


Así, el circuito queda reducido a dos resistencias de valores RΩ y (R/8) Ω en paralelo conectadas a una batería de v voltios.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1991 ☜

De aquí se encuentra que la resistencia R_{ab} = (7/15)RΩ, y usando la ley de Ohm la corriente es i=(15/7) V/R A.

Problema 4.- Un recipiente consistente en dos cilindros sin fondo y que tiene la forma y dimensiones mostradas en la figura, se halla sobre una mesa. El borde circular inferior (diámetro 2R) está herméticamente en contacto con la superficie de la mesa. El peso del recipiente es P. Dentro del recipiente se vierte un liquido. Cuando el liquido alcanza la altura h en el tubo delgado, el recipiente, por acción del liquido, se comienza a levantar. Calcule la fuerza con la cual el liquido levanta el recipiente. Calcule la densidad del liquido.



Solución.
La fuerza con la cual el liquido levanta el recipiente es:

$$F = \pi(R^2-r^2)\rho gh$$

por lo tanto,

$$P = \pi(R^2-r^2)\rho gh$$

de donde,

$$\rho=P/(\pi(R^2-r^2) gh)$$

Problema 5.- Sobre un platillo suspendido de un resorte de constante k cae un cuerpo de masa m desde la altura h y permanece en él, es decir, el choque con el fondo del platillo se puede considerar completamente inelástico. El platillo de masa M, junto con el cuerpo de masa m, comienza a oscilar. La masa del resorte es despreciable. Determinar la energía cinética del cuerpo de masa m al instante de hacer contacto con el platillo. El platillo y el cuerpo se comienzan a mover con una velocidad V. Use el principio de conservación del momento para calcular V. Escriba el principio de conservación de la energía. Tome en cuenta que en el momento inicial (cuando el cuerpo hace contacto con el platillo), el resorte se halla estirado una cierta longitud por el peso Mg del platillo. De las consideraciones anteriores, determine cuál es la amplitud de las oscilaciones del sistema.

Solución.
En el instante en que el cuerpo de masa m toca al platillo aquél posee una energía cinética
mva = m g h

Para determinar la velocidad V, con la cual el platillo comienza a descender bajo la acción del cuerpo que cae, hace falta utilizar la ley de la conservación del momento. Esto es,
mv = (M + m) V

o bien,

V = mv / (M + m)

Sustituyendo en la primera ecuación, se obtiene:

V=m 42gh
M + m

Es necesario tener en cuenta que en el momento de contacto el resorte se halla estirado por el peso del platillo, de manera que, de acuerdo con la ley de Hooke, Mg = ka, donde "a" es la posición fuera de equilibrio debido al peso Mg del platillo.

Entonces, la ecuación de conservación de la energía puede escribirse como:

$$\frac{kx^2 - ka^2}{2} = \frac{M+m}{2} \pm \left[\frac{m\sqrt{2gh}}{M+m}\right]^2 + (M+m)g(x-a)$$

Sustituyendo en esta ecuación el valor de "a", despejado de la ley de Hooke, y agrupando términos, se obtiene la ecuación de segundo grado:

$$x^2 - \frac{2(M+m)g}{k}x - \frac{2ghm^2}{(M+m)k} + \frac{M(M+2m)g^2}{k^2} = 0$$

Resolviendo esta ecuación,

$$x = \frac{M+g}{k}g \pm \sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2} + \frac{2m^2gh}{(M+m)k}}$$

El primer término representa la posición de equilibrio, y el segundo término, el desplazamiento del platillo con respecto al equilibrio. Esta es la amplitud de las oscilaciones.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1992 ☜

III Olimpiada Nacional de Física.

Problema 1.- Un recipiente de vidrio de gran volumen V, lleno de aire a presión atmosférica, tiene ajustado en su tapa un tubito. El área de la sección transversal interior del tubito es A.

Desde el extremo superior del tubo se deja caer, a partir del reposo, un cilindrito de masa m, que ajusta suficientemente en el tubito. Sin embargo, el rozamiento entre las paredes del tubito y el cilindrito es despreciable.

El cilindrito cae una distancia y, hasta detenerse por primera vez, para después volver a subir, estableciendo un movimiento oscilatorio.

Considere que :

1) E1 gas es ideal.

2) E1 proceso se produce de manera que el sistema pasa siempre por estados de equilibrio.

3) E1 proceso es adiabático.

Preguntas:

a) ¿Cuál será el trabajo W^1 realizado por la fuerza de gravedad durante la distancia recorrida y?

b) Además de la gravedad, existen sobre el cilindrito fuerzas debidas a la presión atmosférica P_O y a la presión P ejercida por el gas interior del recipiente al haber sido contraído su volumen. La fuerza resultante F, debido a estos dos factores, está dada por

$$F = (P - P_O) A$$

Utilizando el hecho de que el proceso es adiabático y se cumple

$$PoVo^{\gamma} = PV^{\gamma}$$

y haciendo la aproximación ln (1 + x) ≈ x si x es pequeño, demuestre que la fuerza F es de la forma

$$F = -k x$$

c) ¿Cuál será el trabajo realizado por esta fuerza?

d) Determine la distancia recorrida por el cilindrito hasta detenerse por primera vez.

e) Determine la amplitud de oscilación del cilindrito.

f) Determine el periodo de las oscilaciones del cilindrito.

Datos:
A (área de la sección interior del tubito) = 3×10^{-4} m^2.
V_O(volumen del recipiente y el tubo) = 5 dm^3.
P_O (presión atmosférica) 1×10^5 Pa.
γ (relación entre el calor especifico a presión constante y a volumen constante) = Cp/Cv = 1.4.
m (masa del cilindrito) = 10 g.
g (aceleración de la gravedad) = 9.8 m/s^2.

Solución.

a) El trabajo realizado por la fuerza de gravedad durante la distancia recorrida y_f es igual a la energía potencial gravitacional, esto es,

$$mgy_y$$

b) Se sabe que $F = (P - P_0) A = \Delta P A$ .... (1)

y se quiere demostrar que F = - (constante) x y, para lo cual se debe averiguar la dependencia de ΔP con y.

Como el proceso cumple $P_0V_0^{\gamma} = PV^{\gamma}$..(2)

pero $P = P_O + \Delta P$ y $V = V_O + \Delta V$, sustituyendo en (2) se tiene :

$$PoVo^{\gamma} = (Po + \Delta P)(Vo+ \Delta)^{\gamma}$$

Dividiendo esta expresión entre $P_OV_O^{\gamma}$, se obtiene

$$1 = (1 + \Delta P/Po) (1 + \Delta V/Vo)^{\chi}$$

Tomando el logaritmo de esta expresión,

$$0 = \ln (1 + \Delta P/P_0) + \ln (1 + \Delta V/V_0)^{\gamma}$$

Pero ln (1 + x) $\approx$ x si x es pequeño, y como $\Delta P < P_0$ y $\Delta V < V_0$,

$$0 = \Delta P / P_0 + \gamma \Delta V/V_0$$

despejando
$\Delta P = - (P_0 \gamma \Delta V)/VO = - ((P_0\gamma \Delta)/V_0) x y$.......................................(3)
Sustituyendo (3) en (1)

$$W_2 = -\frac{P_o\gamma A^2}{2V_0} y^2$$

c) Como esta fuerza es de la forma F = - kx, el trabajo W_2 será:

$$F = -\frac{P_o\gamma A^2}{2V_0} y$$

d) Igualando trabajos $W_1 = W_2$, se tiene

$$W_2 = -\frac{P_o\gamma A^2}{2V_0} y^2 = mgy_f = W_1$$

en donde

$$Y_f = -\frac{2V_0 mg}{P_0\gamma A^2} = -0.70m$$

e) La amplitud y_{max} será:

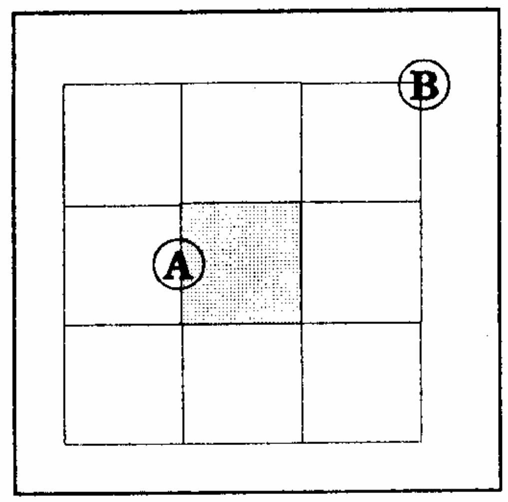
$$y_{\max} = \frac{y_f}{2} = 0.035m$$

f) Como la frecuencia es $\omega = \sqrt{k / m}$, el periodo está dado por:

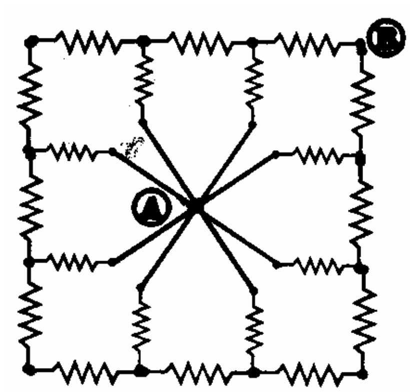
$$T = 2\pi\sqrt{k / m} = 2\pi\sqrt{\frac{mV_0}{\gamma P_0 A^2}} \approx 0.4s$$

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1992 ☜

Problema 2.- El valor de la resistencia de la arista de cada uno los cuadrados es r = lo. En el cuadrado central se suelda una lámina de un material conductor (área sombreada). Hallar la resistencia entre los puntos A y B.

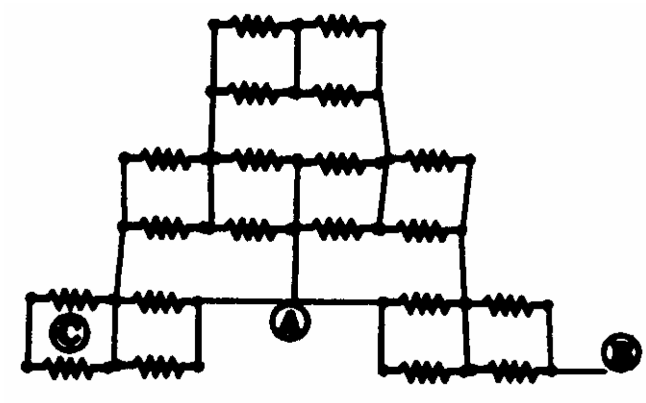


Solución:
Representamos la resistencia de una arista por el símbolo convencional. De esta manera, el circuito se puede representar como se muestra en la figura:

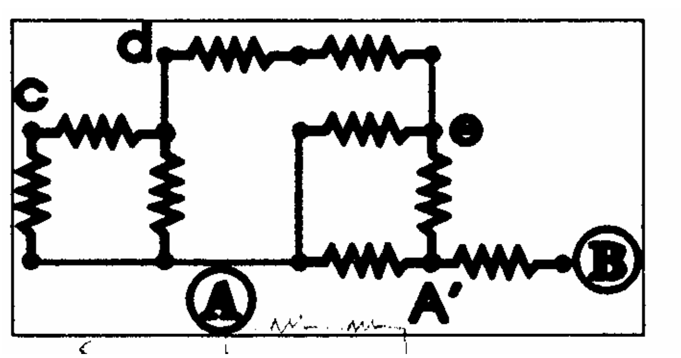


Teniendo en cuenta la simetría del circuito con respecto al eje AB, se pueden unir los puntos con igual potencial eléctrico, de donde se obtiene el siguiente diagrama:

☞ **PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1992** ☜



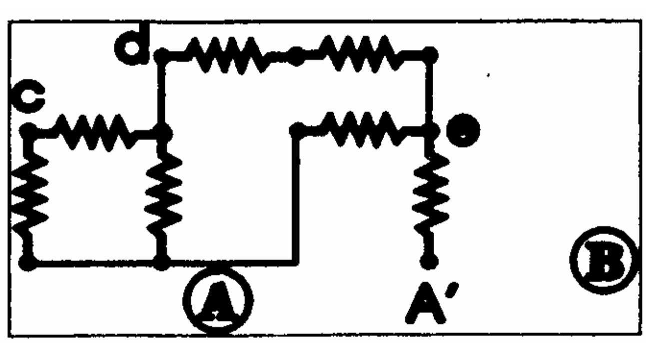
La parte señalada en el diagrama con la letra "c" se elimina. A continuación, reduciendo resistencias en paralelo se obtiene el diagrama (con cada resistencia de valor r = ½Ω) .



La resistencia total la podemos representar como la suma R = r + R_1, donde r es la resistencia del tramo marcado por A A'. El valor de R_1 es:

$$R_1 = \frac{rR_2}{r + R_2}$$

donde R_2 es la resistencia del sector mostrado a continuación:

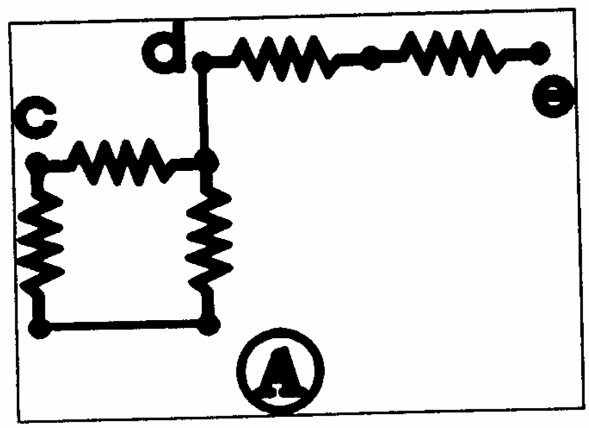


☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1992 ☜

Por consiguiente $R_2 = r + R_3$, donde R_3 es la resistencia del sector marcado por "A-e" y r es la resistencia entre "A'-e". A su vez, R_3 se puede descomponer de la siguiente manera:

$$R_3 = \frac{rR_4}{r + R_4}$$

R_4 es la resistencia mostrada en la figura inferior.

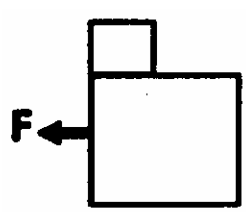


Esta a su vez se descompone en $R_4 = 2r + R_5$, donde R_5 es la resistencia del tramo "d-a" y 2r la del tramo "e-d".
Finalmente

$$R_5 = \frac{rR_6}{r + R_6}$$

donde R_6 es la resistencia de las dos resistencias en serie. Utilizando las formulas recurrentes para las R_1 y $r = 1/2\Omega$ se obtiene como resultado $R = 49/60\ \Omega$.

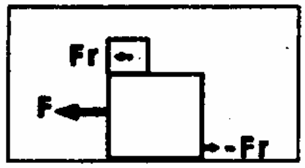
Problema 3.- Encontrar el tiempo que tardará en caer el cubo pequeño, si en un momento dado, una fuerza comienza a actuar sobre el cubo grande de la figura. La masa del cubo pequeño es 64 veces menor que la masa del cubo grande y ambos están hechos del mismo material. El coeficiente de fricción entre los dos cubos es μ. Entre el cubo grande y el piso la fricción es despreciable. La masa del cubo pequeño es m y su arista es L.



Solución.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1992 ☜

Las fuerzas que actúan sobre los cuerpos en la dirección horizontal se muestran en la figura.



Basados en ella, establecemos las siguientes ecuaciones

$- F + F_\chi = M (-a_1) = 64\ m\ (-a_1)$ y $F_\chi m(a_2)$

Reemplazando F_r por su valor de μmg obtenemos :

$- F + \mu mg = 64m\ (-a_1)$ y $-\mu mg = (a_2)$

De estas dos ecuaciones obtenemos los valores para las aceleraciones,

$a_1 = (F - \mu\ m\ g)/(64m)$ $a_2 = \mu\ g$

Debido a que el cubo es pequeño, su centro de masa se halla a una distancia L/2 del borde del cubo grande y como la arista del cubo grande es 4 veces mayor que la del cubo pequeño, entonces, antes de caer el cubo pequeño, debe recorrer una distancia

$$s = (7/2)\ L$$

Las aceleraciones del cubo pequeño y grande están relacionadas con la aceleración relativa de la siguiente manera:

$$a_1 - a_2 = a_r$$

La distancia que recorre al cubito está relacionada con la aceleración relativa por la formula:

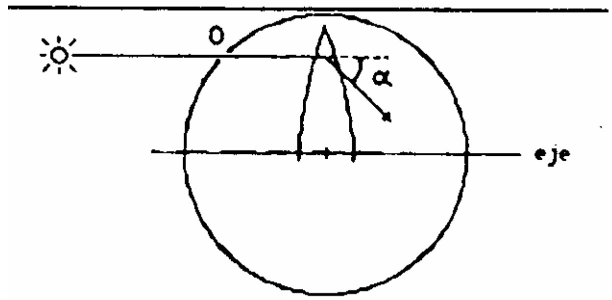
$$s = 1/2\ a_r\ t^2$$

por lo que despejando t y sustituyendo los valores para
a_1, a_2 y L se tiene

$$t = \sqrt{\frac{448Lm}{F - 65\mu mg}}$$

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1992 ☜

Problema 4.- Dentro de una esfera de radio R y de superficie interna especular hay un pedazo de una lente convergente como se muestra en la figura.



Por el orificio "O" penetra paralelamente al eje óptico, a una distancia $R/2^{1/2}$ del mismo, un rayo de luz. Después de reflejarse dos voces dentro de la esfera, el rayo sale a través del mismo orificio.

