

2ª PRUEBA CLASIFICATORIA.

Grado 11°

SEPTIEMBRE 22 DE 1922

Valor de la gravedad: 10 m/s^2 .

1(194), 2(197), 3(199), 4(201), 5(203), 6(206), 7(208), 8(213).

9(214). En las siguientes expresiones a_n es la aceleración normal y a_t la aceleración tangencial. De ellas la verdadera es:

- (A) Todo movimiento curvilíneo tiene a_n pero no a_t .
- (B) Todo movimiento rectilíneo tiene a_t pero no a_n .
- (C) Algunos movimientos rectilíneos no tienen a_t ni a_n .
- (D) Algunos movimientos curvilíneos no tienen a_n .
- (E) Todas las proposiciones anteriores son falsas.

10(215). Si el plato delantero de una bicicleta posee N dientes, el piñón trasero n dientes y la rueda posterior un radio R por cada pedaleo la bicicleta avanza:

- (A) $nN\pi R$
- (B) $\frac{n\pi R}{N}$
- (C) $\frac{2N\pi R}{n}$
- (D) $(nN)^2\pi R$
- (E) $\sqrt{Nn}\pi R$

11(216). Dos varillas de densidades ρ_1 y ρ_2 , e igual sección transversal están soldadas por sus extremos de manera que forman un ángulo recto entre sí, fig 121. El sistema puede girar libremente alrededor del punto O , la relación entre las longitudes de las varillas $\frac{L_1}{L_2}$ si el

ángulo indicado es de 45° es:

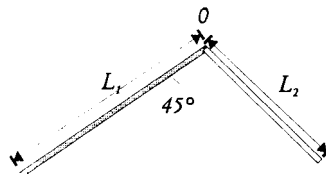


Figura 121

- (A) $\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$
- (B) 1
- (C) $\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2$
- (D) $\frac{\rho_1}{\rho_2}$
- (E) $\frac{\rho_2}{\rho_1}$

12(217). Tres objetos A, B, y C con la misma carga están situados como se indica en la figura 122, C ejerce una fuerza de $4 \cdot 10^{-6} \text{ N}$ sobre B. La fuerza en Newtons que ejerce A sobre B es:

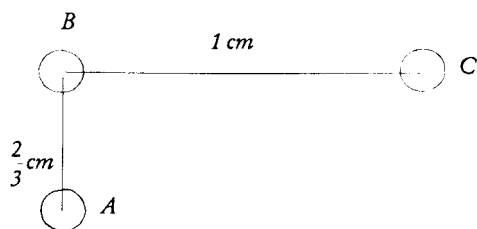


Figura 122

- (A) $4 \cdot 10^{-6}$ (B) $6 \cdot 10^{-5}$ (C) $9 \cdot 10^{-6}$ (D) $2 \cdot 10^{-4}$ (E) $1,5 \cdot 10^{-2}$

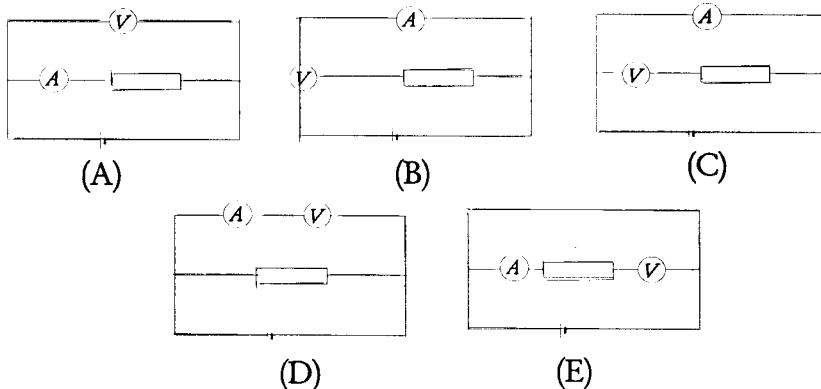
13(218). El número de condensadores de 1 mF que deben conectarse en paralelo para almacenar una carga de un coulomb cuando se les aplica una diferencia de potencial de 100 V es:

- (A) 1 (B) 10^2 (C) 10^3 (D) 10^4 (E) 10^6 .

14(219). La fuerza electromotriz de una pila está señalada como 1,5 V. Lo anterior significa que la pila suministra 1,5:

- (A) Amperios de corriente.
 (B) Coulombs de carga.
 (C) Julios de energía.
 (D) Julios de energía por amperio de corriente que proporciona.
 (E) Julios de energía por coulomb de carga que transporta.

15(220). ¿Cuál de las siguientes conexiones permite hallar el valor de la resistencia? (A) es un amperímetro y (V) es un voltímetro que se consideran ideales. A su vez, \square es una resistencia y ---|---|--- es una fuente de tensión, ambos de valores desconocidos.



16(221). La tabla muestra las especificaciones de algunos aparatos. El que posee mayor resistencia es:

Aparato	Voltaje (V)	Potencia (W)
Horno	250	3000
Secador	120	160
Plancha	240	1500
Cafetera	120	800
Lámpara de auto	12	36

- (A) Horno (B) Secador (C) Plancha
(D) Cafetera (E) Lámpara de auto.

17(222). Las líneas del campo magnético terrestre son casi paralelas a los meridianos en las proximidades del Ecuador y van de sur a norte. La dirección de la fuerza que se ejerce sobre un conductor eléctrico por que el circula una corriente en dirección este es:

- (A) Hacia el norte. (B) Hacia el sur. (C) Hacia el este.
(D) Hacia el oeste. (E) Hacia arriba.

18(223). Se encuentra que al incidir un haz de luz sobre un determinado material, el ángulo entre el rayo reflejado y el refractado es 90° ¿cuál es el índice de refracción del material? El ángulo de incidencia es i .

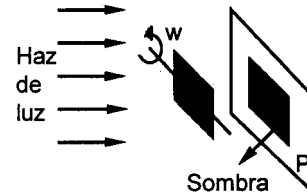
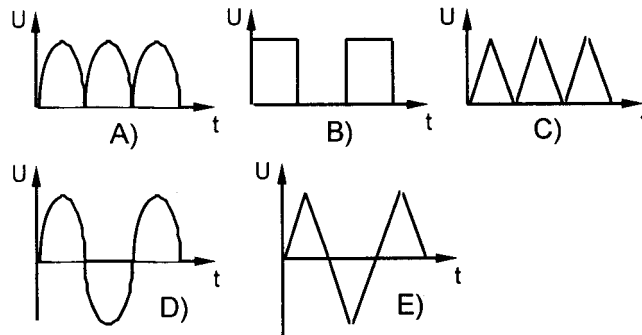


Figura 123

- (A) 1 (B) $\tan(i)$ (C) $\sec(i)$
(D) $\cos(i)$ (E) $\sin(i)$

19(224). Un haz de luz ancho está dirigido de manera perpendicular a un eje giratorio delgado el cual sostiene una lámina cuadrada opaca de área U , fig 123. Si la velocidad angular del eje es ω , el área de la sombra sobre la pantalla P varía en el tiempo según:



20(225). Un cuerpo de masa m cuelga del techo a través de dos cuerdas ligeras e inelásticas de longitudes L_1 y L_2 . como se indica en la figura 124. Estas forman con el techo ángulos α y β respectivamente. Si el cuerpo puede oscilar libremente, el periodo de las pequeñas oscilaciones es:

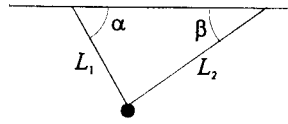


Figura 124

A) $2\pi \sqrt{\frac{L_1}{g}}$

B) $2\pi \sqrt{\frac{L_2}{g}}$

C) $2\pi \sqrt{\frac{L_1 \cos \alpha}{g}}$

D) $2\pi \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{2g}}$

E) $2\pi \sqrt{\frac{L_2 \sin \beta}{g}}$

PRUEBA SELECTIVA

Grado 10
OCTUBRE 13 DE 1992

1(226). Con cada una de dos varillas iguales de hierro un herrero formó una cadena. La primera consta de 80 eslabones iguales y la segunda de 100. Cada eslabón de la primera cadena tiene 5 gramos más que cada eslabón de la segunda. ¿Cuál era la masa de cada varilla?

2(227). La figura 125 muestra los rastros dejado por gotas de lluvia en las ventanas de un autobús que hace largos recorridos a velocidad constante V y largas paradas. Considerense muy cortos los intervalos de aceleración y desaceleración. Si la magnitud de la velocidad con que caían las gotas es u ¿Cuál era la velocidad V del autobús ?

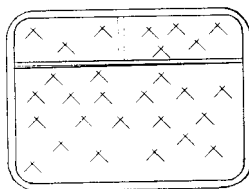


Figura 125

3(228). Un automóvil comienza su movimiento desde el estado de reposo y recorre una distancia $L=120$ m. Los primeros $L_1 = 80$ m se mueve con aceleración constante y los restantes a velocidad constante en 2 segundos. ¿Cuál es la velocidad media del automóvil en todo el camino?

4(229). Dos varillas de igual longitud $L = 1$ m están soldadas como se muestra en la figura 126. La varilla izquierda tiene densidad $\rho_1 = 8,0 \cdot 10^3$ Kg/m³ y la derecha $\rho_2 = 9,0 \cdot 10^3$; k/m³. Calcular la distancia desde el punto 0 situado en el extremo izquierdo de la primera varilla al centro de masa del sistema.



Figura 126

5(230). Un cuerpo de masa M se encuentra sobre una superficie horizontal lisa y es acelerado en línea recta por una fuerza constante horizontal F_1 . Después de que éste ha recorrido cierta distancia, le es aplicada una fuerza F_2 constante horizontal haciendo que este se desacelere. Si se sabe que la distancia total recorrida por el cuerpo durante la aplicación de las dos fuerzas es D ¿cuál es la máxima velocidad alcanzada por el cuerpo?