Esto significa que se cumple (justifique su respuesta):

a) $\cos 2\alpha = 2 \text{ sen } (45° - \alpha)$

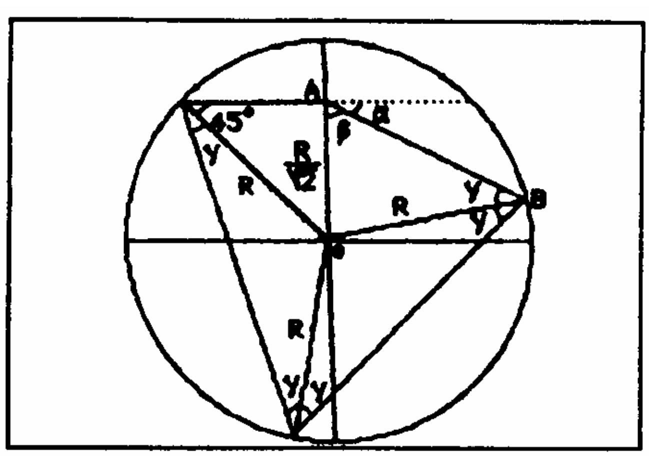
b) $\tan \alpha = \text{ctg } (42° + \alpha /5)$

c) $\text{sen } 2 \alpha = 1/2 \cos (18° + \alpha)$

d) $\cos \alpha = 2^{1/2} \text{ sen } (27° + \alpha /5)$

Solución:

Se considera la siguiente figura:



☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1992 ☜

Del triángulo OAB se obtiene, por la ley de los senos, que

$$sen\frac{\beta}{R} = sen\frac{\gamma}{R/\sqrt{2}}$$

Por otro lado sen β= cos α, por lo que cos α=$2^{1/2}$senγ

Considerando que la suma de los ángulos internos del polígono de 4 lados es 360°, se tiene de la figura que

$$\beta + 5\gamma + 45° + 90° = 360°$$

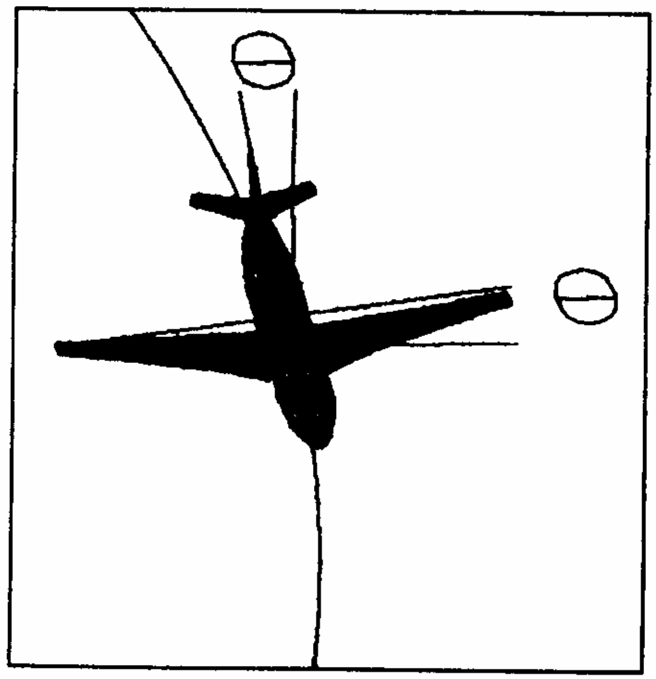
pero β - 90° - α, por lo tanto,

$$\gamma = 27° + \alpha/5$$

de donde se cumple con: d) cos α =$2^{1/2}$ sen (27° + α /5).

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1993 ☜

IV Olimpiada Nacional de Física



Problema 1.- Tres concursantes de la olimpiada se encuentran tranquilamente disfrutando de la playa, cuando uno de ellos ve un avión sobrevolando sobre sus cabezas y dice: "E1 avión vuela en circulas completando un ciclo cada 4 min". E1 segundo dice: "La línea imaginaria que une un extremo del ala con el otro extremo hace un ángulo θ = 20º con el horizontes. E1 tercero dice: "La velocidad del avión es...., cuando una enorme ola revuelca a los tres.

¿Cuál es la velocidad del avión?

Haga un diagrama de cuerpo libre (diagrama de fuerzas)

Solución.
Considere el siguiente diagrama de cuerpo libre.

(FIGURA)

De la figura se tiene:

$F \cos \theta = mg$

$$F \text{ sen } \theta = (m V^2)/ R$$

$$2\pi R = V T$$

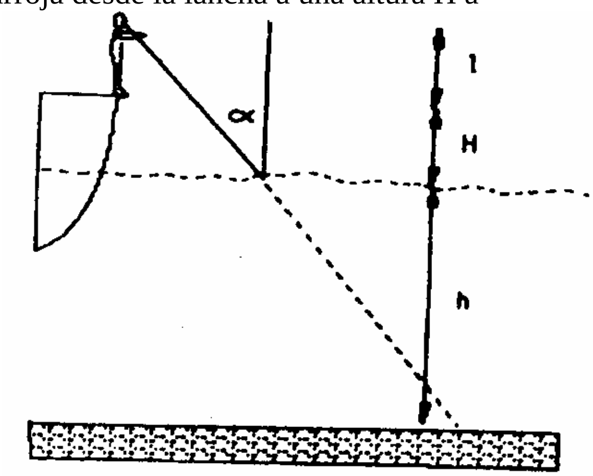
donde F es la fuerza que sustenta al avión; R, el radio de la trayectoria circular del avión; V, la rapidez del mismo; T, el periodo; θ, el ángulo con el horizonte.

Dividiendo la segunda ecuación entre la primera y sustituyendo la tercera se obtiene

$$\tan\theta = \frac{V^2}{gR} = \frac{2\pi V}{gT} \quad de\ donde\ V = \frac{gT}{2\pi}\tan G$$

Sustituyendo valores numéricos, V = 136.38 mis = 491 Km/hr.

Problema 2.- Un muchacho trabaja en Acapulco en una lancha recogiendo monedas que arrojan los turistas al mar. Si se arroja desde la lancha a una altura H a



recoger una moneda a una profundidad h y sus ojos enfocan la moneda de tal manera que ésta aparece en una línea visual haciendo un ángulo α con la vertical, ¿con qué velocidad horizontal inicial se tiene que arrojar para recoger la moneda?

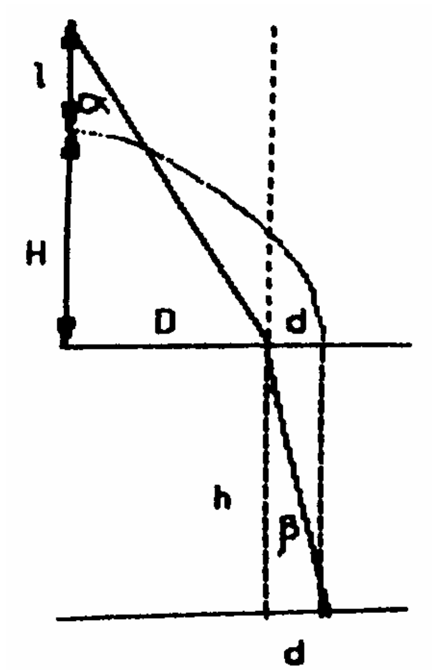
Suponga que los ojos del muchacho están a una distancia l de las plantas de sus pies y que su centro de masa está en sus pies. Una vez dentro del agua, el muchacho desciende verticalmente.

Deje indicado el Indice de refracción del agua como n.

Solución.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1993 ☜

Se considera la siguiente figura:



Se calcula el tiempo que el muchacho tarda en caer al agua, esto es,

$$H= 1/2gt^2 \text{ de donde } t =(2H/t)^{1/2}$$

Durante el tiempo t, el muchacho recorre la distancia horizontal

$$V_O\, t = D + d, \quad \text{por lo que}$$

$$V_o = \frac{D+d}{\sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

Para encontrar D y d se usa la figura adjunta, obteniéndose

$$D = (H +1) \tan \alpha$$

$$d = h \tan \beta$$

Resta encontrar β.
De la ley de Snell,

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } \beta$$

por lo que

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1993 ☜

$$\beta = \text{arcsen}\left(\frac{sen\alpha}{n}\right)$$

Finalmente

$$V_o = \frac{(H+1)\tan\alpha + h\tan\left(arcsen\left(\frac{sen\alpha}{n}\right)\right)}{\sqrt{\frac{2H}{g}}}$$

Problema 3.- A una delegación estatal le toma 5 horas en automóvil llegar de la capital de su estado al hotel sede de la olimpiada en Acapulco.

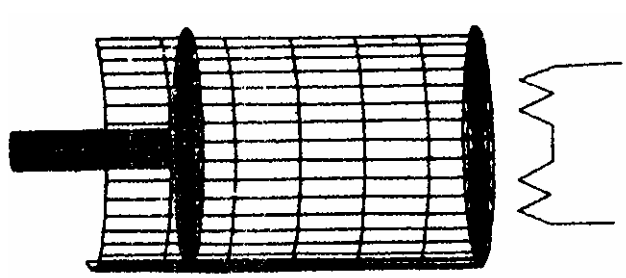
Ya de camino se acuerdan que han olvidado sus trajes de baño. Si continúan viajando llegarán con dos horas de anticipación al aburrido discurso de bienvenida, pero si deciden regresar por los trajes llegarán 3 horas después de iniciado el discurso y solo escucharán el final.

¿Qué fracción del recorrido total hablan ya viajado al momento de acordarse de los trajes de baño?

Solución.

La diferencia en tiempo entre ir directamente al concurso o regresar por los trajes es de: 2 + 3 = 5 horas La diferencia en recorrido es simplemente dos veces la distancia (ida y vuelta) del punto en donde se acordaron de los trajes al punto de donde salieron. Por lo que hablan ya recorrido 5/2 = 2.5 horas. De un total de 5 horas nos da 2.5/ 5.0 = 1/2. Esto es, se encontraban a mitad del camino.

Problema 4.- Un cilindro horizontal cerrado en un extremo y en el otro extremo con un pistón muy ligero de superficie S, tiene un mal de gas ideal a una



temperatura T_O y una presión P_O. La presión externa es constante e igual a P_O.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1993 ☜

Por medio de una resistencia, una cantidad de calor Q es transferida lentamente al gas. El gas se calienta, y en consecuencia a cierta presión que llamaremos "critica", P_{crit} el pistón se mueve. La fuerza de fricción F entre el pistón y las paredes del cilindro es constante; la mitad del calor generado por la fricción se transmite al gas.

Se considera que tanto las paredes del cilindro como el pistón están aisladas térmicamente, y se desprecia la capacidad calorífica de ambas. Nota: puede no contestar los incisos en orden.

A) Calcule la presión critica (P_{crit}) en función de la fuerza de fricción.

B) Calcule la temperatura critica (T_{crit}) correspondiente. Llamamos temperatura "critica" a aquella para la cual el pistón comienza a moverse.

C) Suponiendo que la capacidad térmica del gas por mal $C=\Delta Q/\Delta T$ es una constante, calcule la cantidad de calor transferido (Q_{crit}) para que el pistón se mueva.

D) Grafique cualitativamente como depende T en función de Q antes de que el pistón se mueva. Recuerde que C es constante.

E) Calcule la cantidad de calor Q_{fr} que se transmite al gas por fricción.

F) Calcule la cantidad de calor total transferido en ambos procesos.

G) Haga una gráfica cualitativa de la temperatura T en función de Q para todo el proceso, esto es, antes y después de que el pistón se mueva.

H) Si la resistencia R está conectada a una fuente de fem de E voltios, ¿cuánto tiempo deberá estar conectada la fuente para que empiece a moverse el pistón?

Solución.

A) $F = (P_{crit} - Po)\, S$, despejando P_{crit} se tiene:

$$P_{crit} = F/S + P_o$$

B) De la ecuación de estado del gas ideal

$$\frac{P_{crit}V_{cirt}}{T_{crit}} = \frac{PV}{T}$$

$$pero\ V_{crit} = V$$

por lo tanto:

$$T_{crit} = \frac{T_o}{P_o} P_{crit}$$

C) Por definición, C = ΔQ/ΔT, esto es,

$$Q_{crit} = C\ \Delta T = C\ (T_{crit} - T_o)$$

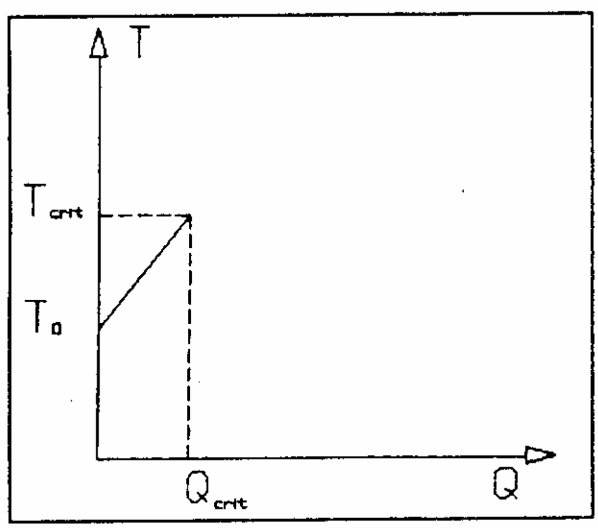
sustituyendo el valor para T_{crit} obtenido en el inciso anterior y sustituyendo posteriormente el valor para P_{crit} obtenido en A),

$$Q_{crit} = C\left(\frac{T_o}{P_o}\left(\frac{F}{S} + P_o\right) - T_o\right)$$

finalmente

$$Q_{crit} = C\frac{T_o F}{P_o S}$$

D) Como Q = C(T - To), entonces T = To + Q/C. Graficando:



☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1993 ☜

E) La cantidad de calor Q_{fr} que se transmite al gas por fricción es igual al trabajo desarrollado por la fuerza de fricción entre 2, ya que la mitad del calor generado por ésta se transmite al gas. Entonces,

$$Q_{fr} = 1/2\ (\text{Trabajo})_{fr} = 1/2\ (P_{crit} - P_o)\ (V - V_o)$$

F) La cantidad de calor total transferido por ambos procesos es

$$Q = C(T - T_o) + P_{crit}(V - V_o)$$

G) Se ha encontrado en el inciso D) la gráfica para $Q \leq Q_{crit}$. Para encontrar la gráfica para $Q \geq Q_{crit}$, partimos de la ecuación obtenida en el inciso anterior y sustituimos el valor de Q_{fr} obtenido en el inciso E).

$$Q + 1/2\ (P_{crit} - P_o)\ (V - V_o) = C(T - T_o) + P_{crit}(V - V_o)$$

En esta ecuación aparecen T y Q además de las constantes V_o, P_o, P_{crit}, T_o y la variable V. Como se busca una relación funcional entre Q y T, se deben transformar las expresiones en términos de T_o y T. Esto se puede hacer recordando la ley general de los gases ideales, $P_iV_i = R\ T_i$, por lo que se efectúan los productos PV en la ecuación anterior, quedando

$$Q = C\ (T - T_o) + 1/2\ (P_{crit}\ V + P_o\ V - P_{critc}V_o - P_oV_o\ )$$

Se realizan las siguientes sustituciones:

i) $P_{crit}V = PV = RT$

i i) $P_oV = (\ P_oV_o\ \ PV\ ) / (\ PV_o\ ) = (\ P_oV_o\ \ PV\ ) / (\ P_{crit}V_o\ ) = (\ P_oV_o\ \ PV\ ) / (\ P_{crit}V_{crit})$

$= (\ RT_o\ RT\ ) / (\ RT_{crit}\ ) = R\ (\ T_oT\ ) / T_{crit}$

i i i) $P_{crit}\ V_o = P_{crit}\ V_{crit} = RT_{crit}$

iv) $PoVo = RT_o$

quedando:

$Q = C\ (\ T - To\ ) + 1/2\ R\ (\ T + (\ ToT\ ) / T_{crit} - T_{crit} - To\ )$

arreglando:

$Q = C(T - To) + 1/2\ R/T_{crit}\ (\ T - T_{crit})\ (\ T_{crit} + To)$

sumando un cero al primer miembro de la ecuación:

Q = C (T- T_{crit} + T_{crit} - To) + 1/2 R/T_{crit} { (T ~ T_{crit}) x (T_{crit} + To))

simplificando:

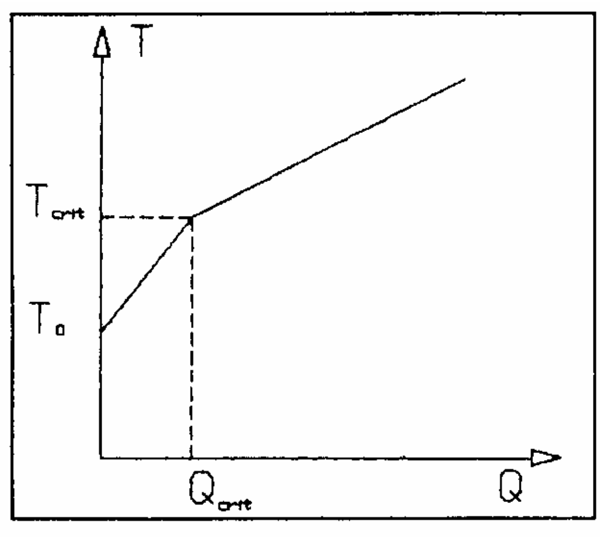
$$T = T_{crit} + \frac{Q - Q_{crit}}{C + R\frac{T_{crit} + T_o}{2T_{crit}}}$$

que, al igual que el caso del inciso D), representa también una recta de pendiente,

$$pendiente\left(Q \geq Q_{crit}\right) + \frac{1}{C + R\frac{T_{crit} + T_o}{2T_{crit}}}$$

menor que la pendiente para ($Q \leq Q_{crit}$) que es igual a 1/C.

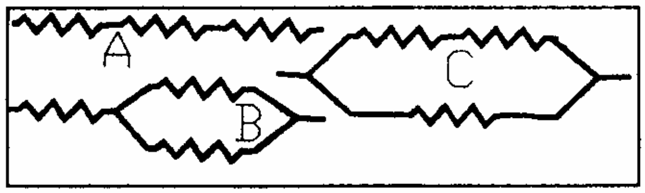
Se hace notar que para $Q = Q_{crit}$ el valor de T es $T = T_{crit}$. De estas consideraciones se obtiene la gráfica.



H) La energía transferida para que el pistón se empiece a mover es Q_{crit}. Ésta debe ser igual al producto de la potencia que disipa el circuito por el tiempo que el mismo deberá estar conectado. Entonces, t = (E^2)/(RQC_{crit})

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1993 ☜

Problema 5.-Suponga que en el problema anterior con tres resistencias R en paralelo, el gas se calienta y comienza a mover el pistón a los seis minutos. ¿En cuánto tiempo moverán el pistón las diferentes conexiones indicadas a continuación? Todas las resistencias son iguales. Nota: no es necesario resolver el problema anterior para resolver este problema.



Solución.