6(231). En un primer caso dos personas jalan con igual fuerza F en direcciones opuestas de los extremos de una cuerda. En otro caso, un extremo de la cuerda se ata a un punto fijo, y del otro extremo jalan las dos personas con igual fuerza F cada una y en la misma dirección. ¿Qué tensión experimenta la cuerda en cada caso?

7(232). Una bala de masa $M = 10$ g y velocidad 600 m/s choca frontalmente contra una tabla de grosor $d = 4$ cm. Como resultado del impacto la bala atraviesa la tabla completamente y sale con una velocidad de 400 m/s. La tabla se encuentra fija. Hallar la fuerza media que la tabla ejerce sobre la bala.

8(233). Un pedazo de vela se fija en el fondo de un recipiente de vidrio, la vela se enciende un tiempo y luego el recipiente se cierra herméticamente. La llama se debilita y pronto se apaga. Ahora intentemos retirar la tapa, resulta que no es tan fácil, hace falta un buen esfuerzo. Demos la siguiente explicación: La llama consume oxígeno, cuya cantidad es limitada en el recipiente cerrado. Cuando se consume todo el oxígeno, la llama se apaga. La parte de aire que queda ocupa un mayor volumen, y por eso baja su presión. La presión exterior que es mayor dificulta de esta manera retirar la tapa. ¿Es correcta esta explicación?

9(234). Para medir la temperatura de $m = 66$ g de agua, en ella se introduce un termómetro que muestra después de un tiempo el valor $t_1 = 32,4$ °C. ¿Cuál era la temperatura real del agua si la capacidad calorífica del termómetro es $C = 1,9$ J/K y antes de introducirlo en el agua mostraba la temperatura $t_2 = 17,8$ °C? La capacidad calorífica específica del agua es $c = 4,2$ kJ/(kgK).

10(235). Un estudiante realizó el siguiente experimento con el fin determinar el calor latente de evaporación del agua. En una estufa eléctrica calentó agua. Para calentarla de $t_1=10$ °C a $t_2=100$ °C se necesitaron $t_1=18$ min, y para transformar á de su masa en vapor se necesitaron $t_2=23$ min. ¿Cuál es el calor latente de evaporación del agua en el experimento? La capacidad calorífica específica del agua es $c = 4,2$ kJ/(kgK).

PRUEBA SELECTIVA

Grado 11°
OCTUBRE 24 DE 1992

1(228), 2(230), 3(232), 4(233), 5(235).

6(236). Un péndulo matemático de longitud L realiza oscilaciones. Bajo el punto de suspensión a una distancia $L/2$ (fig 127) se halla un obstáculo. Hallar el periodo de las oscilaciones del péndulo.

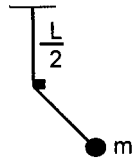


Figura 127

7(237). De un cuerpo que cuelga de un resorte de constante k se desprende una parte de masa m . ¿Cuál es la máxima altura que asciende la parte restante del cuerpo?

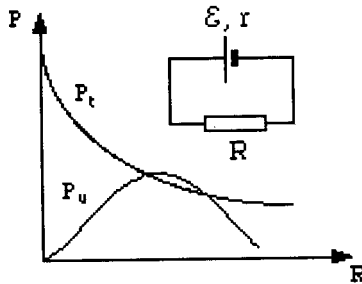


Figura 128

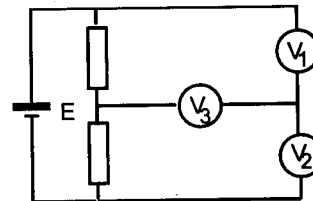


Figura 129

8(238). En la gráfica (fig.128) se representa la potencia total $P_t = \frac{E^2}{R+r}$ entregada por una pila de f.e.m. E , con resistencia interna r en función de la resistencia exterior R y la potencia útil $P_u = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$ consumida por la resistencia R . En esa representación conjunta se viola una ley. ¿Cuál ley y qué argumento da Ud.?

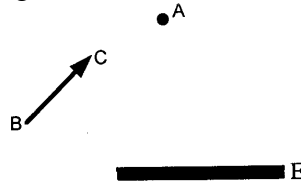


Figura 130

9(239). En el circuito mostrado en la figura 129 todos los voltímetros son iguales. La Ee.m de la batería es 5 V y su resistencia interna es despreciable. Si el voltímetro superior indica $V_1 = 2,5$ V ¿Cuál es la lectura de los otros dos voltímetros?

10(240). Determine gráficamente en qué posiciones los ojos de un observador pueden ver en un espejo plano E las imágenes del punto A y del objeto BC al mismo tiempo y completos, (fig. 130). Los objetos están situados cerca del espejo como se muestra en la figura.

RONDA FINAL

Grado 10-°

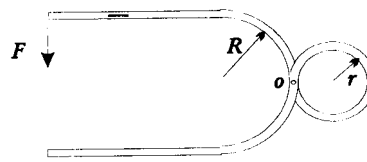
NOVIEMBRE 26 DE 1992

Prueba Teórica

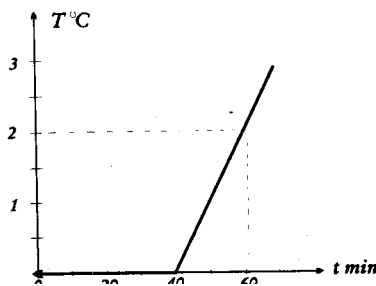
Tómese el valor de la gravedad $g=10 \text{ m/s}^2$.

1(241). En el vagón cerrado de un tren que se mueve a lo largo de un plano horizontal se halla una persona, la cual posee un dinamómetro y un cronómetro. La persona se halla sentada de frente en dirección del movimiento del tren y coloca una masa de valor m en el dinamómetro observando tanto la inclinación como la lectura del dinamómetro. La persona registra los momentos en que ocurren cambios en el dinamómetro. El vagón comienza su movimiento y durante $t_1 = 4 \text{ s}$ la masa estuvo inclinada hacia la persona y su indicación fue de $1,25mg$; después durante un tiempo $t_2 = 3 \text{ s}$ la masa permaneció vertical y el aparato indicó mg . Luego de esto, la masa se inclinó a la izquierda (transversalmente al vagón) y durante $t_3 = 25,12 \text{ s}$ la lectura fue $1,25mg$. Al final, durante $t_4 = 4 \text{ s}$ el dinamómetro se inclinó hacia adelante mostrando también $1,25mg$. Determine en dónde con respecto a la posición inicial se encuentra al final el vagón y con qué velocidad. Considerar que cuando hay cambio de dirección la persona con su mano evita las oscilaciones de la masa.

2(242). Unas pinzas consisten de dos partes rígidas, idénticas y delgadas aseguradas con un pivote en el punto O , fig 131. ¿Cuál es la fuerza ejercida sobre el pivote si a los brazos de las pinzas se les presiona con una fuerza F ? Asumir que no hay fricción en el pivote.



3(243). Un recipiente contiene una mezcla de agua y hielo. La masa de agua es igual a 10 kg . El recipiente es llevado a una habitación. La dependencia $T(t)$ de la temperatura de la mezcla (en la habitación) con respecto al tiempo se muestra en la figura 132. Determinar la masa inicial de hielo m_1 en el recipiente en el momento en que fue llevado a la habitación. Despreciar la capacidad calorífica del recipiente. La capacidad calorífica del agua es $C_a = 4,2 \text{ J/(kg}^\circ\text{K)}$ y el calor latente de fusión del hielo es $\lambda = 340 \text{ kJ/kg}$.



RONDA FINAL

Grado 11°

NOVIEMBRE 26 DE 1992

Prueba Teórica

Tómese el valor de la gravedad $g=10 \text{ m/s}^2$.

1(242).

2(244). Si un voltímetro se conecta en paralelo a la resistencia r_1 muestra 6 V, si se conecta en paralelo a la resistencia r_2 muestra 4 V, fig 133. Si se conecta el mismo voltímetro a los puntos A y B entonces muestra 12 V. Cuáles son las verdaderas caídas de tensión en r_1 y r_2 ? Despreciar la resistencia interna de la fuente en el circuito.

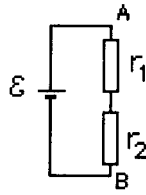


Figura 133

3(245). Un haz de luz cae sobre una superficie horizontal de agua formando un ángulo α con la vertical, fig 134. ¿Con qué ángulo mínimo con respecto a la superficie hace falta colocar en el agua un espejo, para que los rayos reflejados en el mismo no puedan pasar del agua al aire? El índice de refracción del agua es n . Hay otra disposición del espejo diferente a la de la figura, encuéntrela y calcule de nuevo el ángulo solicitado.

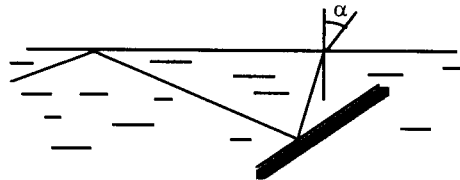


Figura 134

RONDA FINAL

Grados 10°

NOVIEMBRE 27 DE 1992

Prueba experimental

1(246). Determinar los coeficientes de rozamiento estático entre:

- a) Una cualquiera de las caras de un bloque de madera y la mesa.
- b) Una cara del bloque con lija y la mesa.

Para lo anterior usted dispone de los siguientes elementos:

- Bloque con una cara con lija.
- Una hoja de papel milimetrado.
- Un chinche.
- Un pedazo de cuerda ligera

Indique por escrito en forma clara y concisa el procedimiento que usted emplea para la solución del problema.

RONDA FINAL

Grados 11°

NOVIEMBRE 27 DE 1992

Prueba Experimental

1(247). Determinar la masa de un cuerpo.

Para lo anterior usted dispone de los siguientes elementos:

- Un cuerpo de masa conocida
- Un cuerpo de masa desconocida
- Una cuerda larga y ligera
- Una polea con abrazadera
- Un soporte
- Una arandela

Indique por escrito en forma clara y concisa el procedimiento que usted emplea para la solución del problema.

IX Olimpiada Colombiana de Física

1° PRUEBA CLASIFICATORIA.
GRADO 10°
4 DE MAYO DE 1993

Tómese el valor de la gravedad $g=10 \text{ m/s}^2$.

1(248). La palabra **OCF** (sigla de Olimpiadas Colombianas de Física) ha sido escrita de modo que sus letras están formadas por vectores como se indica en la figura 135. Todos los vectores tienen igual longitud de 1 m. El módulo o magnitud del vector resultante dado en metros al sumar todos los vectores es:

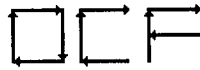


Figura 135

- (A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8

2(249). La rapidez de un auto que se mueve en línea recta en función del tiempo viene dada por la gráfica de la figura 136. La distancia que recorre el auto durante los primeros 60 s y su aceleración son:

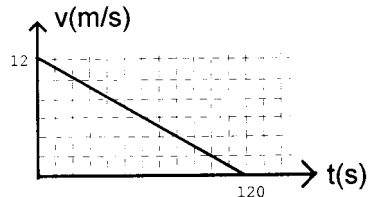


Figura 136

- (A) $v = 540 \text{ m/s}$, $a = -0.1 \text{ m/s}^2$ (B) $v = 540 \text{ m/s}$, $a = +0.1 \text{ m/s}^2$
(C) $v = 720 \text{ m/s}$, $a = -10 \text{ m/s}^2$ (D) $v = 180 \text{ m/s}$, $a = -0.1 \text{ m/s}^2$
(E) $v = 720 \text{ m/s}$, $a = -0.1 \text{ m/s}^2$

3(250). Un soldado dispara un proyectil sobre un blanco volátil que se encuentra a una distancia L , y como consecuencia, el blanco explota. El soldado escucha el sonido de la explosión t segundos inmediatamente después de tirar del gatillo. Si v_s es la velocidad del sonido, y suponiendo que la velocidad de la bala no varía apreciablemente en el tramo L y que su trayectoria es prácticamente una línea recta, se puede deducir que la velocidad de la bala es:

- (A) $\frac{v_s L}{v_s t + L}$ (B) $\frac{2L}{t} - v_s$ (C) $\frac{2L}{t}$ (D) $\frac{v_s L}{v_s t - L}$ (E) $\frac{2L}{t} + v_s$

4(251). Se dispara un proyectil perpendicularmente hacia arriba desde el nivel del suelo con una velocidad inicial de 20 m/s. El intervalo de tiempo en segundos durante el cual el proyectil estará a más de 10 m del suelo es:

- (A) $(3 - \sqrt{2}) < t < (3 + \sqrt{2})$ (B) $9.8 < t < 20$
 (C) $2 < t < 3$ (D) $(2 - \sqrt{2}) < t < (2 + \sqrt{2})$
 (E) $1 < t < \sqrt{2}$

5(252). Un cuerpo de masa m es lanzado desde una azotea con una velocidad inicial hacia abajo de $|g|$ m/s (g es la aceleración de la gravedad). El tiempo que tarda el cuerpo en caer es $|g|$ segundos. La altura desde la cual cayó el cuerpo es:

- (A) $g^2(1 + \frac{g}{2})$ (B) $g(1 + \frac{g}{2})$ (C) $g(\frac{g^2}{2} - 1)$ (D) $g^2(\frac{g}{2} - 1)$ (E) $\frac{g^3}{2}$

6(253). Si la lluvia cae verticalmente a 80 km/h, la velocidad a que debe ir una camioneta para que el piso del área de caiga no se moje es (fig.137):

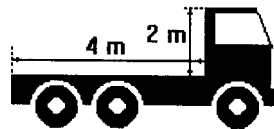


Figura 137

- (A) 30 km/h (B) 40 km/h (C) 80 km/h (D) 160 km/h (E) 200 km/h.

7(254). ¿De qué depende la masa de un cuerpo en la superficie de un planeta?

- (A) De la presión atmosférica del planeta; (B) De la densidad del planeta.
 (C) De la masa del planeta (D) Del volumen del planeta
 (E) De ninguna de las anteriores.

8(255). Dos cilindros idénticos de masa m y radio r están colocados en el interior de un tubo de radio R . El sistema permanece en equilibrio como se muestra en la figura 138. La fuerza de reacción que un cilindro ejerce sobre el otro es (despreciar la fricción entre los cilindros)

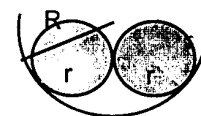


Figura 138

$$(A) \frac{mgr}{\sqrt{R^2 - r^2}}$$

$$(B) \frac{mgr}{\sqrt{R^2 + r^2}}$$

$$(C) \frac{mgr}{\sqrt{(R-r)^2 - r^2}}$$

$$(D) \frac{mgr}{R}$$

$$(E) \frac{mgr}{\sqrt{2R^2 + r^2}}$$

9(256). La figura 139 está formada por cinco láminas iguales. Cada lámina se considera delgada y de forma cuadrada de lado a . La distancia del centro de masa del sistema al punto O es:

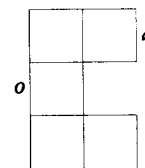


Figura 139

$$(A) a/10$$

$$(B) 2a/5$$

$$(C) 1a/5$$

$$(D) 9a/10$$

$$(E) 5a/6$$

10(257). De acuerdo a la ley de Hook, la fuerza F (en Newtons) que se requiere para estirar un resorte x metros está dada por $F = 0.01x$. Si $0.5 < F < 1$, el intervalo correspondiente de alargamiento x es:

$$(A) 0,5 < x < 10$$

$$(B) 50 < x < 100$$

$$(C) 0,5 < x < 5$$

$$(D) 1 < x < 5$$

$$(E) 0,5 < x < 1$$

11(258). Dos cuerpos de masa m están unidos por una cuerda ligera e inextensible de longitud L (Fig.140). Inicialmente, los cuerpos se encuentran en reposo y se dejan caer desde una misma altura H respecto a una varilla V delgada y fija. Hallar la tensión de la cuerda inmediatamente después que su punto medio hace contacto con la varilla. La varilla está colocada de manera paralela a la superficie del suelo.

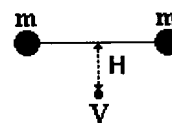


Figura 140

$$(A) 4mgH/L$$

$$(B) mg/2$$

$$(C) 2mg$$

$$(D) 4mg$$

$$(E) 4mgL/H$$

12(259). Dos masas iguales giran con velocidad angular ω en un plano horizontal (fig. 141). Ellas distan del eje de rotación L y $2L$ respectivamente. La relación (mayor que 1) de las tensiones de las cuerdas es:

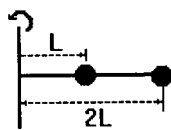
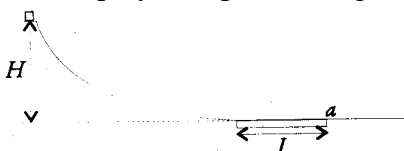


Figura 141

- (A) 5 (B) 3/2 (C) 4 (D) 3 (E) 2

13(260). Un cuerpo pequeño se deja caer libremente desde una altura H , deslizándose por una rampa sin fricción. Al final de la rampa el cuerpo se mueve a lo largo de una superficie rugosa de longitud L , y se detiene justamente al final de la misma (punto a) (fig. 142). El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie rugosa es:



- (A) H/L (B) L/H (C) $H/4L$ (D) $2H/L$ (E) $3H/2L$

14(261). En la figura 143, un pequeño cuerpo reposa sobre la superficie de una esfera fija de radio R . No existe rozamiento entre la esfera y el cuerpo. Una vez que el cuerpo es desplazado ligeramente de su posición de equilibrio ¿Cuál de las siguientes proposiciones es cierta?

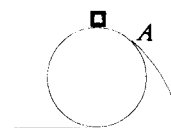


Figura 143

- (A) La fuerza que actúa sobre el cuerpo en el punto de separación A de los cuerpos es cero.
 (B) La velocidad con la que llega el cuerpo al piso es $\sqrt{4gR}$.
 (C) La fuerza que actúa sobre el cuerpo en el punto de separación A de los cuerpos es su peso.
 (D) Desde que el cuerpo comienza a descender a lo largo de la superficie de la esfera hasta que éste llega al piso, la componente horizontal de su velocidad permanece constante.
 (E) Ninguna de las anteriores.

15(262). Un objeto inicialmente en reposo explota y se desintegra en tres partes iguales. Dos de ellos adquieren velocidades iguales a v , con direcciones perpendiculares entre sí. La velocidad inicial de la tercera parte es:

- (A) v (B) $2v$ (C) $\sqrt{2}v$ (D) $\sqrt{2}v/2$ (E) 0.

16(263). De una cuerda de longitud L se encuentra suspendido un saco de arena de masa M . Al saco de arena llegan balas con velocidad v y masa m . Cuántas balas por segundo llegan al saco si la cuerda permanece inclinada un ángulo α con respecto a la vertical?

- (A) $\frac{Mg \tan \alpha}{mv}$ (B) $\frac{mg}{Mv}$ (D) $\frac{mv \cot \alpha}{mv}$ (E) $\frac{v \tan \alpha}{L}$

17(264). Un niño está parado sobre una báscula hidráulica (fig.144). Esta consta de una bolsa elástica con agua y sobre ella una tabla de dimensiones 20cmx20cm. A dicha bolsa se ha unido un tubo elástico transparente. Si el nivel del agua en el tubo se halla a 1m del piso, la masa del niño es:

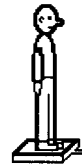


Figura 144

- (A) 40 kg (B) 50 kg (C) 37 kg
 (D) 44 kg (E) 55 kg.