El valor de la resistencia total en los distintos arreglos es:

$$R_{paralelo} = R/\ 3$$

$$R_A = 3R$$

$$R_B = 3/2\ R$$

$$R_C = 2/3\ R$$

Sean t_{para}, t_A, t_B, t_C los tiempos necesarios para calentar el gas.

Como la energía transferida en cada caso es la misma y ésta es el producto de la potencia disipada por el tiempo, se tiene:

$$t_{para}/(R/3\ ) = t_A/(\ 3R) = t_B/(3/2\ R) = t_C/(2/3\ R)$$

sustituyendo el valor de t_{para}

$$t_A = 54 \text{ min},$$

$$t_B = 27 \text{ min},$$

$$t_C = 12 \text{ min}.$$

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA IBEROAMERICANA ☜

Instrucciones Generales

1.- El tiempo disponible para solucionar este examen es de 5 horas.

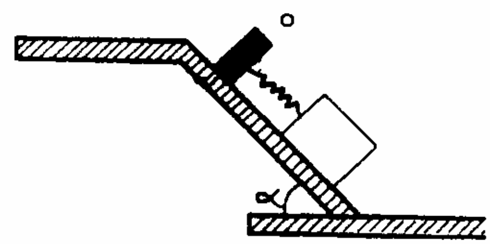
2.- Usted puede hacer preguntas por escrito al jurado Iberoamericano ÚNICAMENTE durante la primera media hora.

3.- Escriba por favor en forma clara y ordenada.

4.- Conserve en cada carpeta únicamente las hojas correspondientes a cada problema.

Problema 1.- Oscilaciones de un cuerpo en un plano inclinado.

De un resorte de constante de elasticidad K y longitud natural (no deformado) L se cuelga un bloque de masa m, como indica la figura. El bloque inicialmente se encuentra a una distancia L del punto fijo O.



Tan pronto se suelta el bloque, éste desciende. El plano inclinado presenta fricción, por lo cual el bloque oscilará un cierto número de veces hasta detenerse.

a) Determine el intervalo de posiciones sobre el plano en donde el bloque puede permanecer en reposo.

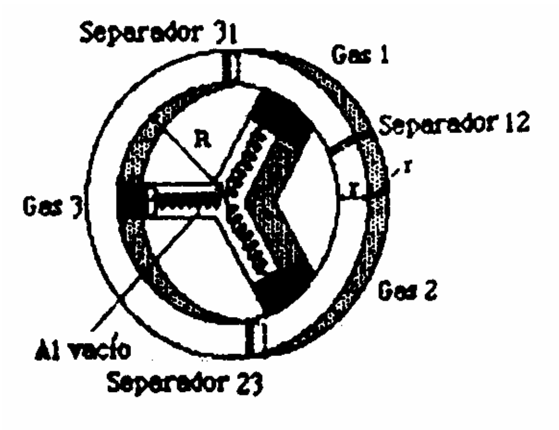
b) Determine los puntos de equilibrio, fuerza resultante igual a cero, mientras el bloque está en movimiento.

c) Construya las gráficas del valor de la fuerza resultante en función de la posición del bloque, para los ascensos y descensos del mismo.

d) APLICACION NUMÉRICA:. Determine el número de ascensos y descensos que realiza el bloque y el punto donde se detiene si: $\alpha = 45°$, $\mu_c = 0.10$, $\mu_e = 0.20$, $K = 50$ N/m, $m = 1.0$ Kg. Donde μ_e = coeficiente de rozamiento estático y m_c = coeficiente de rozamiento cinético.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA IBEROAMERICANA ☜

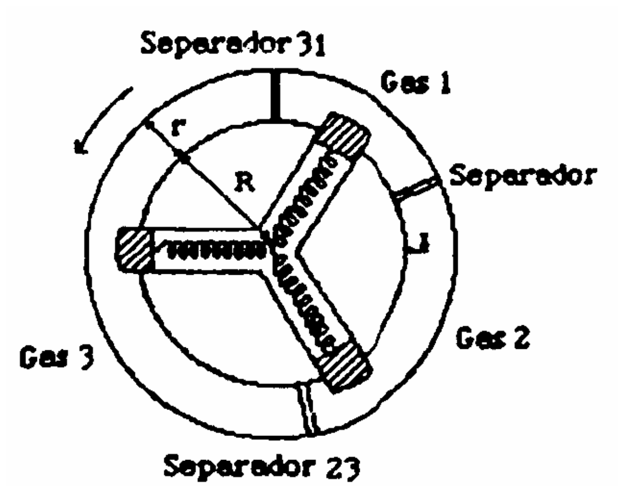
Problema 2.- Una rueda hueca con gases que gira,



La figura representa una rueda hueca, de sección transversal cuadrada de lado r y de radio interior R.

La cavidad de la rueda está dividida por tres separadores de tal forma que los volúmenes que delimitan están en la relación 1:2:3. las cámaras estén ocupadas por tres gases ideales diferentes.

Al interior de la rueda tienen acceso tres pistones radiales unidos a tres resortes idénticos de constante elástica K que se hallan en compartimientos radiales huecos al vacío.



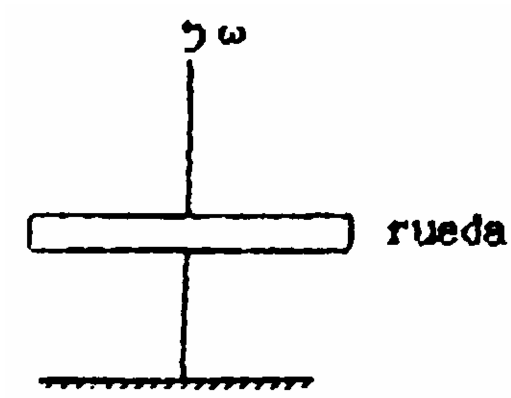
Los separadores pueden desplazarse sin rozamiento, son delgados y de masa despreciable.

Los pistones son iguales de masa M, sección transversal cuadrada de lado r y ajustan herméticamente en sus compartimientos. sus extremos superiores son de radio de curvatura R.

Con la rueda en reposo sus centros de masa se hallan a una distancia R-r, medida desde el centro de la rueda. (Si no hubiese ningún gas dentro de la rueda los pistones alcanzarían la pared externa de la misma y los resortes no estarían comprimidos ni estirados).

Preguntas:

Si el dispositivo gira a velocidad angular ω constante alrededor de un eje vertical y suponiendo que todo el sistema se mantiene a temperatura constante,



a) Determine la relación entre las presiones de los gases.

b) Determine la relación que hay entre los volúmenes de los gases.

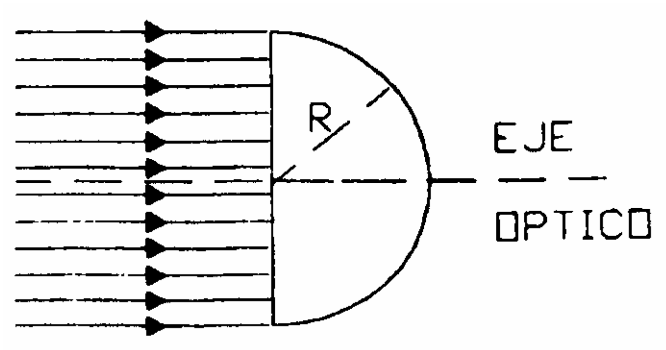
c) ¿Que distancia penetran los pistones en el interior de las cámaras de la rueda?.

d) Determine los cambios de las posiciones angulares de los separadores.

Problema 3.- Un haz de luz incide en media esfera.

Una lente semiesférica de radio R = 5 cm e Indice de refracción n = 1.52 se encuentra en el aire y recibe sobre su cara plana un haz de luz cilíndrico cuya dirección de propagación es perpendicular a la cara plana y la cubre completamente, ver figura.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA IBEROAMERICANA ☜



Se definen como rayos marginales aquellos que emergen tangencialmente a la superficie curva de la lente.

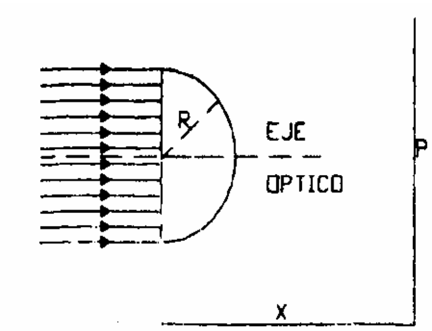
Se definen como rayos paraxiales aquellos que inciden muy próximos al eje óptico de la lente.

Preguntas:
a) Determine el radio máximo del haz de rayos paralelos que se refractan en la cara esférica de la lente. NOTA. No se considere en este caso reflexiones secundarias.

b) Determine el radio mínimo del anillo de rayos paralelos al eje óptico que emergen de la lente paralelamente, en sentido contrario al de incidencia.

c) Halle la distancia a lo largo del eje óptico entre el punto donde concurren los rayos marginales y el punto donde concurren los rayos paraxiales.

d) Ahora se coloca una pantalla P a una distancia X del centro de la esfera, de manera paralela a la superficie plana de la lente como se indica en la siguiente figura. Para X mayores que la distancia focal de los rayos paraxiales determine el radio de la mancha luminosa sobre la pantalla en función de X.



☞ PROBLEMAS CLASIFICATORIOS☜

Problemas Clasificatorios.
En muchos países se integra una preselección de estudiantes que es entrenada para su participación en las olimpiadas internacionales. Al final de su entrenamiento los futuros participantes al evento internacional son seleccionados en base a un examen.

Los dos siguientes problemas corresponden a dos preguntas de exámenes clasificatorios para integrar las selecciones nacionales de Finlandia y Alemania respectivamente. Se ofrecen al lector para que juzgue el nivel de éstos.

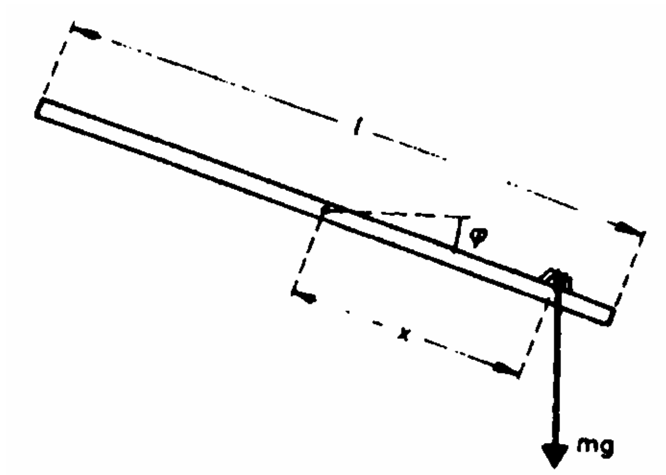
1.- Un popote homogéneo de longitud 1 se encuentra inicialmente en posición horizontal. El popote se halla atravesado en su centro por un eje de tal manera que el popote puede girar libremente en el plano vertical.

Una arañita cae del techo con una velocidad vertical v. y aterriza precisamente entre el centro del popote y el extremo del mismo. La masa de la arañita es idéntica a la del popote. Inmediatamente después de aterrizar sobre el popote, la arañita comienza a correr a lo largo del mismo de tal manera que la velocidad angular del popote permanece constante.

Determine el máximo valor de V_o para el caso que la arañita llegue al extremo del popote. La condición para que la arañita caiga del popote es cuando este ultimo llegue a la posición vertical.

Dibuje la trayectoria sobre la cual se mueve la Tramita.
(prob. clasificatorio, Finlandia)

Solución.



Denotemos la masa del popote = masa de la arañita = m la velocidad angular del popote = ω.

Entonces el momento de inercia del sistema será igual I = 1/12 (ml^2) + mx^2, donde x es la distancia de la arañita al centro del popote.

Al tiempo t = 0, cuando la arañita aterriza en el popote, x =1/4.

El momento angular antes y después de que la arañita aterrice es constante de acuerdo con la ley de conservación del momento angular. Éste está dado por:

$L=mv_o x=I\omega=(1/12ml^2+x^2)\omega$

Usando esta ecuación se puede obtener la velocidad angular del popote,

$$\omega = 12\frac{V_o}{7l}$$

Para el movimiento rotacional se tiene que el momento de torsión esta dado por.

$$M = I\alpha = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dI}{dt}\omega$$

ya que ω es constante.

De la figura se puede deducir que, M = mg cos φ , donde φ=ωt.

Combinando estas dos últimas ecuaciones, se obtiene la siguiente ecuación diferencial,

$$mgx\cos(\omega t) = 2m\frac{dx}{dt}\omega$$

Resolviendo esta ecuación para x,

$$x = \frac{49l^2}{288V_o^2}sen\left(\frac{12V_o t}{7l}\right) + C$$

La condición inicial x = 1/4, para t =0 da un valor para C = 1/4.

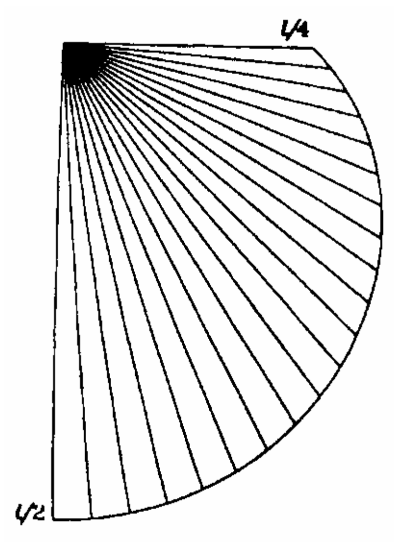
La arañita caerá cuando llegue al extremo, o sea, x 1/2 y φ=π/2. Su velocidad estará dada por,

$$V_o = \frac{7}{6}\sqrt{\frac{gl}{2}}$$

☞ PROBLEMAS CLASIFICATORIOS☜

En forma paramétrica su trayectoria estará descrita así:

$$\varphi = \sqrt{\frac{2g}{l}}t \qquad\qquad x = \frac{1}{4}\left(sen\varphi + 1\right)$$



2.- Un condensador de placas paralelas tiene como dieléctrico, entre ambas placas, aire. Las placas se encuentran dispuestas en forma horizontal. La placa inferior está fija y la superior está suspendida de un resorte perpendicular. El área de cada placa es A. En posición de equilibrio la distancia entre placas es d_o y la frecuencia de la placa oscilante es ω_o Cuando el condensador se conecta a una fuente eléctrica de voltaje U, una nueva posición de equilibrio se establece con una separación entre placas d_1.

a) Determine el valor de la constante k del resorte.

b) ¿Cuál es el voltaje máximo para un valor dado de k, en el que sea posible una distancia de equilibrio?.

c) ¿ Cuál es la frecuencia de la placa oscilante cuando la posición de equilibrio es d_1 ? ¿ Cuáles son los valores posibles para una posición d_1 de equilibrio estable?.

NOTA: La amplitud de oscilación es mucho menor que la distancia entre placas.(Prob. clasificatorio, Alemania).

Solución.

a) Si el voltaje U es aplicado en el condensador, la placa oscilara debido a la fuerza,

$$F = K\left(d - d_o\right) + \frac{1}{2}QE = -K\left(d_o - d\right) + \frac{\in_o}{2}A\frac{U^2}{d^2} \qquad (1)$$

Las condiciones para el equilibrio son d = d_1 y F = 0.

El valor para la constante k del resorte se obtiene de (1)

$$K = \frac{\in_o AU^2}{2\left(d_o - d_1\right)d_1^2} \qquad (2)$$

b) Para el voltaje máximo la condición

$$\frac{\partial U^2}{\partial d_1} = 0$$

debe ser satisfecha.
De la ecuación (2) obtenemos la distancia de equilibrio

$$d_1 = \frac{2}{3}d_o$$

y por lo tanto el voltaje máximo será,

$$U \le U_{\max} = \sqrt{\frac{K}{\in_o A}\left(\frac{2}{3}d_o\right)^{\frac{3}{2}}}$$

c) Para la oscilación alrededor del punto de equilibrio d_1 se obtiene de (1) con d = d_1 - x

$$F = -K\left(d_o - d_1 + X\right) + \frac{1}{2}\in_o A\frac{U^2}{d_1^2}\frac{1}{\left(1 - \frac{X}{d_1}\right)^2}$$

☞ PROBLEMAS CLASIFICATORIOS☜

$$F = -K\left(d_o - d_1\right) - KX + \frac{1}{2} \in_o A\frac{U^2}{d_1^2}\left(1 + 2\frac{X}{d_1}\right)$$

donde se ha desarrollado el último paréntesis en series en términos de x/d_1 se han despreciado términos de orden mayor.

Rearreglando esta ecuación se llega a la expresión

$$F = \left\{-K\left(d_1 - d_o\right) + \frac{1}{2} \in_o A\frac{U^2}{d_1^2}\right\} - \left(K - \frac{\in_o AU^2}{d_1^3}\right)X$$

substituyendo el valor de k dado por (2) es simple comprobar que las expresiones dentro de los corchetes se reducen a cero, por lo que,

$$F = -\left(K - \frac{\in_o AU^2}{d_1^3}\right)X = -K'X \qquad (3)$$

La frecuencia de oscilación esta dada por $\omega = (K/m)^{1/2}$ .De (2) y (3) se obtiene

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}\left(\frac{3d_1 - 2d_o}{d_1}\right)}$$

Por lo que la condición de equilibrio estable es,

$$3d_1 - 2d_o \geq 0$$

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

XXIV Olimpiada Internacional

Problema Teórico 1

ELECTRICIDAD ATMOSFÉRICA

Desde el punto de vista electrostático, la superficie de la Tierra puede ser considerada un buen conductor. En estas condiciones, ella posee una carga total Q_o y una densidad promedio de carga por unidad de superficie α_o.

1) Bajo buenas condiciones atmosféricas, existe un campo eléctrico dirigido hacia abajo, Eo, sobre la superficie de la Tierra, igual a unos 150 V/m. Deduzca la magnitud de la densidad de carga por unidad de superficie de la Tierra y la carga total que posee su superficie.

2) La magnitud del campo eléctrico que apunta hacia abajo decrece con la altura. Su valor a 100 m de la superficie es de unos 100 V/m. Calcule la cantidad de carga neta promedio por mí en la capa atmosférica comprendida entre la superficie terrestre y una altura de 100 m.