18(265). Conforme se calienta un recipiente que contiene 5 moles de gas X se forma un segundo gas Y. Si el número de moles del gas Y después de transcurridos t minutos es $5t/(t+2)$. El momento de tiempo en minutos a partir del cual hay más moléculas de gas Y que de gas X es:

- (A) $t = 2$ (B) $t = 3/2$ (C) $t = 4$ (D) $t = \pi$ (E) $t = 3$.

19(266). En un cilindro vertical de sección S, cerrado por un émbolo de masa m, hay aire. Sobre el émbolo se encuentran N monedas iguales. Si se retiran las monedas, el volumen que ocupa dicho aire se duplica y la temperatura de dicho aire se hace dos veces menor. Determinar la masa de una moneda. La presión atmosférica es igual a P_0 .

- (A) $\frac{3}{N}(m + \frac{SP_0}{g})$ (B) $Nm/3$ (C) $N(m + \frac{SP_0}{g})$ (D) $N \frac{P_0 A}{g}$ (E) $3N \frac{P_0 A}{mg}$

20(267). Una arandela de un material A debe entrar con ajuste apretado en un cilindro de material B. Lo anterior se lleva a cabo calentando ambos cuerpos y deslizando la arandela sobre el cilindro. Luego se deja enfriar el conjunto. Para lograr el ajuste los coeficientes de expansión térmica de los materiales deben cumplir:

- (A) $\alpha_a > \alpha_b$ (B) $\alpha_a = \alpha_b$ (C) $\alpha_a < \alpha_b$ (D) Tanto (B) como (C)
 (E) Tanto (A) como (B).

1° PRUEBA CLASIFICATORIA.
GRADO 11°
4 DE MAYO DE 1993

Tómese el valor de la fravedad $g=10 \text{ m/s}^2$.

1(248), 2(250), 3(253), 4(255), 5(256), 6(258), 7(260), 8(262), 9(264),10(265),11(266),
12(267).

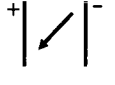
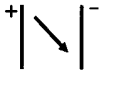
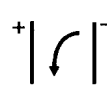


13(268). Si el período de cierto péndulo A de longitud L_A , y masa M_A es el doble que el de otro péndulo B de longitud L_B y masa M_B (ambos péndulos son matemáticos). Entonces es correcto:

(A) $L_A = 2L_B$ y $M_A = 2M_B$ (B) $L_A = 2L_B$ y las masas no cuentan.

(C) $L_A = 2L_B$ y $M_A = M_B/2$. (D) $2L_A = L_B$ y $2M_A = M_B$

(E) Ninguna de las afirmaciones anteriores es correcta.

14(269). Una partícula con carga negativa, inicialmente en reposo, se encuentra dentro de un campo eléctrico constante, la trayectoria de la partícula suponiendo que esta en el vacío y la aceleración de la gravedad está dirigida verticalmente hacia abajo es

- (A)  (B)  (C) 
- (D)  (E) 

15(270). Un alambre posee una resistencia por unidad de longitud igual a p . El alambre es doblado de modo que adquiere la forma que se indica en la figura 145. La resistencia equivalente R_{ab} entre los puntos a y b es



Figura 145

(A) $\frac{2\pi r p \sqrt{2}}{\pi + 2\sqrt{2}}$ (B) $\sqrt{2}\pi r p$ (C) $2\pi r p$

(D) $\frac{\pi r p \sqrt{3}}{\pi + \sqrt{3}}$ (E) $\frac{2\pi r p}{\pi + 2}$

16(271). Cuatro bombillas iguales están conectadas a una batería como se indica en la figura 146. Si denotamos por I la intensidad luminosa, ¿cuál de las siguientes proposiciones

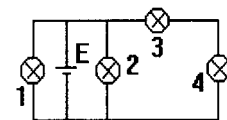


Figura 146

acerca de las intensidades de las bombillas es correcta?

(A) $I_1=I_2$ y $I_3 = 2I_4$

(B) $I_1=I_2=I_3=2I_4$

(C) $I_1=I_2 > I_3 > I_4$

(D) $I_1 < I_2$ y $I_3=I_4$

(E) $I_1=I_2 > I_3=I_4$

17(272). Un rayo de luz incide de manera perpendicular sobre la superficie de un material formado por dos materiales de índices de refracción n_1 y n_2 . Las dimensiones del material se muestran en la figura 147. El tiempo que tarda el rayo de luz en atravesar completamente el materiales:

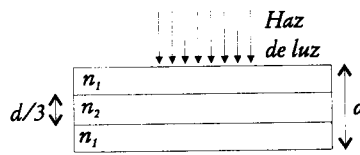


Figura 147

(A) $\frac{d}{3c}(n_1 + 2n_2)$

(B) $\frac{d}{3c}(2n_1 + n_2)$

(C) $\frac{2d}{3c}(2n_1 + n_2)$

(D) $\frac{d}{c}(n_1 + n_2)$

(E) $\frac{2d}{3c}(n_1 + n_2)$

18(273). En el circuito mostrado en la figura 148 todas las resistencias son iguales a 10Ω . Si la corriente que pasa por la rama indicada es $0,5 \text{ A}$, cuál es la f.e.m. de la batería? Despreciar la resistencia interna de la batería.

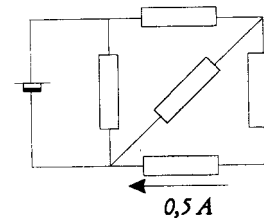


Figura 148

(A) 15

(B) 10

(C) 25

(D) 20

(E) 12

19(274). Una lente convexa tiene una longitud focal $f = 5 \text{ cm}$. Si se coloca un objeto a una distancia $p \text{ cm}$ de la lente, la distancia q a la que se encuentra la imagen de la lente está relacionada con p y con f mediante la expresión $1/p + 1/q = 1/f$. Para que la imagen esté a 12 cm de la lente el objeto debe estar a

(A) $7/60 \text{ cm}$

(B) $60/7 \text{ cm}$

(C) $3/10 \text{ cm}$

(D) $1/12 \text{ cm}$

(E) $1/5 \text{ cm}$

20(275). En la teoría de la relatividad se demuestra que un observador que ve pasar un cuerpo con velocidad v , va a registrar para el cuerpo una longitud L en dirección de movimiento menor que la que el cuerpo tendría en reposo (L_0). Esto se expresa en la fórmula de Lorentz para la contracción de la longitud $L^2 = L_0^2(1-v^2/c^2)$, donde c es la velocidad de la luz. La velocidad a partir de la cual L será menor que $L_0/2$ es

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}c$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}c$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{4}c$ (D) $\frac{1}{2}c$ (E) $\frac{1}{3}c$

2° PRUEBA CLASIFICATORIA.
GRADO 10°
 21 DE SEPTIEMBRE DE 1993

Tómese el valor de la gravedad $g=10 \text{ m/s}^2$.

1(276). En un experimento se realizaron las siguientes mediciones de longitud: 4 m; 4,0 m; 4,00 m. De las siguientes afirmaciones ¿cuántas son verdaderas y cuántas son falsas ?

- Los ceros que siguen a la coma son innecesarios
- La medida más precisa es la primera.
- Todas las medidas son igualmente precisas.
- La más precisa es la tercera

- (A) 1 verdadera, 3 falsas (B) 2 verdaderas, 2 falsas
 (C) 3 verdaderas, 1 falsa (D) Todas verdaderas
 (E) Todas falsas.

2(277). Los vectores mostrados en la figura 149 tienen igual magnitud. La magnitud del vector suma resultante es:

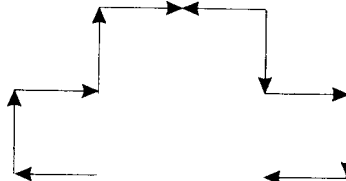


Figura 149

- (A) 0 (B) 2 (C) 5 (D) 7 (E) 10.

3(278). Si los vectores de la figura 150 tienen igual magnitud, cuál de ellos presenta mayor componente o proyección sobre la recta $00'$ mostrada?

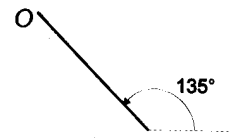
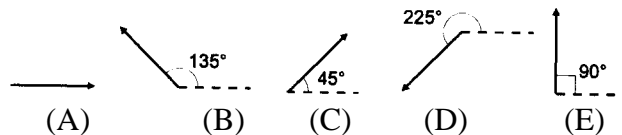
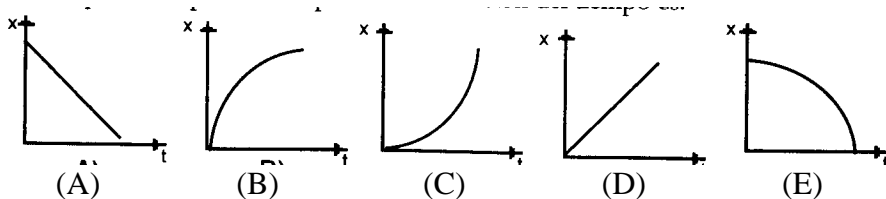


Figura 150



4(279). Un cuerpo se mueve a lo largo del eje disminuyendo su rapidez. De los siguientes gráficos, el que corresponde a su posición en función del tiempo es:



5(280). Pedro camina a una velocidad constante de 3 km/h y está a 1 km adelante de su amigo Oscar, quien camina a una velocidad constante de 5 km/h en la misma dirección de Pedro. ¿Qué tiempo en horas le tomará a Oscar alcanzar a Pedro?

- (A) 1/8 (B) 1/4 (C) 1/2 (D) 1 (E) 1 1/2

6(281). Dos aviones parten de un mismo aeropuerto a la misma hora, uno viaja hacia el este y el otro hacia el oeste. La rapidez promedio del avión con rumbo al este supera en el valor P la rapidez del avión con rumbo al oeste. Después de un tiempo de vuelo T los aviones se encuentran separados una distancia S. La rapidez del avión que viaja hacia el oeste es:

- (A) S/T (B) $(S+PT)/T$ (C) $(S-2PT)/T$ (D) $(S+2PT)/2T$ (E) $(S-PT)/2T$

7(282). Sobre una mesa se encuentran tres libros. El peso de cada uno aparece en la figura 151. La fuerza neta que actúa sobre el libro z es:

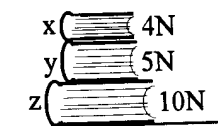


Figura 151

- (A) 9 N hacia abajo (B) 9 N hacia arriba
(C) 19 N hacia abajo (D) 19 N hacia arriba (E) 0.

8(283). Sobre una superficie horizontal se encuentran dos bloques de masas m_1 y m_2 en contacto y en movimiento con aceleración constante (fig. 152). Sobre el bloque izquierdo actúa una fuerza F. Cada bloque es de material diferente. La superficie ejerce una fuerza de fricción f_1 sobre el primer bloque y una fuerza de fricción f_2 sobre el segundo bloque. El diagrama que muestra correctamente las fuerzas que actúan sobre cada bloque es:

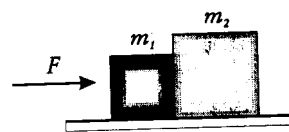
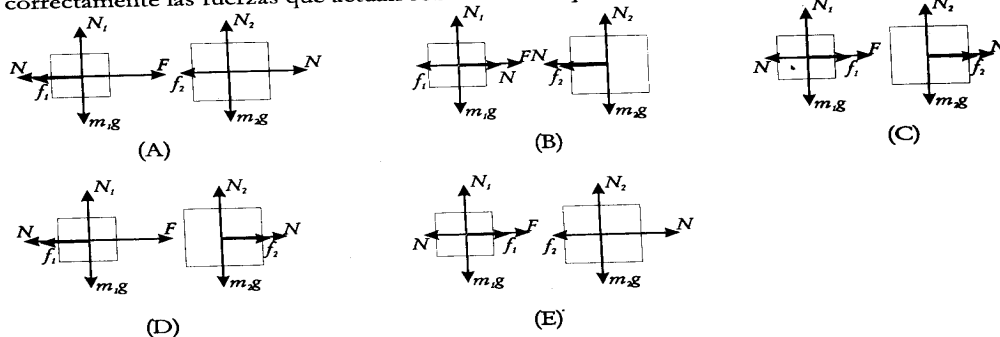


Figura 152

correctamente las fuerzas que actúan sobre cada bloque es:



9(284). Un satélite artificial órbita alrededor de la tierra a una distancia R_L de su centro. Si R es el radio de la tierra y g la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, la

- (A) $\sqrt{gR_L}$ (B) $R_L\sqrt{\frac{g}{R}}$ (C) \sqrt{gR} (D) $R\sqrt{\frac{g}{R_L}}$ (E) $5\sqrt{gR}$

10(285). Tres bloques cúbicos idénticos de masa m se encuentran unos sobre otros como se indica en la figura 153. Estos bloques a su vez se encuentran sobre un bloque de masa M el cual reposa en el piso. Si el coeficiente de rozamiento estático entre el piso y el bloque de masa M es μ . Cuál es la mínima fuerza que se requiere para mover el bloque de masa M ? Despreciar el rozamiento entre los bloques y las dos paredes fijas laterales, y entre los dos bloques inferiores de masas m y M .

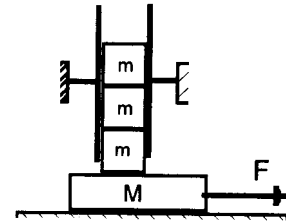


Figura 153

- (A) $(3m+M)g$ (B) $(3m+M)\mu g$
 (C) Mg (D) $3\mu mg$ (E) μMg ,

11(286). Un futbolista da una patada a un balón de 0,5 kg. de masa con una fuerza media de 510? N. El balón está inicialmente en reposo y como consecuencia de lo anterior sale con una velocidad de 40 m/s y formando un ángulo de 45° con la horizontal. El tiempo en segundos de contacto del pie del futbolista con el balón durante la patada es:

- (A) $\sqrt{2}/40$ (B) $\sqrt{2}/25$ (C) $\sqrt{2}/50$ (D) $1/25$ (E) $1/50$

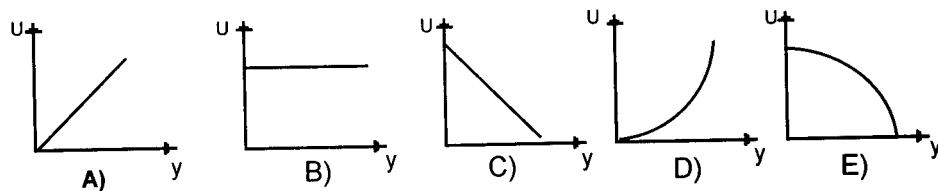
12(287). La siguiente tabla muestra los resultados de un experimento realizado con el propósito de determinar la constante elástica de un resorte que obedece la ley de Hook. La primera columna indica el valor de la fuerza F aplicada al resorte (en Newtones) y la segunda columna la distancia x correspondiente que este se estiró (en centímetros) como resultado de aplicarle la fuerza.

F (N)	X (cm)
0,5	1
1,0	2
1,5	3
2,0	4
2,5	5

La constante elástica del resorte investigado en N/m es:

- (A) 0,5 (B) 50 (C) 0,02 (D) 0,01 (E) 0,05

13(288). Un balón de masa m se lanza hacia arriba hasta cierta altura y medida a partir de la superficie de la tierra. La curva que representa la energía potencial del balón en función de la altura y es :



14(289). Un recipiente cilíndrico cuya base tiene área A se encuentra lleno de agua hasta una altura H y descubierto, ($H \gg \sqrt{A}$). Si a este recipiente se le practica un orificio de área $A/10000$ en el fondo, la velocidad a la que sale el agua por el orificio es:

- (A) $10\sqrt{2gH}$ (B) $10000\sqrt{2gh}$ (C) $\sqrt{2Gh} / 10000$
 (D) $\sqrt{2Gh} / 10$ (E) $\sqrt{2gH}$

15(290). En un recipiente cúbico de arista b se encuentra un líquido de densidad ρ ocupando la mitad de su volumen. El recipiente se encuentra sobre una superficie horizontal. Si dentro este recipiente se deposita un bloquecito cúbico de arista b/n ($n > 1$) y queda en reposo en el fondo del recipiente, ¿cuál es el cambio de presión hidrostática que experimenta el fondo el recipiente?

- (A) $\rho gb(1 - 1/n^3)$ (B) $\rho gb / n^3$ (C) $\rho gb(1 + 1/n^3)$
 (D) 0 (E) $\rho gb / 3n^3$

16(291). ¿Cuál es la masa del objeto que se encuentra en el recipiente de base circular de radio de R y masa despreciable (fig. 154), si este se encuentra sumergido una profundidad h dentro de un líquido de densidad ρ ?

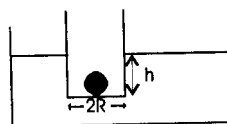


Figura 154

- (A) $\rho\pi R^2h$ (B) $\rho\pi h^2R$ (C) $2\rho\pi R^2h$ (D) $3\rho\pi R^2h$ (E) $2\rho\pi h^2R$

17(292). De las siguientes afirmaciones:

1. El agua puede hervir a 88 C.
2. Durante la ebullición de un liquido este recibe más energía calorífica que la que pierde.
3. Mientras un liquido hierve, su temperatura no cambia.
4. Cuando el agua se congela pierde cede energía calorífica.

El número de preguntas verdaderas y falsas es:

- (A) 1 verdadera, 3 falsas (B) 2 verdaderas, 2 falsas
 (C) 3 verdaderas, 1 falsa (D) Todas verdaderas (E) Todas falsas

18(293). La cantidad de energía radiada por una estrella es directamente proporcional a la cuarta potencia de la temperatura de la superficie de la estrella. Si la temperatura de la superficie de una estrella es 1z veces mayor que la temperatura de la superficie de una segunda estrella del mismo tamaño, ¿cuántas veces más radia energía la primera estrella que la segunda?

- (A) 1 (B) 18/34 (C) 1/16 (D) 33/16 (E) 81/16

19(294). Una molécula de masa m y velocidad v se mueve a lo largo del eje de un cilindro cerrado cuyas tapas distan x metros entre sí (figr 155). El cilindro se encuentra al vacío y fuera del alcance de la fuerza de la gravedad. El número de veces por segundo que la molécula choca elásticamente contra una cualquiera de sus tapas es:

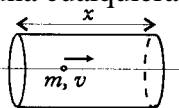


Figura 155

- (A) $v/2x$ (B) v/x (C) $v/4x$ (D) $2v/x$ (E) $v/3x$

20(295). Al calentar el aire de un balón, la temperatura absoluta aumenta un 10% y el volumen 1%. ¿En qué tanto por ciento aproximadamente aumenta ante esto la presión del aire en el balón?

- (A) 110 (B) 91 (C) 108 (D) 9 (E) 50.

29° PRUEBA CLASIFICATORIA.
GRADO 11°
 21 DE SEPTIEMBRE DE 1993

Tómese el valor de la gravedad $g=10 \text{ m/s}^2$.

1(276), 2(277), 3(279), 5(281), 6(283), 7(287), 8(286), 9(285),10(287),11(288),12(278),
 13(293),14(299),15(295).