3) La densidad de carga neta que usted ha calculado en (2) es en realidad el resultado de tener casi el mismo número de iones monovalentes positivos y negativos por unidad de volumen (n_+ y n_-). Cerca de la superficie terrestre, bajo buenas condiciones atmosféricas, se tiene: $n_+ = n_- = 6 \times 10^8$ m^{-3}.

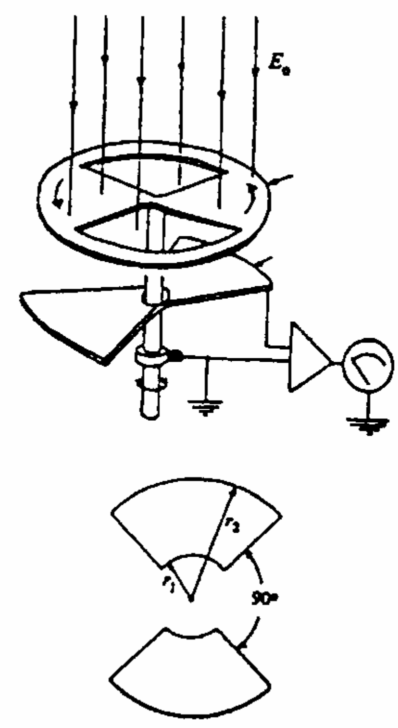
Estos iones se mueven bajo la acción del campo eléctrico vertical. Su velocidad es proporcional a la intensidad del campo:

$v = 1.5 \text{ X } 10^{-4}$ E, donde v está dado en m/s y E en V/m.

¿Cuánto tiempo emplearla el movimiento de iones de la atmósfera para que se reduzca a la mitad la densidad de carga por unidad de superficie?

Suponga que no ocurre ningún otro fenómeno (como, por ejemplo, relámpagos) que altere la densidad superficial de carga.

4) Un modo de medir la intensidad del campo eléctrico atmosférico, y por tanto α_o, es con el sistema mostrado en la figura. Un dispositivo de dos cuadrantes metálicos, aislados de tierra pero conectados entre si, está montado justamente debajo de un disco metálico que gira uniformemente.



Este disco, sobre el que se han practicado dos agujeros en forma de cuadrantes, está conectado a tierra (en el diagrama, el espaciamiento ha sido exagerado para mostrar más claramente la disposición del conjunto de cuadrantes). En cada revolución, los cuadrantes aislados quedan expuestos al campo dos veces, y luego, 1/4 de periodo más tarde, por el contrario, quedan completamente apantallados por el disco.

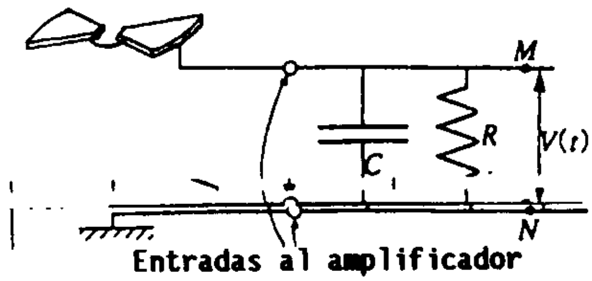
Sea T el periodo de revolución del disco, y sean los radios interior y exterior de los cuadrantes aislados r_1 y r_2 como se muestran en la figura. Considere que $t = 0$ es un instante en que los dos cuadrantes aislados están apantallados completamente. Obtenga expresiones que den la carga total $q(t)$ inducida en la superficie superior de los cuadrantes aislados como función del tiempo entre $t = 0$ y $t = T/2$, y haga una gráfica de esta variación.

(Los efectos de la corriente de iones atmosféricos pueden ser ignorados en esta situación**)**

5) El sistema descrito en (4) está conectado a un amplificador cuyo circuito de entrada equivalente es un condensador C y una resistencia eléctrica R conectadas en paralelo, como se muestra en la figura (usted puede suponer que la capacitancia del sistema de cuadrantes es despreciable comparada al valor de C).

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Dibuje gráficas de las curvas que describen el voltaje V entre los puntos M y n en función de t para una revolución del disco, inmediatamente después de que el disco se ha puesto a girar con periodo de revolución T, si:



a) $T = T_a << CR$; b) $T = T_b >> CR$.

(Suponga que C y R tienen valores fijos, solamente T cambia entre las situaciones a) y b)).

Obtenga una expresión aproximada para el cociente V_a/V_b y para los valores máximos de V(t) en los casos a) y b).

6) Suponga que $E_o = 150$ V/m, $r_1 = 1$ cm, $r_2 = 7$ cm, c = O.01 μF y R = 20 MΩ, y suponga además que el disco gira a 50 revoluciones por segundo.

Calcule aproximadamente cuál es el valor máximo de V durante una revolución para este caso.

Solución

Por la ley de Gauss $\sigma_o = \varepsilon_o E_o$

$$\therefore \sigma = - 8.85 \times 10^{-12} \times 150$$

$$\approx - 1.3 \times 10^{-9} \text{ c/m}^2$$

$$Q = 4\pi R^2\sigma = -4\pi \, x(6.4xlO^6)^2 \, x1.3 \, x10^{-9} = -6.7x10^5C.$$

2) Considere un cilindro de sección transversal A cuyas caras están a las alturas O y 100 m.

por la ley de Gauss,

$E(0)\,A - E(100)\,A = q_{\text{encerrada}} / \varepsilon_o = \rho_p\,(100\,A) / \varepsilon_o$.

$\therefore\ \rho_p = [\,\varepsilon_o\,(E\,(100)\,)] / 100$
$= [8.85 \times 10^{-12} \times 50\,] / 100$
$= 4.4 \times 10^{-12}\ C / m^3$.

3) Si un conductor contiene n cargas por unidad de volumen, cada una con carga q y viajando con una velocidad v. la corriente por unidad de área (j) está dada por:

$$j = n\,q\,v$$

Aquí se tienen tanto cargas positivas como negativas (+e). Es claro que, con el campo eléctrico apuntando hacia abajo, las cargas positivas se moverán hacia abajo y las negativas hacia arriba.

En la situación descrita, sólo las cargas positivas pueden contribuir a la neutralización de la carga superficial de la Tierra. Por lo que se tiene (tomando hacia abajo la dirección positiva para este propósito):

$$j = n_+\ e\,v$$

$$\approx \left(6 \bullet 10^8\right) \times \left(1.6 \bullet 10^{-19}\right) \times \left(1.5 \bullet 10^{-4}\,E\right) = 1.44 \times 10^{-14}\ C / m^3$$

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Como j es la razón de cambio (da/dt) de la densidad de carga superficial a, y E (definida como positiva hacia abajo) es igual a -a/EO, la ecuación anterior puede ser escrita como:

$$\frac{d\sigma}{dt} = -1.44 \bullet 10^{-14}\,\frac{\sigma}{\varepsilon_0} = -\frac{1.44 \bullet 10^{-14}}{8.85 \bullet 10^{-12}}\sigma = -1.63 \bullet 10^{-3}\sigma \approx -\frac{1}{600}c$$

Esta es una ecuación del mismo tipo que la del decaimiento radiactivo. Su solución es un decremento exponencial de a con el tiempo:

$$\sigma(t) = \sigma_o e^{-t/R}, con \qquad \tau \approx 600s$$

Haciendo $\sigma(t) = \sigma_0/\,2$ se tiene $t = \tau \ln 2 = 0.693 \text{ x } 600$
$600 \approx 415 seg \approx 7 \min$

[Una solución aproximada más simple es suponer que j permanece constante a su valor inicial j_0 :

$j_0 = 1.44 \cdot 10^{-14}$ $\qquad$ $E_0 = 1.44 \cdot 10^{-14} \text{ x } 150$

$$\approx 2.15 \times 10^{-12}\ \text{A}/m^2.$$

con el valor obtenido en el inciso 1), para $|\sigma| = 1.3 \bullet 10^{-9}$ C/m^2 se obtiene:

$|\sigma_0 / 2| = j_0 \text{ x } t$, despejando

$t = \left(0.065 \bullet 10^{-9}\right)/\left(2.15 \bullet 10^{-12}\right) \approx 300s = 5 \min$]

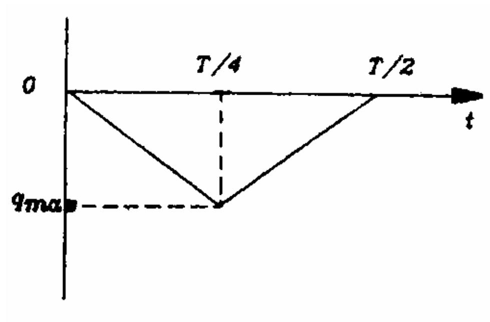
4) Si t = 0 es un instante en el que los cuadrantes aislados se encuentran apantallados, se tienen las siguientes relaciones.

$$Para \quad 0 \le t \ge \frac{T}{4}, q(t) = -2\pi(r_1^2 - r_2^2)\varepsilon_0 \mathrm{E}_0 \frac{t}{\mathrm{T}}$$

$$Para \quad \frac{\mathrm{T}}{4} \le t \ge \frac{\mathrm{T}}{2}, q(t) = -\pi(r_1^2 - r_2^2)\varepsilon_0 \mathrm{E}_0 \left(1 - \frac{2t}{\mathrm{T}}\right)$$

Variaciones correspondientes ocurren durante todos los

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜



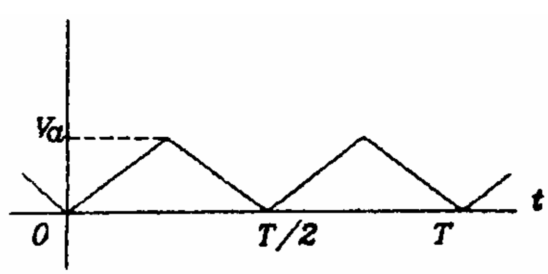
subsiguientes pares de cuarto de ciclo.

La máxima carga inducida (negativa) está dada por:

$$q_{\max} = -\frac{\pi}{2}\left(r_1^2 - r_2^2\right)\varepsilon_0 \mathrm{E}_0$$

5) Esta pregunta puede ser discutida sin hacer un análisis completo del circuito. Sólo se debe señalar que la razón de flujo de carga hacia el amplificador se divide **en** la velocidad de carga del condensador, CxdV/dt, y una corriente de conducción, V/R, a través de la resistencia. Por lo que resultan dos situaciones extremas, dependiendo de que la cantidad de carga perdida por fuga durante un cuarto de periodo, sea pequeña o grande comparada con CV.

(a) si CV >> (V/R) x (T/4) -- en otras palabras, si T = T_a <<CR -- muy poca carga es transportada a través de R durante el periodo T/4. De esta manera, cuando los cuadrantes aislados son cargados negativamente a través de inducción, una cantidad de carga *positiva* casi idéntica en magnitud es Proporcionada a C. Por lo tanto, V(t) varia casi



linealmente con respecto a t en el intervalo entre t=0 y t =T/2.
En este caso,

$$V_{max} = V_a \approx \frac{|q_{max}|}{C}$$

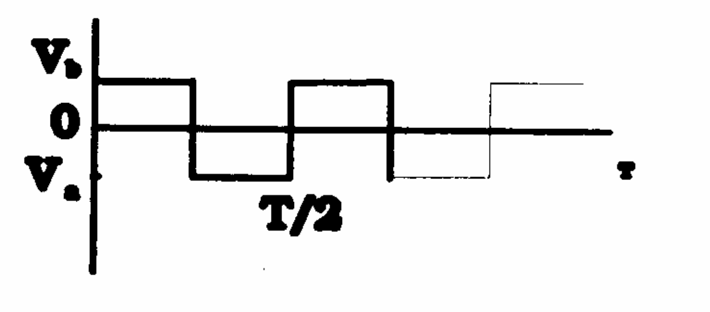
donde el valor para q_{max} y fue obtenido en 4).

(b) Si, por el contrario, T = Tb >> CR -- en otras palabras, la mayor parte de la carga es rápidamente transportada a través de R -- una corriente positiva constante fluye cuando la magnitud de q se incrementa, y una corriente negativa de igual magnitud fluye cuando la magnitud de q disminuye. La magnitud de esta corriente es aproximadamente igual a :

$$\frac{|q_{max}|}{(\mathrm{T}/4)}$$

El voltaje resultante a través de R es aproximadamente constante durante cada cuarto de periodo y varia

alternamente entre valores positivo y negativo.



En este caso,

$$V_{max} = V_b \approx \frac{4|q_{max}|R}{\mathrm{T}_b}$$

Juntando los resultados de ambos casos se obtiene

$$\frac{V_a}{V_b} \approx \frac{T_b}{4CR}$$

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

6) Se tiene que CR = 10^{-8} x $2\cdot 10^{7}$ = 0.2 s, y T = 1/50 = 0.02 s, por lo que CR = 10 x T, condición que satisface el criterio CR>>T.

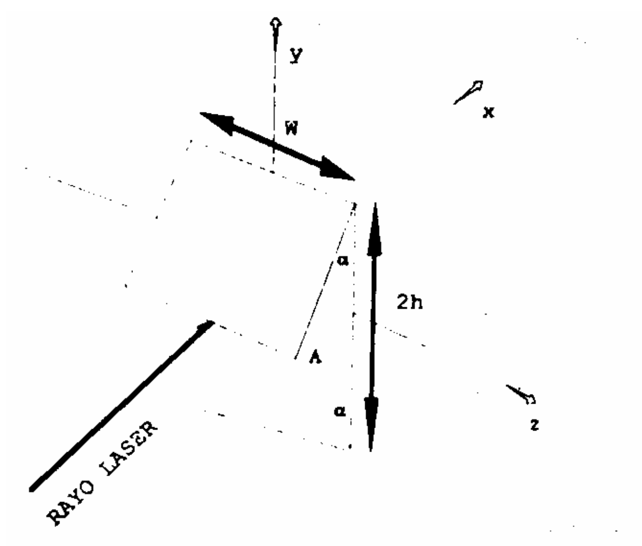
En consecuencia se debe utilizar la solución encontrada
en el inciso 5a.
Se tiene A_{max} = 1/2 (7^2 - 1^2) = 75 cm^2 = 7.5 x 10^{-3} m^2.
E_o = 150 V/m -- $\sigma = \varepsilon_o E_o$ = 1.33 x 10^{-9} c/m^2 (como en parte 1 del problema, de donde $|q_{max}|$ = $1.33\cdot 10^{-9}$ x $7.5\cdot 10^{-3}$ = 1.0 x 10^{-11} C y por lo tanto

$$V_{max} = \frac{q_{max}}{C} = \frac{1.0\times 10^{-11}}{1.0\times 10^{-8}} = 10^{-3}V = 1mV.$$

Problema Teórico 2

FUERZAS DEBIDAS AL LÁSER EN UN PRISMA TRANSPARENTE.

Por refracción de un rayo láser intenso se puede ejercer una fuerza apreciable sobre objetos transparentes pequeños. Para ver que esto es así, considere un pequeño prisma triangular de vidrio con un ángulo en el vértice A = π- 2α, una base de longitud 2h y un ancho w. El prisma tiene un indico de refracción n y una densidad de masa ρ.

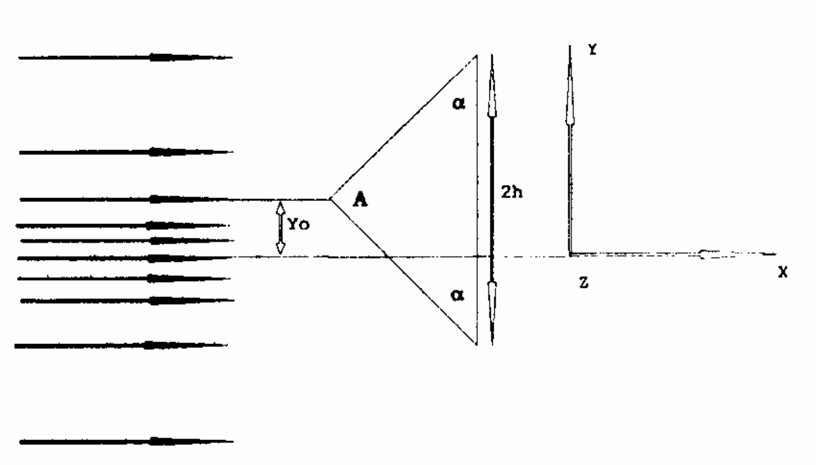


Suponga que este prisma se interpone en el camino de un rayo láser que viaja horizontalmente en la dirección del eje x. (para todo el problema suponga que el prisma no rota (no gira), es decir, su vértice apunta siempre en el sentido opuesto del haz láser, sus caras triangulares son paralelas al plano xy, y su base es paralela al plano yz, como se muestra en la figura anterior. El prisma está

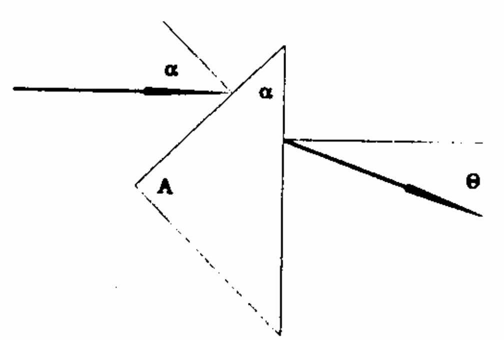
☞ **PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL**☜

inmerso en el aire para el cual el indico de refracción es n_{aire}= 1. Considere que las caras del prisma están cubiertas con un material antireflejante de modo que sobre ellas no ocurre ninguna reflexión.

La intensidad del haz es uniforme a lo largo de su ancho en la dirección z, pero disminuye linealmente con la distancia y al eje x. La intensidad tiene su máximo valor lo cuando y = 0 es nula en y = $\pm 4h$. [Nota: intensidad es potencia por unidad de área , y se expresa en $W \cdot m^{-2}$**.**



1. Para el caso en que el rayo láser incida sobre la cara superior del prisma, escriba las ecuaciones a partir de las cuales el ángulo θ (ver figura) puede determinarse en función de α y n.