4(296). Una pista de carreras de k metros de ancho rodea un campo rectangular de fútbol que tiene una longitud de L metros. El ancho del terreno de juego es $2r$ metros y en sus extremos la pista tiene forma circular (fig.156). Dos atletas corren por los bordes de la pista. El primero corre por el borde más interno a V_a m/s y el segundo por el borde más externo a V_b m/s. Si los atletas emplean el mismo tiempo en dar una vuelta completa por sus respectivos carriles, la relación V_a/V_b , es igual a:

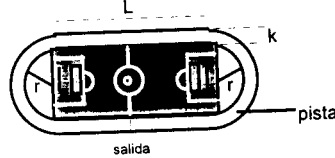


Figura 156

- (A) $\frac{L + \pi r}{L + \pi(r+k)}$ (B) $\frac{L + \pi r}{L + \pi k}$ (C) $\frac{L + \pi k}{L + 2\pi r}$ (D) k/r (E) $\frac{r + L}{k + L}$

16(297). Un cuerpo de masa m pende de dos hilos de igual longitud los cuales se encuentran atados a los vértices opuestos A y B de un cubo de arista a (fig. 157). En equilibrio la masa se encuentra en el centro del cubo. ¿Cuál es el período de las pequeñas oscilaciones del cuerpo?

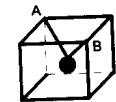


Figura 157

- (A) $2\pi\sqrt{\frac{a}{2g}}$ (B) $2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{3}a}{2g}}$ (C) $2\pi\sqrt{\frac{a}{3g}}$
 (D) $2\pi\sqrt{\frac{a}{g}}$ (E) $2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{2}a}{g}}$

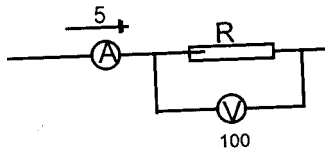


Figura 158

17(298). La lectura de amperímetro es 5 A, la del voltímetro es 100 V (fig.158). Si ambos medidores son ideales el valor de la resistencia R es:

- (A) 10 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 50

18(299). Un aparato de radio que tiene una potencia de 50 W está conectado a cuatro pilas en serie de 1,5 V cada una, que permiten usarlo durante dos meses a razón de 5 horas diarias. La energía eléctrica en Joules suministrada por las pilas es:

- (A) $1,2 \times 10^7$ (B) $3,4 \times 10^7$ (C) $5,4 \times 10^7$
 (D) $6,8 \times 10^7$ (E) $10,3 \times 10^7$

19(300). En un transformador ideal se cumple la siguiente relación: $V_p N_s = V_s N_p$ donde N_p , N_s son el número de vueltas de alambre en el primario y secundario; V_p y V_s son los voltajes en el primario y el secundario respectivamente. Además, la potencia que se suministra al circuito secundario es igual a la potencia que consume el circuito primario. Si $N_s = 4N_p$ y la potencia que consume el primario es 1000 W (ver fig. 159), el voltaje y corriente de salida en el secundaria son:

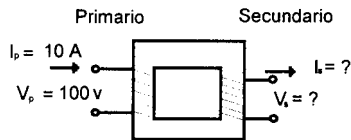


Figura 159

- (A) 2,5 A ; 400 V (B) 2,5 A; 800 V (C) 5 A; 400 V
 (D) 5 A; 200 V (E) 5 A; 1000 V

20(301). Carlos desea medir la altura de un árbol, para esto él coloca un espejo plano horizontalmente sobre el piso a 15 m del árbol. Si los ojos de Carlos están a 1,5 m del piso, y este se sitúa en un punto localizado a 2 m del espejo, él puede ver la reflexión de la punta del árbol. La longitud del árbol medida en metros es:

- (A) $7 \frac{1}{4}$ (B) $10 \frac{1}{4}$ (C) $12 \frac{1}{4}$ (D) $11 \frac{1}{4}$ (E) $17 \frac{1}{4}$

PRUEBA SELECTIVA
GRADO 10°
22 DE OCTUBRE DE 1993

1(302). La gráfica de la figura 160 muestra la dependencia de la altura y de un cohete del tiempo. Los motores del cohete se conectan en el instante de tiempo $t = 0$ donde el cohete tiene velocidad cero y se desconectan en el momento de tiempo $t = t_0$. Dibuje la gráfica de la dependencia de la velocidad y la aceleración del cohete del tiempo. Nota: la gráfica está compuesta de dos tramos de parábola.

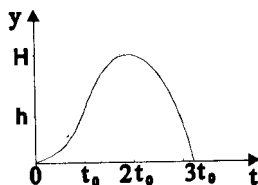


Figura 160

2(303). Suponga que usted se encuentra a bordo de un tren que parte de la estación desde el reposo, con aceleración constante. Si usted tiene a su disposición una cuerda ligera de longitud L , un cuerpo pequeño de masa M y una regla graduada, describa un método que le permita determinar el valor aproximado de la aceleración del tren.

3(304). Un pequeño cuerpo se desliza a lo largo de un doble plano inclinado fijo al piso como se muestra en la figura 161. El cuerpo parte del reposo desde una altura H . Hallar el tiempo mínimo para que el cuerpo regrese a este mismo punto de partida. Despreciar los efectos de rozamiento.

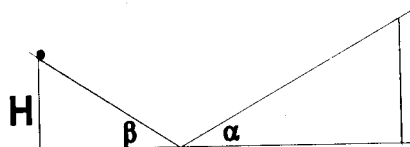


Figura 161

4(305). Una tabla larga, homogénea, de masa M y longitud L yace en medio de dos superficies como se indica en la figura 162. La superficie de la izquierda es lisa y la de la derecha es rugosa. El coeficiente de rozamiento entre la tabla y la parte rugosa es μ . Trazar una gráfica de la fuerza horizontal F en función de x , con la condición de que la fuerza F sea justamente la mínima para que la tabla comience a moverse.

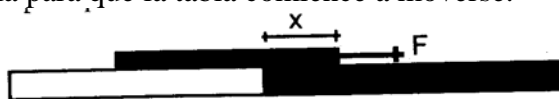


Figura 162

5(306). Dos esferas de igual volumen V y densidades ρ_1 y ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$) respectivamente se encuentran conectadas con un resorte de masa despreciable, constante, elástica k y longitud natural L . Si éste conjunto se deposita en agua el sistema queda sumergido como se indica en la figura 163. Deducir una expresión que permita calcular la distancia Δx que se estira el resorte dentro del agua.

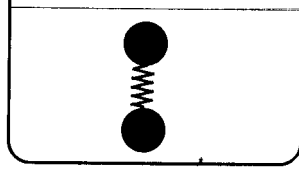


Figura 163

6(307). De los cuatro vértices superiores de un cubo cuelga de hilos iguales un cuerpo de masa m , de modo que este se localiza en el centro del cubo (fig. 164). Calcular la tensión de uno de los hilos.

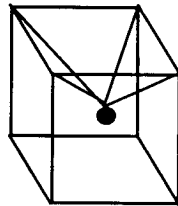
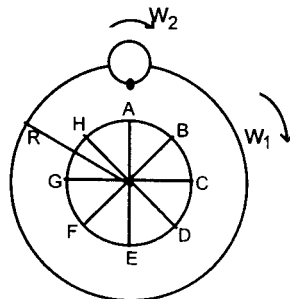


Figura 164

7(308). El motor de un avión de reacción con eficiencia de $\eta = 20\%$ al volar con velocidad 1800 km/h desarrolla una fuerza de empuje de $F = 86 \text{ kN}$. Halle el consumo de combustible (su masa) durante $t = 1$ hora de vuelo. El calor desprendido por cada kg . de queroseno es $q = 4,3 \times 10^7 \text{ J/kg}$.

8(309). Un disco pequeño gira alrededor de un disco fijo describiendo una circunferencia de radio R , a una velocidad angular W_1 en el sentido de las manecillas del reloj como se muestra en la figura 165. El disco pequeño a su vez gira en el sentido de las manecillas del reloj alrededor de un eje que pasa por su centro y es perpendicular a su superficie a una velocidad angular W_2 . Sobre la periferia del disco pequeño existe una marca oscura y sobre el disco fijo existen las marcas A, B, C, D, E, F, G y H igualmente espaciadas. Qué relación debe existir entre las velocidades W_1 y W_2 para que la marca oscura se enfrente a cada una de las marcas A, B, C, D, E, F, G y H a cada vuelta?



9(310). Un termo se llena de agua hirviendo y se cierra herméticamente con un tapón. Explicar el por qué es necesario ejercer una fuerza muy grande para remover el tapón una vez que el agua en el termo se ha enfriado. Despreciar el rozamiento.

10(311). En un cilindro se halla una masa de gas a una presión de $p_0 = 10^7$ Pa. Luego, del cilindro se liberan $\Delta m = 7,5$ kg de gas, ante esto el gas restante en el cilindro registra un presión $p = 2,5 \times 10^6$ Pa. ¿Cuál era la masa inicial de gas? Considere la temperatura del gas constante.

PRUEBA SELECTIVA
GRADO 11°
22 DE, OCTUBRE DE 1993

1(302), 2(303), 3(306), 4(308), 5(309), 6(310).

7(312). Se tiene un a superficie cilíndrica grande de radio R desconocido como se indica en la figura 166. Si usted cuenta con una esferita pequeña y un cronómetro ¿cómo determinaría el radio de la superficie cilíndrica? Despreciar el rozamiento.

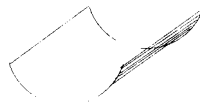


Figura 166

8(313). Usando cuatro resistencias iguales de valor $10\ \Omega$ cada una ¿cómo se deben conectar todas las resistencias para obtener una resistencia equivalente de $10\ \Omega$ Explicar.