2. Exprese en función de I_O, θ, h, w e Y_o, las componentes de la fuerza resultante ejercida sobre el prisma por la luz láser cuando el vértice del prisma se desplaza una distancia y_o a partir del eje x (ver segunda figura), siendo $|y_o|$ <-3h. Dibuje las gráficas de las componentes horizontal y vertical de la fuerza como función del desplazamiento vertical y_o.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

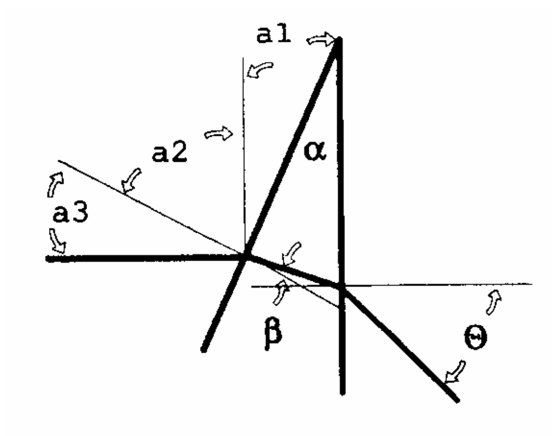
3. Suponga que el rayo láser tiene 1 mm de ancho en la dirección z y 80 μm de espesor en la dirección y. El prisma tiene α =30º , h = 10 μm, n 0 = 1.5, w = lmm y ρ = 2.5 g· cm^{-3}.

¿Qué potencia (en Watts) debe tener el láser para mantener al prisma sin que se caiga debido a la gravedad (en la dirección -Y) cuando el vértice del prisma está en la posición y_o = -h/2 (= -5 μm) por debajo del eje central del rayo láser?

4. Suponga que este experimento se realiza en ausencia de la gravedad (g=O) con el mismo prisma y con un rayo láser de idénticas dimensiones que en el punto 3, pero con $I_o = 10^8$ W·m^{-2}. ¿Cuál será el periodo de las oscilaciones que realiza el prisma cuando se le separa respecto al eje central del haz láser y se le suelta a una distancia y = h/20?

Solución.

1. Este es un problema simple de geometría y ley de Snell.



E1 ángulo de incidencia a3 = α ya que al = α y a1+ a2 = a2 +a3 = 90. E1 ángulo β se encuentra a partir de la ley de Snell, sen α=n sen β E1 ángulo de incidencia en la base es,

$$\frac{\pi}{2}-\left(\pi-\alpha-\left(\frac{\pi}{2}-\beta\right)\right)=\alpha-\beta$$

por lo que

$$\text{sen } \theta = n \text{ sen } (\alpha-\beta)$$

lo que implica que

$$\theta = sen^{-1}\left[nsen\left(\alpha - sen^{-1}\left(\frac{sen\alpha}{n} \right) \right) \right]$$

2. La fuerza sobre el prisma es igual y opuesta a la razón de cambio del momento de la luz láser que pasa a través del mismo. Para analizar esto, considere el cambio de momento de la luz que incide en la mitad superior del prisma.

Pensemos que el rayo láser avienta, sobre la mitad superior del prisma, ru fotones por segundo en trayectoria paralela al eje X. Si la energía de un fotón es E, entonces su momento está dado por

$$P_i = \frac{E}{C} i$$

Un fotón que salga del prisma a un ángulo θ del eje X tendrá una diferencia de momento con respecto al del fotón incidente dada por,

$$\delta \vec{p} = \frac{\mathrm{E}}{c}(\cos\theta - 1)\bar{i} - \frac{\mathrm{E}}{c} sen\theta\bar{j}$$

La razón de cambio del momento de estos fotones será,

$$\vec{F}_{up} = \tau_u \delta \vec{p} = \frac{\tau_u \mathrm{E}}{c}\left[(\cos\theta - 1)\bar{i} - sen\theta\bar{j} \right]$$

La cantidad ruE es la potencia Pu suministrada sobre la cara superior, y la fuerza de retroceso Fu producida por la luz que se refracta a través de la parte superior del prisma está dada por,

$$\vec{F}_u = \frac{P_u}{c}\left[(1 - \cos\theta)\bar{i} + sen\theta\bar{j} \right]$$

Un argumento similar lleva a la expresión para la fuerza en la mitad inferior del prisma,

$$\vec{F}_1 = \frac{P_1}{c}\left[(1 - \cos\theta)\bar{i} - sen\theta\bar{j} \right]$$

De estos dos resultados se obtiene la fuerza neta sobre el prisma**,**

$$\vec{F} = \frac{1}{c}\left[\left(P_u + P_1 \right)(1 - \cos\theta)\bar{i} - \left(P_u - P_1 \right) sen\theta\bar{j} \right]$$

El ángulo θ puede ser expresado en términos de α (ver la respuesta a la parte 1).

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Para encontrar los valores de P_u y P_1 se calcula las intensidades promedio $(I_U)_{prom}$ e $(I_1)_{prom}$ que inciden en cada mitad del prisma y se multiplican por hw, que corresponde al área de las dos mitades del prisma proyectadas perpendicularmente a la dirección del rayo láser. Las intensidades

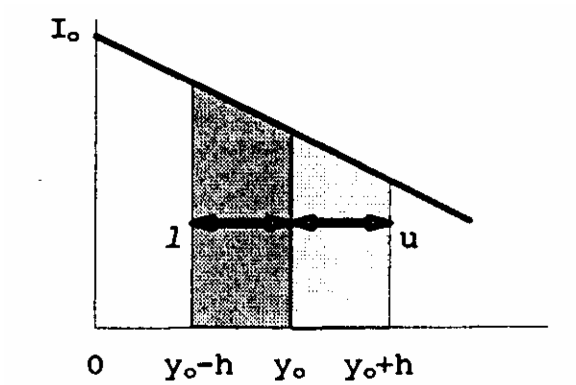
promedio pueden ser fácilmente determinadas ya que la distribución de la intensidad I(y) es función lineal de y.

El problema establece que

$$I(y)=\begin{cases} I_0\left(1-\frac{y}{4h}\right) & para 0<y<+4h \\ I_0\left(1+\frac{y}{4h}\right) & para -4h<y<0 \end{cases}$$

Suponga que el prisma es elevado una distancia y_0 del eje x ($y_0 > 0$). Existen dos casos distintos:

(a) Cuando h <- y_0 < 3h, el prisma completo está enteramente en la mitad superior del rayo. Como se muestra en la siguiente figura, para este caso la intensidad promedio es igual al valor de la intensidad en el centro de cada cara, el cual está en Y_0 + h/2 para la cara superior y en Y_0 - h/2 para la inferior.



Esto permite calcular las intensidades promedio,

$$\left(I_u\right)_{prom}=I_o\left(1-\frac{y_o+h/2}{4h}\right)=I_o\left(\frac{7}{8}-\frac{y_o}{4h}\right)$$

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

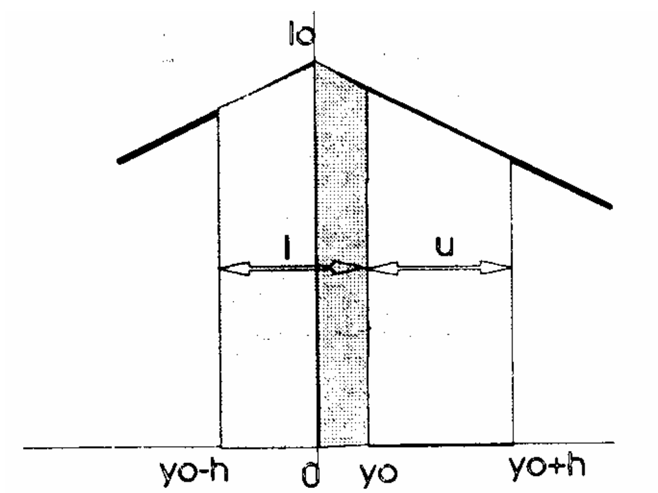
$$\left(I_1\right)_{prom} = I_o\left(1 - \frac{y_o + h/2}{4h}\right) = I_o\left(\frac{9}{8} - \frac{y_o}{4h}\right)$$

De estas ecuaciones se sigue que,

$$F_x = \frac{2hwI_o}{C}\left(1 - \frac{Y_o}{4h}\right)(1 - \cos\theta)$$

$$F_y = -\frac{2hwI_o}{4C} sen\theta$$

(b) Cuando O < y_o < h, la mitad inferior del prisma se encuentra colocada parcialmente en la mitad inferior del rayo láser como se muestra en la siguiente figura.



En este caso, la porción inferior , entre O y y_O, de la mitad inferior del prisma, experimenta una intensidad promedio igual a,

$$\left(I_1\right)_{prom} = I\left(\frac{y_o}{2}\right) = I_o\left(1 - \frac{y_o}{8h}\right)$$

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

La parte entre O y y_o - h ocupa una fracción 1 - y_o/h, del área y experimenta una intensidad promedio igual a

$$\left(I_1\right)_{prom} = I\left(\frac{h-y_o}{2}\right) = I_o\left(\frac{7}{8}-\frac{y_o}{8h}\right)$$

juntando ambas se obtiene la potencia

$$P_L = hw\frac{y_o}{h}\left(I_{l_1}\right)_{prom} + hw\left(1-\frac{y_o}{h}\right)\left(I_{l_2}\right)_{prom} = hwI_0\left(\frac{7}{8}+\frac{y_o}{4h}-\frac{y_o^2}{4h^2}\right)$$

Para el caso de la cara superior, la intensidad promedio tiene la misma dependencia funcional en yO que para la del primer caso, por lo que,

$$P_u = hwI_o\left(\frac{7}{8}-\frac{y_o}{4h}\right)$$

Juntando estos resultados se tiene

$$P_u + P_L = hwI_o\left(\frac{7}{4}-\frac{y_o^2}{4h^2}\right)$$

$$P_u - P_L = -hwI_o\frac{y_o}{2h}\left(1-\frac{y_o}{2h}\right)$$

De esto se sigue que

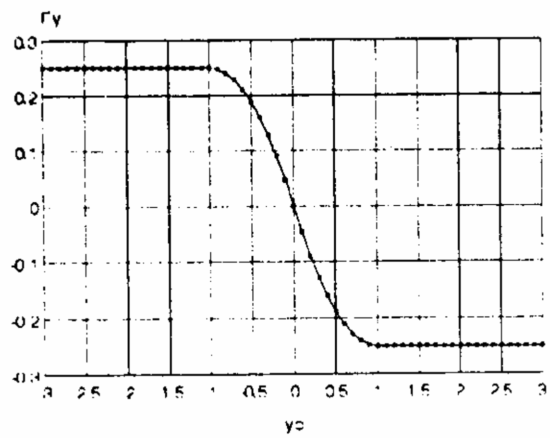
$$F_x = \frac{hwI_o}{C}\left(\frac{7}{4}-\frac{y_o^2}{4h^2}\right)(1-\cos\theta)$$

$$F_y = -\frac{hwI_o}{C}\frac{y_o}{2h}\left(1-\frac{y_o}{2h}\right)sen\theta$$

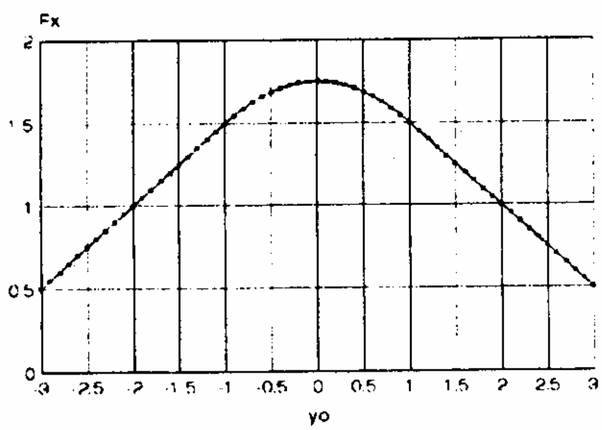
☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Dado que la distribución de intensidades es simétrica alrededor del eje del rayo láser, las soluciones para yo < 0 serán simétricas a las soluciones para $y_o > 0$.

A continuación se muestran las gráficas para F_x y F_y para los casos (a) y (b), esto es $-3h <= y_o <= 3h$.



Gráfica normalizada de F_y en función de y_o para los casos (a) y (b). La variable y_o está normalizada a h y F_y está a $[(I_o wh)/c] \times \text{sen}\ \theta$.



Gráfica F_x vs. y_o. Normalizada a h y $[(hwI_o)/c] \times (1-\cos\theta)$.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

3-Tanto la gráfica como la ecuación de Fy muestran que para tener Fy > 0 y opuesta a la fuerza de gravedad, y_o debe ser < 0. Entonces, para encontrar la fuerza necesaria para sostener el prisma en contra de la gravedad, se debe, encontrar: la masa del prisma, igualar la expresión de la componente vertical de la fuerza del rayo láser con el peso del prisma, y encontrar Io a partir de los parámetros dados. Ese resultado se usará para encontrar la potencia total del rayo láser, encontrando el valor promedio I_{PROM}. sobre la sección transversal del rayo láser especificada.

Por lo tanto, para encontrar la masa del prisma, primero se calcula su volumen = hin tan a. Después se calcula el peso del prisma.

$$m = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left(10^{-3}\right)^2 \times .1 \times 2.5 = 1.44 \times 10^{-7}\, g = 1.44 \times 10^{-10}\, kg;$$

$$mg = 1.42 \text{ x } 10^{-9} \text{ N}$$

La solución al punto (2) supuso un desplazamiento en la dirección y >0, pero como el problema es simétrico se puede utilizar la misma solución. Se desea encontrar el valor I_o que satisface,

$$\frac{I_o hw}{C} \frac{y_o}{2h}\left(1 - \frac{y_o}{2h}\right) sen\theta = mg = 1.42 \times 10^{-9} cuando:$$

$$\theta = 15.9^o$$
$$y_o = h/2$$
$$h = 10x10^{-6}\, m$$
$$w = 10^{-3} m$$

$$I_0 = \frac{3X10^8 X1.42X10^{-9}}{10^{-5} X10^{-3} X.2743/16} = 8.30X10^8 W/m^2$$

ya que la potencia está dada por P = I_{prom}x área del rayo láser, donde $I_{prom} = I_o/2$. Esto nos da,

$$p = 1/2 \text{ x } 8.30 \text{ x } 10^8 \text{ x } 10^{-3} \text{ x } 80 \text{ x } 10^{-6} = 33.2 \text{ W.}$$

4. Un desplazamiento de h/20 corresponde a $Y_o/h = .05 << 1$ de tal manera que la fuerza vertical puede aproximarse por

$$F_y = -\frac{I_o W sen\theta}{2C}$$

Esto corresponde a un oscilador armónico cuya frecuencia angular es,

$$\omega = \sqrt{\frac{I_o W sen\theta}{2mC}} = \sqrt{\frac{I_o sen\theta}{2C\rho h^2 \tan\alpha}}$$

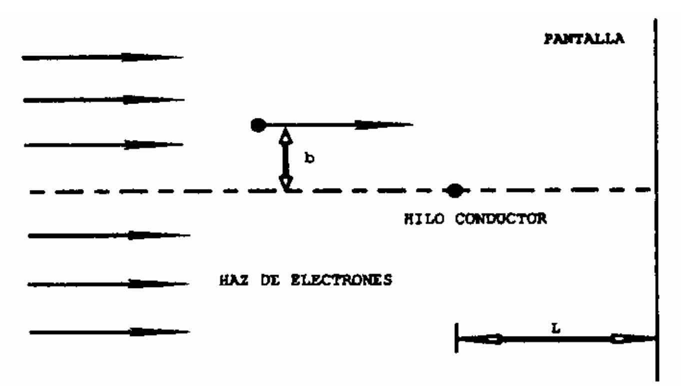
sustituyendo valores,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2\times 3\times 10^8 \times 2.5\times 10^3 \times 10^{-10} \times 1/\sqrt{3}}{10^8 \times 0.274}} = 11.2\times 10^{-3}\, s$$

Problema Teórico 3

HAZ DE ELECTRONES.

Un voltaje V_0 acelera un haz uniforme y paralelo de electrones. Perpendicular al haz se encuentra un alambre (hilo conductor) de cobre cargado positivamente, como muestra la figura.



La letra b indica la distancia a la que pasarla un electrón si el alambre no estuviera cargado. Los electrones llegan a una pantalla situada a una distancia L (>>b) del alambre como se muestra en la figura. El haz inicialmente se extiende hasta las distancias +-b_{max} con respecto al eje del alambre. En la dirección perpendicular a la hoja del papel, tanto la anchura del haz como la longitud del alambre se consideran infinitas.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Use los siguientes valores numéricos:

Radio del alambre, $r_o = 10^{-6}$ m.
Valor máximo de b, $b_{max} = 10^{-4}$ m.

Carga eléctrica por unidad de longitud del alambre, $q_{lineal} = 4.4 \cdot 10^{-11}$ C/m.
Voltaje acelerador, $V_o = 2\ 10^4$ V.
Distancia del alambre a la pantalla, L = 0.3 m.

Además puede utilizar los valores numéricos de la siguiente tabla:

MAGNITUD		VALOR
Radio medio terrestre	R_t	$6.4X10^{6}$ m
Aceleración de la gravedad	g	9.8 m/s^2
Constante gravitacional	G	$6.67X10^{-11}$ Nm^{2}kg^{-2}
Permitividad del vacío	ε_0	$8.85X10^{-12}$ C^{2}N^{-1}m^{-2}
Permeabilidad del vacío	μ_0	$4\pi X10^{-7}$ N A^{-2}
Velocidad de la luz	c	$3.00X10^{8}$ m s^{-1}
Carga del electrón	e	$1.60X10^{-19}$ C
Masa del electrón	m_e	$9.11X10^{-31}$ Kg
Masa del protón	m_p	$1.67X10^{-27}$ Kg
Constante de Planck	h	$6.63X10^{-34}$ J s
Numero de avogadro	N_A	$6.02X10^{23}$ mol^{-1}
Constante de Boltzman	K	$1.38X10^{-23}$ JK^{-1}
Constante de los gases	R	8.31 J mol^{-1} K^{-1}

Preguntas:

1) Calcule el campo eléctrico E que produce el alambre a su alrededor como función de la distancia. Dibuje la gráfica de la magnitud de E como función de la distancia al eje del alambre.

2) Calcule la desviación angular de un electrón (θ_{final}),que es el ángulo (muy pequeño) entre la dirección de la velocidad inicial del electrón y la dirección de la velocidad con que llega a la pantalla. Considere valores de b talos que el electrón no choque con el alambre.

3) Calcule y represente gráficamente la distribución de impactos (intensidad relativa) a lo largo de la pantalla, de acuerdo con la física clásica. Proporcione los detalles cuantitativos que pueda acerca de la distribución.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

4) La física cuántica predice una distribución de la intensidad muy distinta con respecto a la predicción de la física clásica. Represente gráficamente la predicción cuántica con los detalles cuantitativos que pueda.

NOTA: Para las partes 2, 3 y 4 realice las aproximaciones adecuadas para que pueda encontrar soluciones tanto analíticas como numéricas.

Solución.

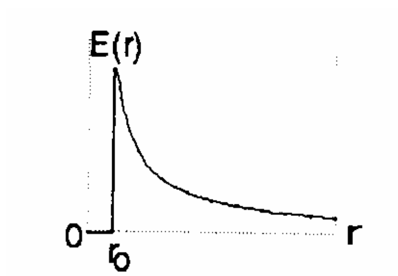
1. Usando argumentos de simetría, el campo eléctrico apunta radialmente hacia afuera del alambre, y su magnitud solamente dependerá de el radio r (en coordenadas cilíndricas). Construya un cilindro imaginario, de radio $r > r_o$ y longitud unitaria,
alrededor del alambre y use la ley de Ganes,

$$2 \pi r E(r) = \frac{q_{lineal}}{Eo}$$

Por lo tanto,

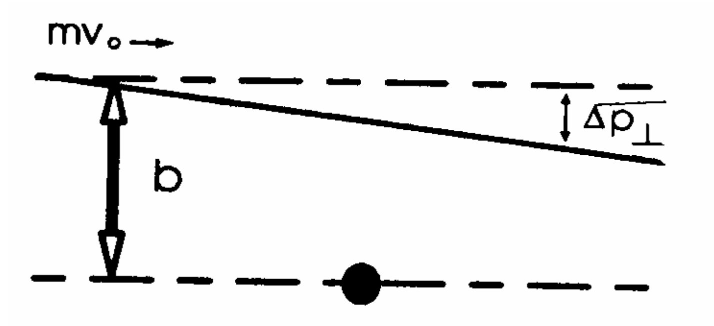
$$E(r) = \frac{q_{lineal}}{2\pi r \in_o} = \frac{0.791}{r}\frac{N}{C}\left(r \geq r_o\right)$$

Cuando $r < r_o$, el campo eléctrico es cero ya que el alambre es un buen conductor, en otras palabras, el campo es nulo dentro del alambre.



2. El enunciado menciona que la Reflexión angular es pequeña. En este caso, el ángulo de deflexión Gr,n.l, puede ser estimado por el cociente de dividir el momento lineal, que el electrón ha adquirido en la dirección transversal a su velocidad inicial, entre su momento inicial, como se muestra en la siguiente figura,

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜



esto es,

$$\theta_{final} \approx \frac{\Delta p\perp}{mv_o}$$

Una primera aproximación del momento transversal puede hacerse de la siguiente manera:

La fuerza transversal, donde su valor es significativo, es del orden de

$$\frac{eq_{lineal}}{2\pi \in_o b}$$

Esta fuerza actúa, de manera significativa, durante una distancia del orden 2b, por lo que actúa un lapso del orden $2b/v_o$.

El producto de la fuerza por el tiempo nos da una estimación del momento transversal. Este es

$$\left|\Delta p_{\perp}\right| \approx \frac{eq_{lineal}\,2b}{2\pi \in_o 2v_o} = \frac{eq_{lineal}}{\pi \in_o v_o}$$

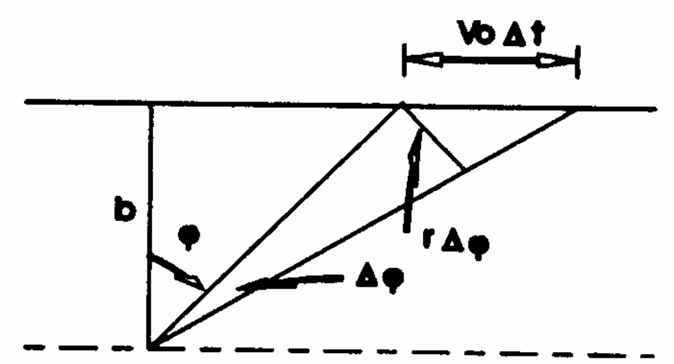
por lo tanto, después de utilizar el principio de conservación de la energía, $1/2mv^2_o = e\,V_o$, se tiene:

$$\theta_{final} \approx \frac{eq_{lineal}\,2b}{\pi \in_o mv_o^2} = \frac{q_{lineal}}{\pi \in_o 2v_o} = 3.96\times 10^{-5}\,radianes$$

Nótese que la deflexión angular es extremadamente pequeña y, que ésta, es independiente del parámetro de impacto b. La fuerza entre el alambre, cargado positivamente, y el electrón es atractiva, por lo que la trayectoria de éste se desviará hacia el alambre, aunque solo ligeramente.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Una estimación mas precisa, sobre la magnitud de la deflexión, puede hacerse mediante una sencilla integración para |AP~I. Para esto, aproximamos la trayectoria real, por una recta que pasa a una distancia b del alambre, como se muestra en el siguiente diagrama,



de la figura podemos deducir,

$$\left|F_{\perp}\right| = \frac{eq_{lineal}}{2\pi \in_o r}\cos\varphi, v_o \Delta t \cos\varphi = r\Delta\varphi, porloque, \Delta t = \frac{r\Delta\varphi}{v_o \cos\varphi}$$

$$\left|F_{\perp}\right|\Delta t = \frac{eq_{lineal}}{2\pi \in_o r}\cos\varphi \frac{r\Delta\varphi}{v_o \cos\varphi} = \frac{eq_{lineal}}{2\pi \in_o v_o}\Delta\varphi$$

Sumando incrementos en Δφ en el intervalo π/2 a π/2 produce,

$$\left|\Delta p_1\right| = \frac{eq_{linea}}{2 \in_0 V_0}$$

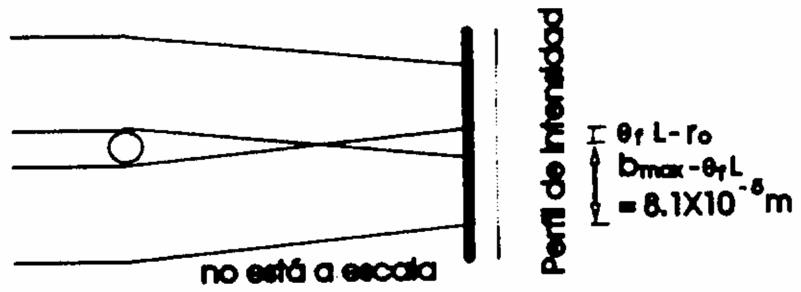
Esta mejor estimación difiere de la anterior por un factor de π/2. El resultado de esta estimación es:

$$\theta_{final} = \frac{eq_{linal}}{2 \in_0 m v_0^2} = \frac{q_{lineal}}{2 \in_0 2V_0} = 6.21x10^{-5} radianes$$

3.El efecto de deflexión del rayo ocurre con mayor intensidad a separaciones del alambre del orden de b. Por lo tanto, podemos aproximar la trayectoria del electrón mediante dos líneas rectas que se doblan al pasar cerca del alambre. Por lo tanto, el desplazamiento transversal de cada trayectoria, en la posición donde se encuentra la pantalla es: (desplazamiento transversal) = θ_{final} L = 6.21 x 1O^{-5} x 0.3 = 1.86 X 10^{-5} m ≈ 19 r_0 >> r_0.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

De lo anterior se deduce que hay porciones del haz que pasan al lado opuesto del alambre y producen una región de traslape como se muestra en el diagrama,

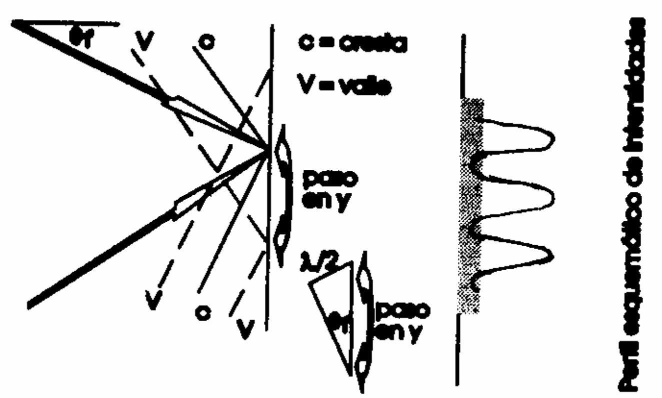


La región de traslape total es:
2 x (θ_{lineal} L - r_0) ~ 36 r_0- 36 x 10^{-5}- m.

4. Asociado al haz de electrones, existe un patrón cuántico ondulatorio, cuya longitud de Broglie es,

$$\frac{h}{mV_0} = \frac{h}{\sqrt{2meV_0}} = 8.68x10^{12}\,m$$

La longitud de Broglie es mucho menor que la anchura del haz ($2b_{max}$), por lo que se pueden ignorar los efectos de "rejilla de difracción". En cambio, hacia la derecha del alambre, dos ondas planas, que viajan a un ángulo fijo ($2\theta_{final}$) con respecto a ellas mismas, se traslapan e interfieren. En la región donde, clásicamente, las dos mitades del haz original interfieren, habrán máximos y mínimos. (crestas y valles).



☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

De la figura podemos escribir:

(Intervalo entre sitios de interferencia constructiva) = (paso en y),

$$\text{(paso en y)} = \frac{\lambda/2}{sen\theta_{final}} = \frac{\lambda/2}{\theta_{final}} = \frac{\frac{1}{2}x8.68x10^{-12}}{6.21x10^{-5}} = 7.00x1^{-8}\,m$$

El hecho de que la región de traslape tenga un ancho total de aproximadamente 36 x 10^{-6} metros, implica que existirán alrededor de 500 crestas. Es interesante hacer notar que el intervalo entre dos máximos no depende ni de b o b_{max}, a diferencia de la interferencia de una rejilla con dos ranuras.
NOTA. Este problema esta basado en el experimento clásico de G. Molenstedt y H. Duker, *"Observation and Measurement oí Biprism Interferente with Electrón Waves"* Zeitechrift für Physik, 145, pp 377-397 (l966).

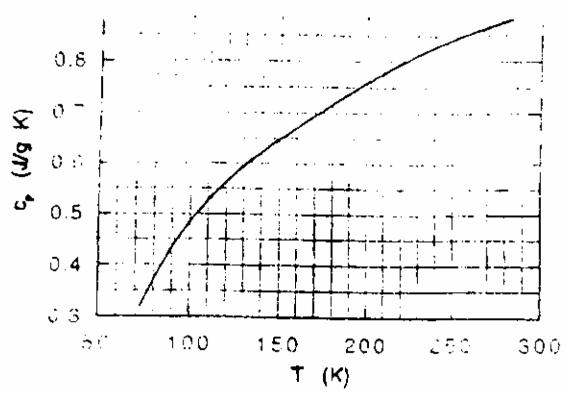
Problema experimental 1.

Calor de Vaporización del nitrógeno.
El propósito de este experimento es medir el calor (latente) de vaporización por unidad de masa (L) del nitrógeno usando dos métodos. En el primer método (método # 1), introducirá una pieza de aluminio en la muestra de nitrógeno liquido y medirá cuánto nitrógeno se evapora a medida que el aluminio se enfría, En el segundo método (método # 2), suministrará energía en forma de calor a la muestra de nitrógeno liquido con una rapidez conocida, y determinará la rapidez con la que se vaporiza.

El nitrógeno liquido le será proporcionado en un recipiente, y parte de éste deberá verterse en el vaso portamuestra para colocarlo en la balanza. La lectura de la masa en la balanza irá decreciendo a medida que el nitrógeno se vaporiza. Lo anterior ocurre: 1) Porque el recipiente no es un aislante perfecto. 2) Porque se está suministrando energía en forma de calor al nitrógeno liquido cuando la pieza de aluminio se enfría (método 1). 3) Porque se está suministrando energía en forma de calor al nitrógeno liquido al pasar corriente eléctrica por una resistencia situada dentro del nitrógeno (en el método #2).

Tiene usted a su disposición un multimetro que puede usarse para medir voltaje (V), corriente (I) y resistencia (R). También se le proporciona un cronómetro, así como las instrucciones para el uso del multimetro y del cronómetro. Se le proporciona un hilo para que introduzca la pieza de aluminio en el nitrógeno liquido muy lentamente.

Método # l
El calor específico del aluminio (c) varía de forma importante en el intervalo de temperaturas entre la temperatura ambiente y la temperatura a la que el nitrógeno liquido se vaporiza (77 K). La gráfica muestra la variación de c con la temperatura.



Realice un experimento para medir cuanto nitrógeno liquido se vaporiza al enfriarse la pieza de aluminio. Use esta medida y la gráfica del calor especifico del aluminio para determinar el calor de vaporización por unidad de masa (calor latente) del nitrógeno. Se puede suponer que la temperatura ambiente es de 21 ± 2 C. Asegúrese de incluir una estimación cuantitativa del error en el valor del calor de vaporización que haya encontrado.

Método # 2
Realice un experimento para medir la rapidez a la que el nitrógeno liquido se vaporiza cuando una corriente eléctrica pasa a través de una resistencia colocada dentro del nitrógeno liquido. Se le proporciona una fuente de corriente directa, Use el resultado anterior para determinar el calor de vaporización por unidad de masa del nitrógeno. Asegúrese de incluir una estimación cuantitativa del error en el valor del calor de vaporización que haya encontrado.

Solución.
Método # 1
Se pesa en la balanza la masa m del trozo de aluminio.
Esta resulta ser m = 19.4 + 0.1 g.
Se coloca el recipiente con el nitrógeno liquido sobre el plato de la balanza, y se observa cuál es su rapidez de vaporización. Para este propósito, se observa como va disminuyendo el poso del recipiente debido a que el nitrógeno se va evaporando. Cada vez que se pierde un gramo, se registra en el cronómetro el tiempo, convirtiéndolo a segundos. Los resultados se indican en la tabla

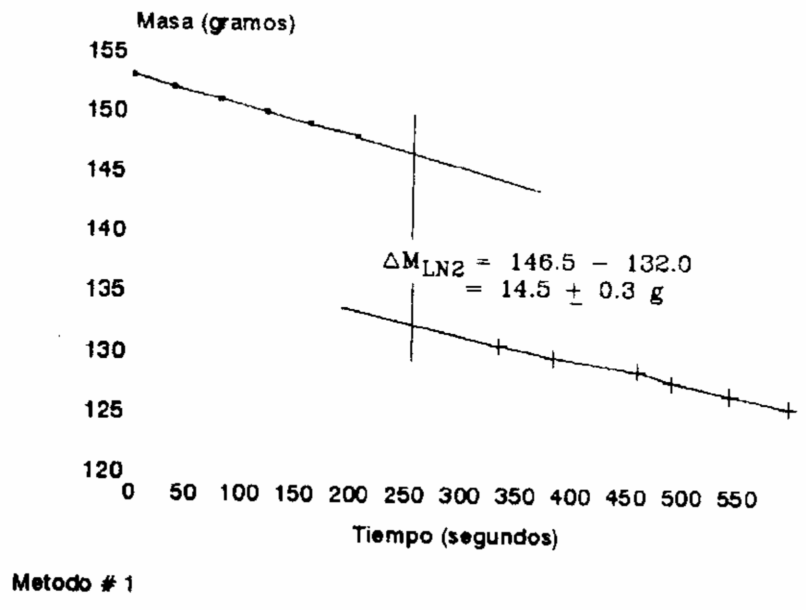
Masa total (en gramos)	Cronómetro	Tiempo transcurrido (s)
153	0 :00.0	0
152	0 :36.8	36.8
151	1 :19.1	79.1
150	2 :00.7	120.7
149	2 :40.5	160.5
148	3 :23.1	203.1

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Posteriormente se introduce lentamente la masa de aluminio (m = 19.4 g) al recipiente con el nitrógeno Se observa cuál es la rapidez de vaporización. Los resultados se indican en la tabla.

Masa total (g)	Cronómetro	Tiempo transcurrido (s)
150-19.4 = 130.6	5 :31.8	331.8
149-19.4 = 129.6	6 :21.6	381.6
148-19.4 = 128.6	7 :17.3	457.3
147-19.4 = 127.6	8 :08.6	488.6
146-19.4 = 126.6	9 :00.9	540.9
145-19.4 = 125.6	9 :54.6	594.6

Se grafican ambas tablas.



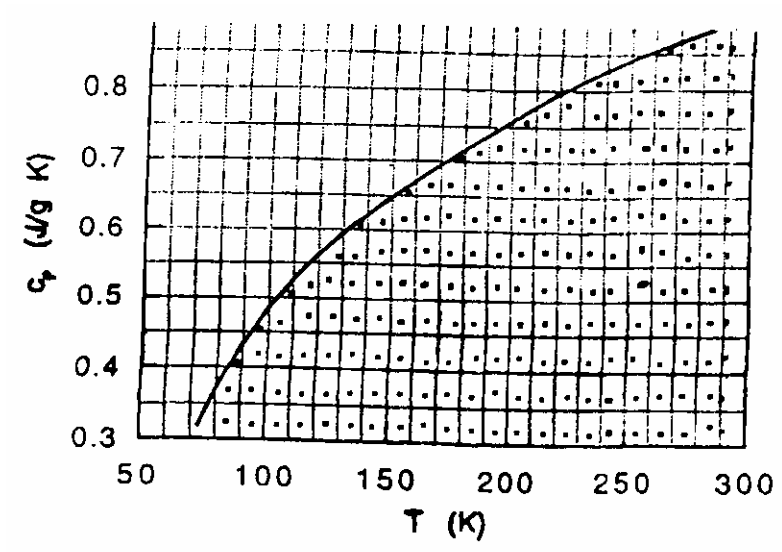
De la gráfica anterior se obtiene la pérdida de masa del nitrógeno ΔM_{LN2} 146.5 - 132.0 = 14.5 + 0.3 g. Este valor, multiplicado por el calor latente del nitrógeno, nos da el calor transferido por el aluminio, éste es: $Q = L \times (\Delta M_{LN2})$

Para calcular Q, y en consecuencia obtener L, se utiliza,

$Q = m \int c_p dT$.