9(314). Cuatro cuerpos pequeños iguales poseen cada uno carga eléctrica Q culombios. Los cuerpos se han unido entre sí a través de 4 hilos inextensibles de longitud L cada uno a un punto común. El sistema se encuentra inicialmente como se indica en la figura 167 con los hilos distensionados en el espacio exterior y fuera del alcance de la gravedad. Hallar el valor de la tensión de uno de los hilos, una vez que el sistema alcanza el equilibrio. Mostrar como quedan distribuidos los cuerpo ...

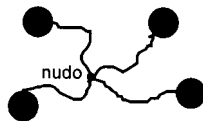


Figura 167

10(315). Un haz de luz incide desde del aire sobre la superficie del agua formando un ángulo de 60° . El ancho del haz en el aire es $d = 10\text{ cm}$. El índice de refracción del agua es $4/3$. Determinar el ancho del haz en el agua.

RONDA FINAL
Grado 10°
18 DE NOVIEMBRE DE 1993

Prueba Teórica

1(316). Un cuerpo es lanzado hacia arriba y se observa que el tiempo transcurrido entre el instante que el cuerpo pasa por un punto situado a una altura h y volver a pasar por este mismo punto es Δt . Determinar una expresión que permita calcular la velocidad con la cual el cuerpo fue lanzado inicialmente hacia arriba.

2(317). Sobre uno de los extremos de una pajilla se halla un saltamontes. La pajilla se halla sobre una superficie muy lisa y horizontal. ¿Con qué velocidad mínima debe saltar el saltamontes para alcanzar el otro extremo de la pajilla? La longitud y masa de la pajilla son respectivamente m y L , la masa del saltamontes es M .

3(318). Un cilindro giratorio de masa M se coloca entre dos paredes que forman un ángulo 2α entre ellas (fig.168). Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el cilindro y las paredes es k , determinar la fuerzas con las cuales el cilindro actúa sobre las paredes.

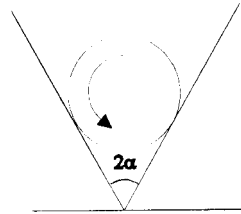


Figura 168

4(319). Un muchacho asciende lentamente por una montaña cubierta de nieve y halando un trineo por medio de una cuerda (fig. 169). La cuerda siempre es paralela a la tangente en cualquier punto de la montaña donde el muchacho se encuentra localizado. La cima de la montaña se encuentra a una altura H y a una distancia l de su base. ¿Qué trabajo realizará el muchacho para llevar el trineo hasta la cima de la montaña. La masa del trineo es m y el coeficiente de fricción sobre la nieve es μ .

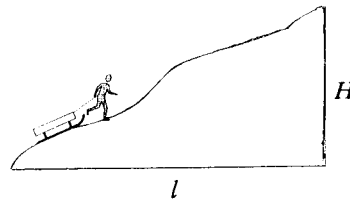


Figura 169

RONDA FINAL
Grado 11°
 18 DE NOVIEMBRE DE 1993

Prueba Teórica

1(316). Un cuerpo es lanzado hacia arriba y se observa que el tiempo transcurrido entre el instante que el cuerpo pasa por un punto situado a una altura h y volver a pasar por este mismo punto es Δt . Determinar una expresión que permita calcular la velocidad con la cual el cuerpo fue lanzado inicialmente hacia arriba.

2(318). Un cilindro giratorio de masa M se coloca entre dos paredes que forman un ángulo 2α entre ellas (fig.170). Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el cilindro y las paredes es k , determinar la fuerzas con las cuales el cilindro actúa sobre las paredes.

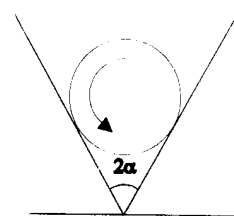


Figura 170

3(319). Un muchacho asciende lentamente por una montaña cubierta de nieve y halando un trineo por medio de una cuerda (fig. 171). La cuerda siempre es paralela a la tangente en cualquier punto de la montaña donde el muchacho se encuentra localizado. La cima de la montaña se encuentra a una altura H y a una distancia l de su base. ¿Qué trabajo realizará el muchacho para llevar el trineo hasta la cima de la montaña. La masa del trineo es m y el coeficiente de fricción sobre la nieve es μ .

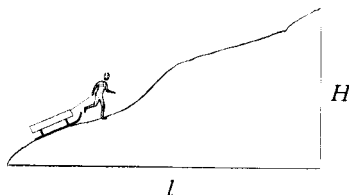


Figura 171

4(320). Sobre una superficie horizontal se halla dibujado un círculo de radio R (fig. 172). En el centro del círculo se halla ubicado verticalmente, apoyándose con su vértice en el centro del círculo, un cono de vidrio con índice de refracción n . El radio de la base del cono es R y el ángulo en su vértice es 60° . El círculo es visto desde una gran distancia a lo largo del eje del cono. ¿De qué radio se ve el círculo?

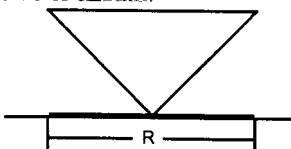


Figura 172

RONDA FINAL
Grado 10° y 11°
19 DE NOVIEMBRE DE 1993

Prueba Experimental

1(321). Determinar la densidad promedio de una bola de resina.

ELEMENTOS

Una probeta graduada ó beaker.

Una hoja de papel milimetrado

Agua de densidad 1 g/cm^3

Una bola de resina de densidad desconocida.

Para lo anterior, se debe presentar una descripción detallada del procedimiento, indicando claramente la leyes y principios usados. Sus medidas y resultados deben ir acompañadas de la correspondiente teoría de errores.

X OLIMPIADA COLOMBIANA DE FISICA

1ª PRUEBA CLASIFICATORIA.

GRADO 10º

3 DE MAYO DE 1994

TABLA DE MAGNITUDES FISICAS

Gravedad = 10 m/s

Densidad del agua = 1 g/cm³

Densidad del oro = 2X10⁴ kg/m³.

Coefficiente de dilatación lineal del acero = 11X10⁻⁶ K⁻¹

Densidad de la madera = 800 kg/m³.

Coefficiente de dilatación lineal del aluminio = 23X10⁻⁶ K⁻¹

Densidad del petróleo = 800 kg/m³.

1(322). El oro se puede convertir en laminas de hasta 0,10 mm de grosor. El área máxima que se puede cubrir con 2 g de oro en cm² es

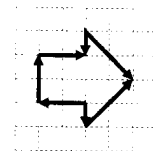
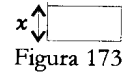
- (A)1,5 (B) 2 (C)10 (D)100 (E)1

2(323). La masa en kilogramos del petróleo que circula durante una hora por la sección de un oleoducto de diámetro interno 0,50 m, con una velocidad 1,0 m/s es

- (A) 9π X10⁴ (B) 1,8π X10⁵ (C) 3,6π X10⁵ (D) 5 X10⁵ (E) π X106.

3(324). Cuando el agua se congela aumenta su volumen en un 9%. La altura x (fig. 173) que debe tener el agua dentro del recipiente cubico de arista a, para que cuando se congele el hielo ocupe justamente todo el volumen del recipiente es

- (A) 100a /108 (B) a/9 (C) 100a /109
(D) 100a /110 (E) a/8



4(325). Si cada división representa una unidad de longitud, la magnitud de la suma de vectores que aparecen en la figura 174 es

- (A) 0 (B)1 (C)2 (D)3 (E) 4

5(326). La velocidad media del movimiento rectilíneo cuya rapidez se representa en la figura 175, vale

- (A) 1 m/s (B) 2 m/s (C) 3 m/s (D) 4 m/s (E) 5 m/s.

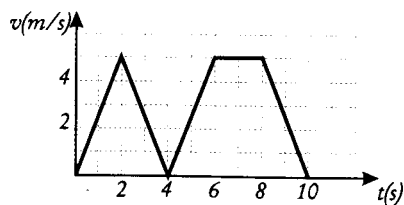


Figura 175

6(327). Un don Juan mira una chica al otro lado de la calle. Si frente a él pasan dos autobuses de longitudes y velocidades como se muestra en la figura 176, el tiempo que deja de verla es

- (A) $2L/V$ (B) $L/2V$ (C) L/V (D) $L/3V$ (E) $L/4V$

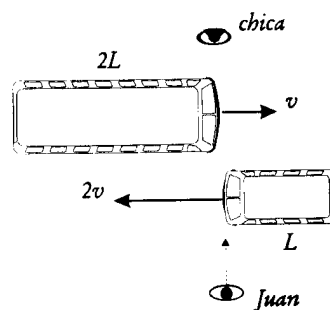


Figura 176

7(328). Un cuerpo cae libremente sin velocidad inicial desde una altura h . La altura a la cual alcanza una rapidez igual a la mitad de la que logra en el momento de tocar tierra es

- (A) $0,15h$ (B) $0,25h$ (C) $0,45h$
 (D) $0,50h$ (E) $0,75h$.

8(329). Al disparar un proyectil de masa 15 kg alcanza una velocidad de salida de 600 m/s . Si la longitud del cañón es $1,5 \text{ m}$, la fuerza media en newtons con la cual los gases explosivos actúan sobre el proyectil es (Considere el movimiento uniformemente acelerado.)

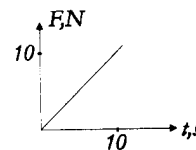


Figura 177

- (A) 150 (B) 900 (C) 3000 (D) $1,35 \times 10^5$ (E) $1,8 \times 10^6$.

9(330). Un cuerpo de masa $m = 10 \text{ kg}$ se encuentra en reposo en una superficie horizontal lisa. Sobre él comienza a actuar una fuerza que crece linealmente durante 10 segundos como indica la figura 177. A partir de este instante el cuerpo se frena aplicándole una fuerza constante de 10 N . El tiempo que actúa esta fuerza para dejar el cuerpo en reposo es

- (A) 5 s (B) 10 s (C) 20 s (D) 50 s (E) 100 s .