La integración se realiza con ayuda de la gráfica dada en el enunciado del problema. El área bajo la curva se divide en dos: El rectángulo de altura 0.3 y base (293 -77) y el área comprendida entre

0.3 y la curva. Esta última se calcula contando los rectangulitos cuya altura es 0.5. En total son aproximadamente 173 rectangulitos como se muestra abajo.



El resultado es:

$$\int_{77}^{293} C_p dT = (0.3)(293 - 77) + (173)(.5) \approx 64.8 + 86.5 = 151 \pm 2 J / g$$

que, multiplicando por el valor de la masa, nos da el valor de Q. Éste es,

$$Q = \int m\, C_p\, dT = (19.4 \pm 0.1\ g)\ (\ 151 + 2\ J/g) = 2930 + 42\ J.$$

Finalmente,

$$L = \frac{Q}{\Delta M_{LN2}} = \frac{2930 \pm 42 J}{14.5 \pm 0.3 g} = 202 \pm 5 \frac{J}{g}$$

Método #2

El método consiste en sumergir la resistencia dentro del recipiente con nitrógeno líquido, y medir cuanta masa pierde éste último por evaporación. Posteriormente se hace circular corriente eléctrica a través de la resistencia. Se mide cuanta masa se pierde. La potencia disipada se mide con el multiamperímetro, ya sea regitrando, el voltaje V a través de la resistencia o midiendo la corriente I que fluye por ella, o el valor R de la resistencia, mediante las relaciones:

$$P = IV = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$

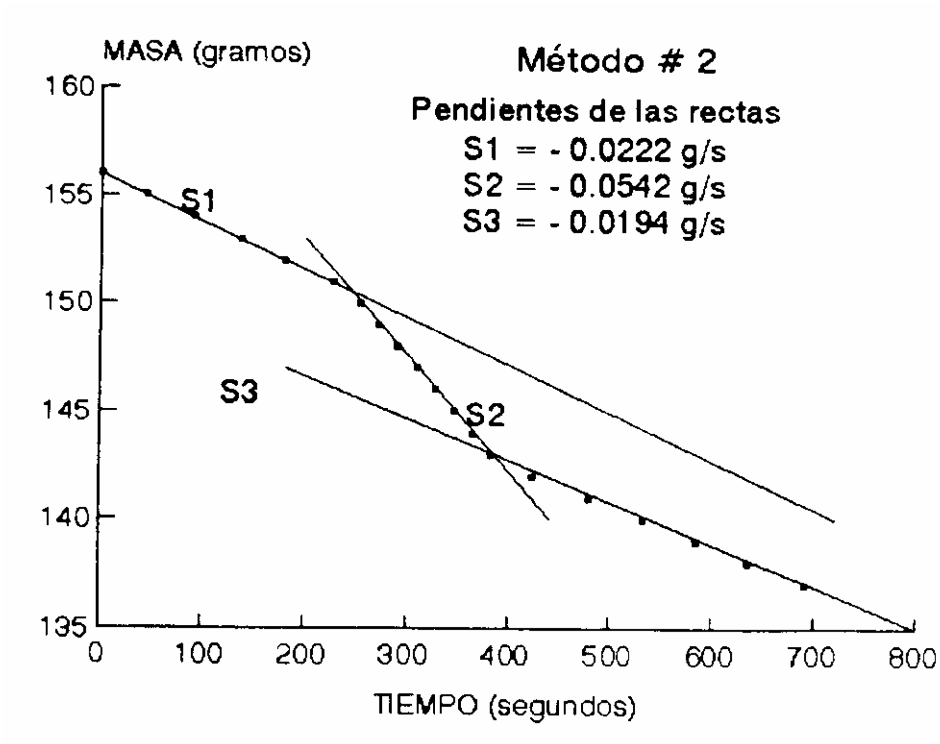
☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Se desconecta la resistencia de la fuente de poder. Como la resistencia no se "enfría" inmediatamente, se tiene que medir cuál es la razón de pérdida de masa del nitrógeno líquido, una vez que se ha desconectado la corriente eléctrica.
Las pérdidas de masa están dadas, para las tres etapas del experimento, en la siguiente tabla.

Potencia	Masa total (g)	Cronómetro	Tiempo transcurrido (s)
P = 0	156	0 :00.0	0
	155	0 :45.2	45.2
	154	1 :31.4	91.4
	153	2 :16.2	136.2
	152	2 :60.0	180.0
	151	3 :47.2	227.2
P ≠ 0	150	4 :13.6	253.6
	149	4 :32.1	272.6
	148	4 :50.1	290.1
	147	5 :08.9	308.9
	146	5 :27.2	327.2
	145	5 :45.7	345.7
	144	6 :04.1	364.1
	143	6 :21.9	381.9
P = 0	142	7 :02.3	422.3
	141	7 :58.4	478.4
	140	8 :51.2	531.2
	139	9 :43.7	583.7
	138	10 :34.6	634.6
	137	11 :30.7	690.7

A continuación graficamos los datos de la tabla. En la gráfica se muestran los valores de las pendientes de las rectas. El valor promedio de la pendiente para P = 0 es S(P = 0) = - 0.020 ± 0.001 g/s y, para P ≠ O es, S(P ≠ 0) = - 0.054 ± 0.001 g/s.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜



La pérdida de masa del nitrógeno líquido por unidad de tiempo será:

$$\left|\frac{\Delta M_{LN2}}{\Delta t}\right| = 0.054 - 0020 = 0034 \pm 0.0014 g/s$$

Como la potencia disipada P es,

$P = |Q/\Delta t| = L\ |\Delta M_{LN2}/\Delta t|$,

bastará despejar L y calcular la potencie P. Esta última se calcula a partir de los valores experimentales:

R = 23.0 Ω (a la temperatura de nitrógeno liquido),
V = 12.7 V,
I = 0.56 A.

La potencia será:

$P = I\ V = 7.11$ W
$P = I^2 R = 7.21$ W
$P = V^2/R = 7.01$ W

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

El promedio de estos valores es
P = 7.1 ± 0.1 W.

Substituyendo se tiene finalmente,

L P/|ΔM_{LN2}/Δt| = (7.1 ± O.1)/(O.034 ± 0.0014)

= 209 ± 9 J/g

que concuerda con el obtenido por el método # 1

Problema experimental 2

MOMENTOS MAGNETICOS Y CAMPOS MAGNETICOS.

E1 experimento consta de dos partes:

Parte 1: En un sobre marcado con una "X" encontrará un pequeño imán permanente de forma cilíndrica. Deberá determinar el valor de su momento magnético denotado por μ_2.

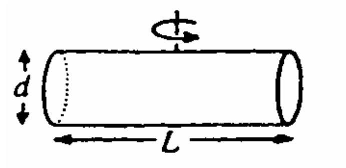
Parte 2: Deberá determinar el campo magnético producido por una distribución axial de imanes. Los imanes están contenidos en un sobre marcado con una "B”.

En sus experimentos usted deberá hacer uso de los siguientes hechos:
(1) E1 campo magnético B producido por un dipolo magnético en un punto situado en el eje de este y a una distancia x de su centro (ver figura), es paralelo al ele del dipolo y magnitud viene dada por :

$$B(x) = \frac{2\,\mu K}{|x|^3}$$

donde B esta dado en Tesla
[=N/(A· m)], R = 10^{-7} Tesla · m/A, x en metros, y μ en A · m^2.

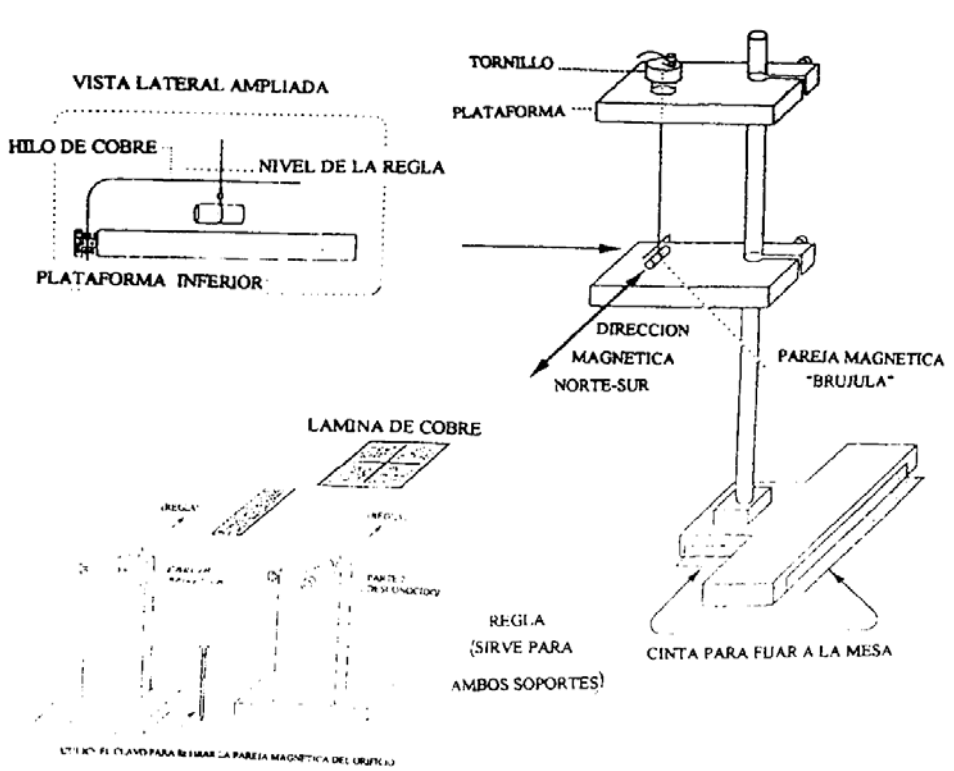
(2) El Periodo de las pequeñas oscilaciones de torsión (angulares) de un imán que cuelga libremente en forma horizontal, como por ejemplo una aguja imantada en el campo magnético de la Tierra, esté dado por :



$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\mu B_h}}$$

donde B_h es la componente horizontal del campo magnético resultante del imán, e I es el momento de inercia del imán alrededor de un eje vertical que pase por su centro.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL.



E1 dispositivo consiste de un soporte de madera con dos plataformas. De la plataforma superior se cuelga un hilo delgado y en el extremo libre del hilo se sujeta un imán (que puede ser "X" o "A"). Sobre la plataforma inferior se puede colocar una lámina de cobre, debajo del imán colgado, y su función es la de amortiguar su movimiento, de ser necesario hacerlo. Se entregan además dos soportes auxiliares de madera, uno se puede utilizar para sostener el sistema de imanes "B" que se usa en la parte 2.

Con la regla colocada en uno de los soportes auxiliares se puede medir la distancia entre el imán suspendido y el imán sujeto al mismo soporte.

Advertencia: Los imanes son muy intensos. Asegúrese de sujetarlos fuertemente de modo tal que no se escapen de sus manos.

PARTE 1

E1 momento magnético (μ_x) que se deberá determinar, es aquel producido por la pareja de imanes contenida en el sobre "X". Lo imanes están marcados en sus extremos por una combinación de letra y de número. Mantenga siempre junta esta pareja. E1 momento de inercia I_x de esta pareja ha sido calculado y está escrito en el sobre "X", pero su momento magnético μ_x no se puede suponer igual a μ_x. Los imanes de una pareja dada pueden separarse al sacarlos del sobre y pueden colocarse a ambos lados del disco de bronce que cuelga del hilo formando una pareja de barras magnéticas (como la aguja de una "brújula") cuyo periodo de torsión debe ser medido. (el valor I_x, escrito en el sobre "X", incluye los efectos del disco de bronce).

Otra pareja de imanes, colocada en el orificio del soporte de madera, puede ser usada para influir sobre la pareja de imanes utilizados como "brújula", afectando su periodo y su posición de equilibrio angular. La posición angular se puede estudiar más convenientemente colocando una plaquita de cobre a unos pocos milímetros por debajo de la "brújula" con el propósito de frenar las oscilaciones (amortiguamiento electromagnético).**Por favor no marque ni escriba nada en la placa de cobre.**

Necesitará trabajar con más de una posición relativa de estas parejas de imanes. **Dibuje diagramas con sus símbolos y letreros, mostrando cada arreglo experimental usado. Además escriba ecuaciones para Postra cómo combinarla sus distintas observaciones para obtener el valor de μ_x.**

Mantenga todos los imanes en el mismo plano horizontal. Tenga en cuenta que en el soporte principal, el tornillo superior puede girarse (rotarse) y se puede ajustar la longitud del hilo. La posición de cada plataforma también puede ser ajustada.

DETALLES PRÁCTICOS (¡IMPORTANTE!)

(1) MONTAJE DE LAS PAREJAS DE BARRAS MAGNÉTICAS Y SU EMPLEO.

Sostenga una barra magnética (o imantada) con los dedos pulgar e índice de una mano. Centre el disco de bronce sobre uno de los extremos de la barra. Luego, con mucho cuidado y sin tirar del hilo, acerque lentamente la segunda barra magnética hasta que entre en contacto con el disco. Así se forma la "pareja de barras magnéticas" o "brújula" ("X" o "A"). También evite tirar del hilo al separar las barras que forman la "brújula".

Advertencia:

Una violenta unión entre la pareja de imanes puede astillar las barras magnéticas o romper el hilo del que cuelga una de ellas. Si lo último ocurriese, el hilo puede enhebrarse y colgarse de nuevo (consulte a los asistentes sí se necesita).

(2) Estudie el modo de oscilación de torsión. Para evitar la excitación del modo de oscilación “pendular", está montado en la plataforma inferior del soporte principal un dispositivo formado por un alambre de cobre. Gire este dispositivo de manera que la pieza horizontal esté casi rozando el hilo en un punto a unos 2 mm por encima de donde está anudado el hilo. Por medio de una ligera rotación adicional en la misma dirección, mueva el alambre unos pocos milímetros mas para separar el hilo ligeramente de la vertical.

Advertencia:

Si esto no se hace, los dos modos de oscilación pueden "acoplarse" provocando una variación periódica en la amplitud de las oscilaciones de torsión, cambiando así su periodo. Utilice el clavo mostrado en la figura anterior, para iniciar las oscilaciones de torsión en forma controlada.

(3) Mantenga quietos los objetos magnéticos o magnetizables y tan lejos como sea posible del lugar del experimento. Considere objetos tales como el clavo, relojes de pulsera, bolígrafos, etc. La mesa tiene algunos soportes de acero; si usted quiere cambiar la posición del aparato considere este factor.

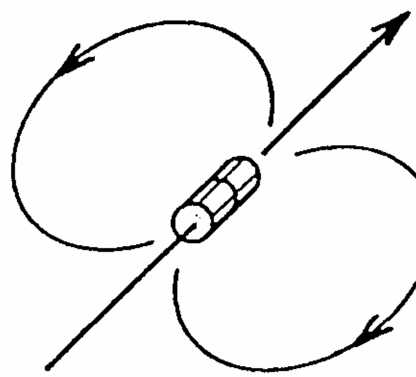
SUGERENCIAS:

(i). La constante de torsión del hilo es pequeña y puede considerarse despreciable en el análisis anterior si el hilo tiene una longitud razonablemente larga, esto es, alrededor de unos 15 cm.

(ii). Quizás observe que la pareja de imanes no cuelga horizontalmente. Esto se debe a la componente vertical del campo magnético terrestre. Este efecto es pequeño y debe despreciarse. En otras palabras: considere que el imán está en posición horizontal.

(iii) Se sugiere no hacer el análisis de errores de la parte 1 hasta haber hecho las medidas necesarias para la parte 2.

(iv) **No debe hacer suposición alguna sobre el valor del campo magnético terrestre.**

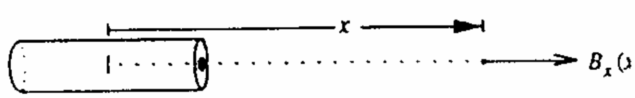


Esquema de las lineas de campo de la pareja mágnetica.

PARTE 2

El tubo de aluminio (en el sobre "B") contiene un conjunto de imanes que presentan una distribución de campo magnético con simetría axial.

En cada punto del eje x la componente B_x del campo magnético de esta estructura, varía en función de la distancia x al centro del tubo según la relación B_x (x) = C x^p. Determine el exponente p calculando el error aproximado. Como indica la figura, se debe estudiar solamente el campo a lo largo del eje en el lado del extremo de tubo señalado con el punto negro.



Solución(es):

Parte 1: **Determinación de** μ_x.

Idea Básica.

La idea básica que permite resolver el problema está contenida en la siguiente cita del enunciado del problema: *"El periodo de las pequeñas oscilaciones de torsión (angulares) de un imán que cuelga libremente en forma horizontal, como por ejemplo una aguja imantada en el campo magnetice de la Tierra, está dado por:*

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\mu B_h}}$$

donde B_h es 1a componente horizontal del campo magnetice resultante del imán, e I es el momento de inercia del imán alrededor de un eje vertical que pase por su centro."

Esto implica que el periodo de oscilación del imán suspendido de un hilo, depende del **producto** de su momento y de la componente horizontal del campo magnético terrestre. Por otro lado, el grado al cuál ese mismo imán puede influir sobre la dirección en que apunta otro imán usado como "brújula" depende del cociente entre estas dos cantidades (momento magnético y componente horizontal del campo terrestre). Esto también está indicado en el enunciado:

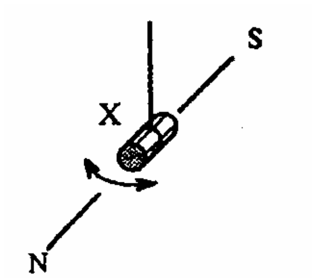
$$B(x) = \frac{2\mu K}{|x|^3}$$

Se sigue entonces que mediante mediciones basadas en ambas ecuaciones, tanto el momento magnético desconocido y la componente horizontal del campo gravitacional de la Tierra puedan ser determinados. Al parecer esta idea fue sugerida por Gauss.

Primera solución: El "método del giro"

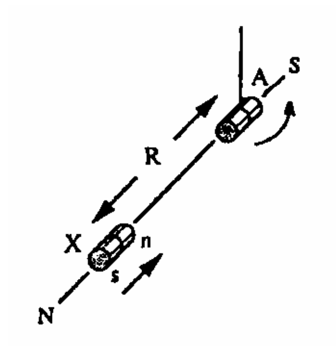
Se cuelga el imán X de un hilo y se mide su periodo de oscilación T_x. La ecuación que rige el fenómeno es,

$\mu_x B_h = I_x (2\pi / T_x)^2$.......(1)



Como siguiente paso se cuelga el imán A de un hilo. Para evitar las pequeñas oscilaciones del imán, se coloca bajo éste la placa de cobre. Como es obvio, el imán A se alineará a lo largo del campo magnético terrestre B_h. A continuación se acerca el imán X como se muestra en la figura.

☞ **PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL**☜



Cuando la distancia es R = R_0 el imán A se voltea abruptamente y se cumple,

$\mu_x = (2K)/R_0^3 = B_h$.........(2)

Combinando (1) y (2) se obtiene la siguiente expresión,

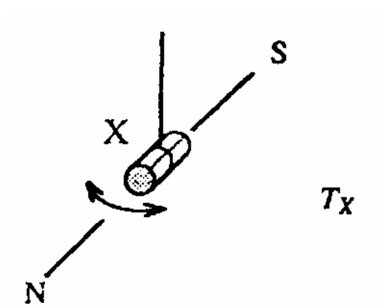
$$\mu_x = \frac{R_0^{3/2}}{(2K)^{1/2}} \frac{2\pi}{T_x} (I_x)^{1/2}$$

Esta expresión no depende ni de μ, ni de I.

Sustituyendo el valor de T_x en Ella obtenemos μ_x.

Segunda solución: "Método dinámico con tres incógnitas"

El método consiste en usar un imán para influenciar el periodo de oscilación del otro. Como los momentos magnetices de ambos imanes no son necesariamente iguales, queda claro que dos clases de mediciones no serán suficientes. La siguiente descripción muestra cómo puede realizarse el experimento con tres clases de mediciones.
Primero se mide el periodo de oscilación T_x del imán X.

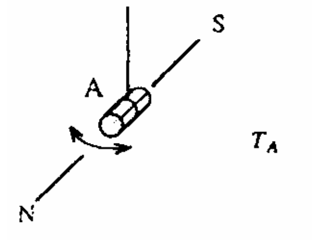


La ecuación que rige en este caso, es la misma que la ya mostrada en la primera solución:

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

$\mu_x B_h = I_x (2\pi / T_x)^2$........(1)

Después se mide el periodo de oscilación T_A del imán A.

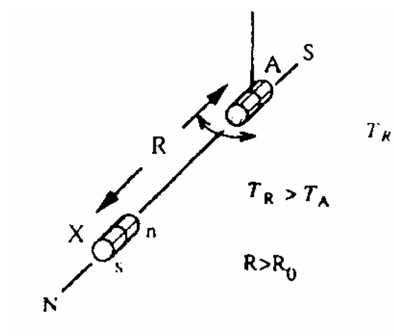


La ecuación que rige este caso es análoga a la anterior.

$\mu_x B_h = I_x (2\pi / T_x)^2$........(2)

Hay que hacer notar que el momento de inercia del imán A no es igual al de X, el cual sí se conoce.

Finalmente, se cuelga el imán A y se altera su periodo de oscilación acercándole el imán X y dejando este último, en una posición R fija ($R > R_0$), como se muestra en la figura.



La ecuación que rige esta situación puede escribirse como:

$$\mu_A \left[B_h - \mu_x \frac{2K}{R^3} \right] = I_A (2\pi / T_R)^2 ....(3)$$

Hay que notar que, cuando el imán X está situado en una posición mayor que la distancia R_0, el periodo de las oscilaciones aumenta ($T_R > T_A$).

La primera impresión que se tiene al examinar las tres ecuaciones para este caso, es la de tener 4 incógnitas, ya que el momento de inercia de A no es necesariamente igual al de X. Si se inspecciona las ecuaciones (2) y (3), se observa que el cociente m_x/B_h puede ser expresado en términos de cantidades experimentalmente medibles. Entonces, dividiendo (3) entre (2) se tiene:

$$\left[1-\left(\frac{T_A}{T_R}\right)^2\right]\frac{R^3}{2K}=\frac{\mu_x}{B_h}$$

Multiplicando miembro a miembro esta expresión por (1) y sacando raíz cuadrada se encuentra:

$$\mu_x=\frac{R^{3/2}}{(2K)^{1/2}}\frac{2\pi}{T_x}(I_x)^{1/2}\left[1-\left(\frac{T_A}{T_R}\right)^2\right]^{1/2} \quad ....(4)$$

De manera análoga, volteando los polos del imán, se pude utilizar al imán X para aumentar el periodo de oscilaciones T_A del imán A, ($T_R < T_A$). Este caso es formalmente equivalente al anterior con la salvedad de que el signo para K se invierte. Por lo que se puede escribir,

$$\mu_x=\frac{R^{3/2}}{(2K)^{1/2}}\frac{2\pi}{T_x}(I_x)^{1/2}\left[\left(\frac{T_A}{T_R}\right)^2-\right]^{1/2}$$

Experimento muestra.
E1 segundo método fue utilizado para determinar m_x. Se midió el lapso que transcurrió para 20 oscilaciones E1 imán X se colocó a una distancia R = 17.0 ± 0.1 cm. E1 momento de inercia es I_x = (4.95 ± O.l)xlO^{-8} kg m^2. Los valores obtenidos fueron:

T_x = 0.546 ± 0.003 s
T_A = 0. 550 ± 0.004 s
T_R = 1. 084 ± 0.004 s

Sustituyendo lo valores en (4) se obtiene,

m_x = 0.346 ± 0.005 A m^2

Para comparación, se midió m con un magnetómetro (a una distancia de 16 cm), dando como resultado un valor de 0.345 ± .003 A m^2.

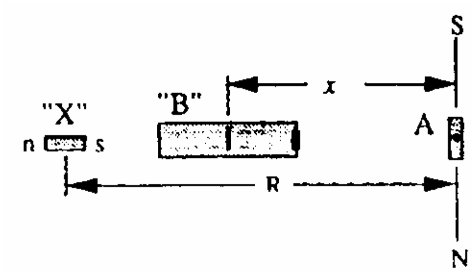
Parte 2
E1 experimento consiste en determinar la dependencia con la distancia del campo de un imán "B". Para este propósito se emplearán tres métodos: Para distancias cortas, medianas y largas.

A continuación describiremos cada uno de los métodos utilizados:

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

Método I. " Neutralización de la deflexión estática transversal".

E1 procedimiento consiste en colocar al imán A sobre una placa de cobre para amortiguar oscilaciones. E1 imán B se coloca a una distancia x en posición transversal, como lo indica la figura. En esta posición, B tenderá a alinearse con el campo de A. Sin embargo, podemos neutralizar la tendencia a alinearse



colocando el imán X a una distancia R del imán A. La distancia R se ajustara de manera que B no se deflecte.

La lógica a seguir es la siguiente: E1 imán X, a una distancia R del imán A, tiene que nulificar el efecto que A produce en B. Este último efecto es igual al que el imán B produce en A, pero a una distancia x. La condición de equilibrio será entonces,

$$B_B(x) - B_x(R) = \frac{2K\mu_x}{R^3}$$

A continuación presentamos el experimento muestra.

La fórmula empleada es,

$$B_B = -\frac{2K\mu_x}{R^3} = \frac{\left[(2x10^{-7})Tm/A\right]\left[0.346 \pm 0.005\right]Am^2}{\left[R(m)\right]^3}$$

La tabla muestra los valores experimentales.

Datos medidos		Calculados	Propagación standard de error	Ver abajo	
x (m)	R (m)	B_B (x) 10^{-7} T	ΔB/B	4ΔX/X	$(\Delta B/B)_{cte}$
.062 ±.001	.112 ±.112	493	.031	.065	.073
.0705 ±.0015	.133 ±.0015	294	.019	.085	.087
.0845 ±.0015	.167 ±.0021	149	.039	.071	.081
.102 ±.0015	.206 ±.005	79	.074	.059	.095

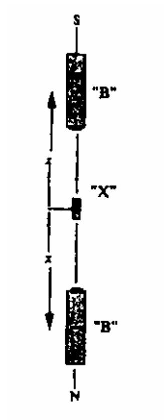
La incertidumbre en R incluye el error en la lectura de la regla, junto con la imprecisión que se tiene para localizar el punto de equilibrio. Este efecto será mayor a distancias más grandes. Este error en R, junto con el pequeño error en m_x, definen los valores ΔB/B que aparecen en la cuarta columna de la tabla.

Existen otros errores en las mediciones de x, que se podrían representar gráficamente como bares de error. Sin embargo esto resulta técnicamente difícil, por lo que se define un "error vertical efectivo" (error en el campo B). La forma de hacerlo es la siguiente: Se gráfica en papel logarítmico x vs. B_h y se calcula la pendiente. Ésta resulta ser aproximadamente igual a -4, lo que implica que un error fraccional en x corresponde a 4 veces mas en B(x). Estos valores se encuentran tabulados en la quinta columna de la tabla. De aquí se deduce que $(\Delta B/B)_{efectivo}$ se puede obtener al calcular la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las contribuciones de las columnas 4 y 5. Estos valores se encuentran tabulados en la columna 6 de la misma tabla. No se espera que algún estudiante haga este tipo de análisis, pero si se espera que esté consiente de la incertidumbre en el eje horizontal (eje de la distancia).

Método II (Distancia intermedia) Técnica "$1/T^2$ diferencial".

A medida que la distancia aumento, el campo disminuye, por lo que ya no se puede emplear efectivamente el método I, ya que hay gran incertidumbre en determinar la posición del imán X que nulifica la deflexi6n de B. Por lo tanto se tiene que recurrir a otro esquema, que se describe a continuación.
El procedimiento consiste en colgar al imán X de un hilo y alterar su periodo de oscilación acercándole al imán B por un extremo y por el otro a la misma distancia x como se muestra en la figura.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜



Al acercar el imán por un extremo, el periodo de oscilación de X aumentará. Este periodo lo denotamos por T_{len}. Al acercar al imán B por el otro extremo, el periodo de X disminuirá. Este último se denota por $T_{rap.}$

La idea consiste en usar la relación entre periodo y campo, dada en el enunciado del problema. Esta es,

$$\mu_x B_h = I_x (2\pi / T)^2$$

Si definimos Δ $(1/T^2)$ - (l/T^2_{rap})-(l/T^2_{len}) y sustituimos en la primera relación, se obtiene

$$\Delta\left(\frac{1}{T^2}\right) = \frac{\mu_x \Delta B_h}{4\pi^2 I_x} \quad \text{donde } DB_h = 2B_B(x)$$

Despejando B_h se obtiene la ecuación "clave" del método

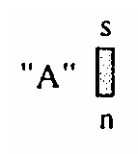
$$B_B(x) = \frac{2\pi^2 I_x}{\mu_x} \Delta\left(\frac{1}{T^2}\right)$$

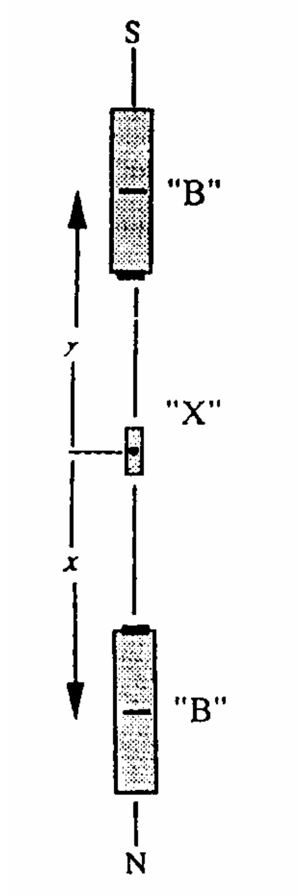
Antes de analizar los resultados, describiremos el método III ya que no difiere mucho del segundo.

Método III (Grandes distancias) Técnica "$1/T^2$ con 'apantallamiento' parcial del campo magnético terrestre"

A mayores distancias el campo magnético terrestre, ya no es despreciable en las mediciones, por lo que se hace necesario contrarrestarlo. Para esto, hacemos uso del imán A, situándolo a distancia del imán X, y orientado en el sentido opuesto al del campo terrestre. El imán A, debe fijarse con cinta adhesiva para evitar que se mueva. Debe estar situado de manera que las oscilaciones naturales del imán X no se eliminen completamente, sino disminuyan típicamente por un factor de

2. La ecuación "clave" para este método es la misma que para el caso anterior. La figura muestra un esquema del arreglo experimental visto desde arriba.





A continuación presentamos el experimento muestra para los métodos II y III.

La fórmula empleada es,

$$B_X(x) = \frac{2\pi^2 I_X}{\mu_x}\Delta(1/T^2) = (28.2 \pm .51)x10^{-7}\,Teslaseg^2\,x\Delta(1/T^2)$$

Se midió el periodo de 20 oscilaciones 4 veces para cada T_{len} y T_{rap} y para una distancia usando el método II, y para 4 distancias usando el III. Los resultados se proporcionan en la siguiente tabla.

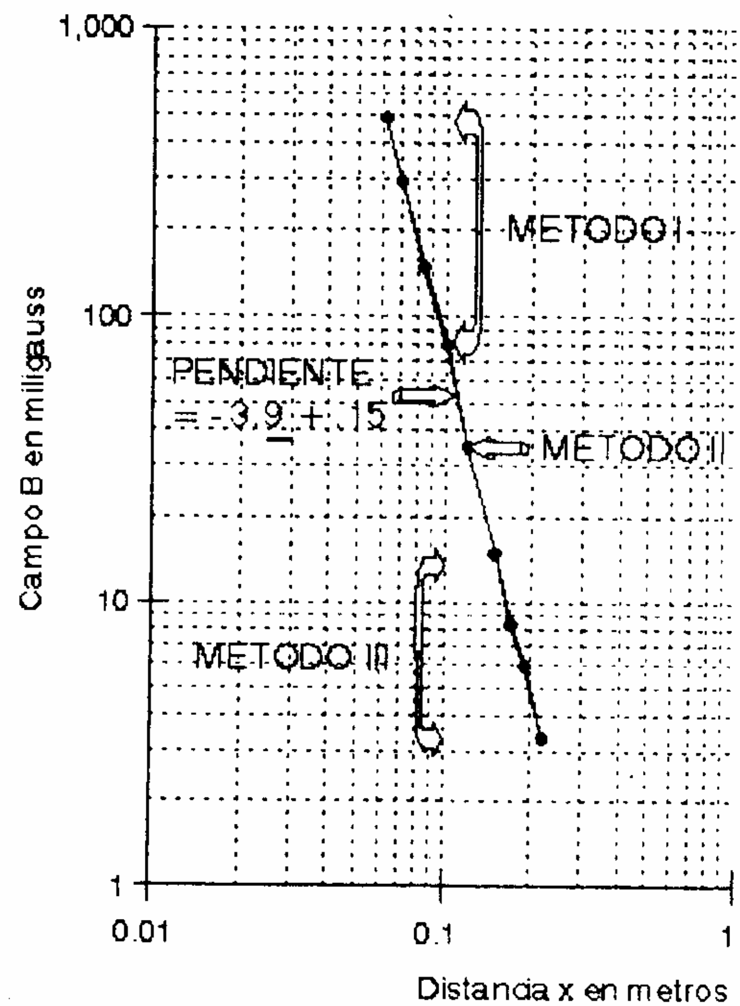
☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜

X (m) ± .001	Método	B_x (x) (10^{-7} T)	ΔB/B	4ΔX/X	Ver texto (DB/B) efectiva
.120	II	34.7	.023	.033	.040
.150	III	14.8	.024	.027	.036
.170	III	8.4	.05	.024	.055
.190	III	6.0	.13	.021	.13
.220	III	3.3	.12	.018	.12

Las incertidumbres fueron calculadas como en el método I. Estos datos junto con los del método I se grafican. Como resultado se encontró una pendiente de -3.9 ± 0.15. Se midió esta dependencia con un magnetómetro encontrándose un valor de -3.92.

La siguiente página muestra la gráfica de B vs. x. No se muestran las barras de error. Es importante hacer notar que los tres métodos son consistentes.

☞ PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA INTERNACIONAL☜



Existen muchos libros de problemas de física, recomendamos en particular aquellos editados por la editorial Mir de Moscú. Por ejemplo:

Problemas seleccionados de física elemental. B.B.Bújovtsev, V.D. Rrivchenkov, G.A.Hinkishev y I.H.Saráeva. Editorial Mir, Moscú, 1979.

Problems in General Physics. V.S. Wolkenstein. Editorial Mir, Moscú, tercera reimpresión 1990.

Sobre la historia, reglamento y temario de las olimpiadas internacionales, recomendamos los libros:

Internacional Physics Olympiads, Volumen 1, Editor Waldemar Gorzkowski, World Scientific, l990.

Olimpiadas internacionales de física, 1967-1990. Editor Fernando Vega Salamanca. Universidad Antonio Nariño, Bogotá, 1991.

Colecciones de problemas referentes a olimpiadas nacionales han sido editados en castellano; entre éstos:

5 años de las olimpíadas colombianas de física, 19841989. Editores: Fernando Vega Salamanca y Alejandro Ladino. Universidad Antonio Nariño, Bogotá, 1989.

Una excelente guía de cómo resolver problemas es el libro clásico,

Cómo Plantear y resolver problemas. G.Polya. Trillas. Decimoséptima reimpresión l9g2.

AGRADECIMIENTOS

El Editor desea agradecer al Dr. Alejandro Cornejo, presidente de la Sociedad Mexicana de Física (1990-1992) la confianza en él depositada para organizar las olimpiadas nacionales y sobre todo la amistad brindada.

Se agradece también el apoyo para la realización de esta obra y para la organización de las olimpiadas, a la Academia de la Investigación Científica A.C. a través de su presidente, el Dr. Mauricio Fortes y la vocal ejecutiva de las olimpiadas de la ciencia, la M. en C. Renata Villalba.

El editor quiere destacar el esfuerzo realizado por cada uno de los delegados estatales, que se encargaron en sus respectivas entidades de organizar las olimpiadas.

Finalmente desea felicitar a los principales protagonistas de las olimpiadas, los estudiantes participantes, por su esfuerzo realizado, correcto comportamiento y dedicación al estudio.