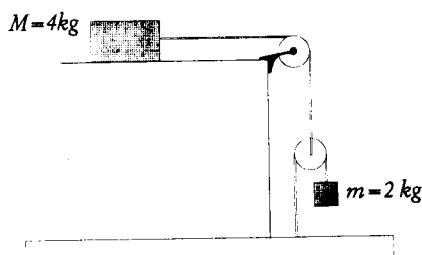


Figura 178

10(331). En el sistema mostrado en la figura 178 no existe fricción y las poleas no tienen masa. De las siguientes afirmaciones es correcto que

- (A) Ambos cuerpos poseen igual aceleración.
- (B) La aceleración de m es mayor que la de la gravedad.
- (C) Las tensiones de las dos cuerdas son iguales.
- (D) La rapidez de m en cualquier instante es el doble que la de M .

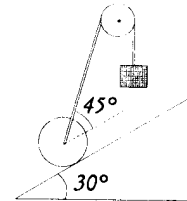


Figura 179

11(332). Sobre un plano inclinado 30° con el horizonte se halla un cuerpo cilíndrico de radio 50 cm y masa $M=2$ kg sostenido con una cuerda que soporta un bloque de masa m como indica la figura 179. Si el sistema se halla en equilibrio el valor de la masa m es (Despreciar la fricción.)

- (A) 1 kg (B) $\sqrt{2}$ kg (C) $\sqrt{3}$ kg
- (D) 2 kg (E) $\sqrt{5}$ kg.

12(333). Un poste de peso 300 N se sostiene mediante dos cables como indica la figura 180. El cable horizontal ejerce una tensión, de 400 N. Para que la fuerza que el poste aplica al piso sea de 900 N el ángulo a debe valer

- (A) $a = \arctan 3/2$ (B) $a = \arctan 2/3$
- (C) $a = \arctan 1/3$ (D) $a = \arctan 1/2$
- (E) $a = \arctan 1/4$

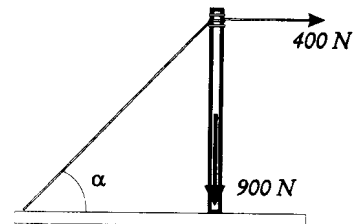


Figura 180

13(334). Das varillas delgadas iguales de longitud L cada una, están soldadas en forma de "T". De acuerdo a la figura 181 las coordenadas de su centro de masa son

- (A) $(0, L/2)$ (B) $(L/2, L/4)$ (C) $(L/2, L/2)$
- (D) $(L/2, 3L/4)$ (E) $(3L/2, L/4)$

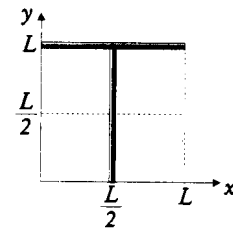


Figura 181

14(335). Un bloque descansa sobre una tabla plana, la cual va girando con respecto a su extremo como se muestra en la figura 182. Debido al rozamiento el bloque no resbala.

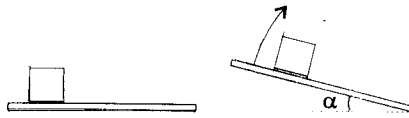
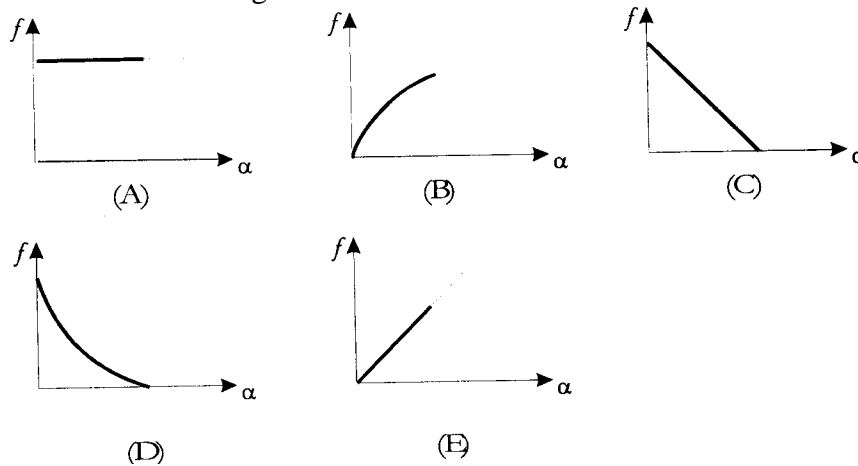


Figura 182

La gráfica que representa la fuerza de fricción f que la tabla aplica al bloque durante este proceso en función del ángulo α es



15(336). Al resorte de constante k y longitud natural L_0 , se le cuelgan dos cuerpos de masa m cada uno, como indica la figura 183. Despreciando la masa del resorte y la fricción en las poleas, el resorte se estira una longitud

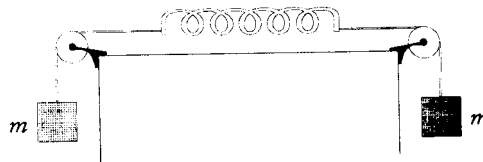


Figura 183

- (A) $mg/2k$ (B) mg/k (C) $2mg/k$ (D) $L_0/2$ (E) $L_0/4$

16(337). Se sostiene una varilla entre la pared y el piso como muestra la figura 184. Cuando la varilla se deja libre comienza a deslizarse pues no hay rozamiento ni en el piso ni en la pared. En el movimiento de la varilla se cumple que

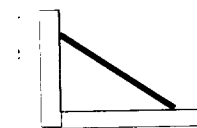


Figura 184

- (A) Su centro de masa cae con la aceleración gravitacional.
- (B) La cantidad de movimiento angular de su centro de masa permanece constante.
- (C) La cantidad de movimiento lineal de su centro de masa permanece constante.
- (D) Su energía mecánica total permanece constante.
- (E) La fuerza neta sobre la varilla permanece constante.

17(338). Un cubo de madera flota en agua atado a una cuerda ligera cuyo extremo inferior esta fijo en el fondo del recipiente. La tensión de la cuerda depende de la distancia x como se indica en la gráfica 185.

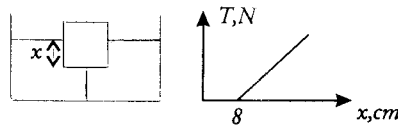


Figura 185

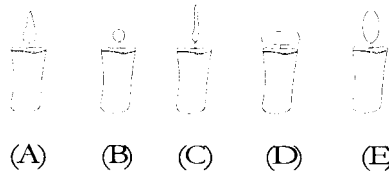
La arista del cubo es

- (A) 4 cm (B) 5 cm (C) 8 cm (D) 10 cm (E) 16 cm.

18(339). Al ser fabricado un bombillo se llena con argón a presión 50 kPa y temperatura 288 K. Si la presión dentro asciende a 100 kPa la temperatura del gas del bombillo es

- (A) 28,8 K (B) 144 K (C) 288 K (D) 576 K (E) 14400 K.

19(340). La forma que adopta la llama de una vela dentro de un satélite artificial con aire dentro, al ser encendida es



20(341). A 0° un alambre de aluminio y otro de acero tienen igual longitud $L=500$ m. La diferencia entre longitudes de ambos alambres a 100°C es

- (A) 15 mm (B) 1 cm (C) 12 cm (D) 60 cm (E) 100 cm.

1ª PRUEBA CLASIFICATORIA.
GRADO 11°
3 DE MAYO DE 1994

1(323), 2(325), 3(326), 4(328), 5(329), 6(331), 7(332), 8(334), 9(335),10(338),11(339),
12(340),13(341).

14(342). En un mismo intervalo de tiempo un péndulo realiza 5 oscilaciones y otro 3 oscilaciones. Si la diferencia entre sus longitudes es 48 cm la longitud del más corto es

- (A) 12 cm (B) 27 cm (C) 48 cm (D) 75 cm (E) 96 cm

15(343). Si una señal luminosa recorre en el vacío una distancia igual a la de la circunferencia ecuatorial de un planeta en 0,628 s, el radio del planeta en km es

- (A) 3×10^3 (B) $6,28 \times 10^3$ (C) 3×10^4 (D) 3×10^5 (E) $6,28 \times 10^5$.

16(344). La resistencia equivalente de tres resistencias conectadas en paralelo es 30Ω , y sus valores se relacionan como 1:2:5. El valor en Ω de la resistencia de más valor es

- (A) 51Ω (B) 100Ω (C) 125Ω (D) 255Ω (E) 300Ω .

17(345). A una tensión de 220 V se conectan en serie una resistencia y 10 lamparas de 12 V y 24Ω cada una. El valor de la resistencia debe ser

- (A) 100Ω (B) 120Ω (c) 200Ω (D) 240Ω (E) 2200Ω .

18(346). Dos espejos planos están colocados de manera paralela y separados una distancia d como indica la figura 186. Un rayo luminoso entra rasante al espejo inferior formando el ángulo α . Si el rayo emergente abandona los espejos al cabo de un tiempo t formando igualmente un ángulo α , la longitud L de los espejos es (c es la velocidad de la luz.)

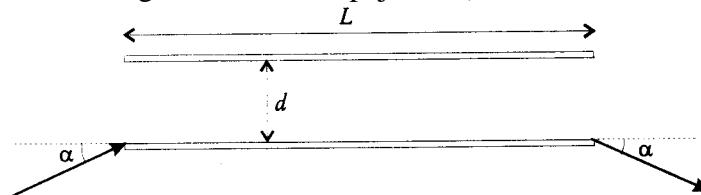


Figura 186

- (A) $\frac{(ct)^2}{d} \tan \alpha$ (B) $\frac{(ct)^2}{d} \cos \alpha$ (C) $ct(\tan \alpha)$
(D) $d(\sin \alpha)$ (E) $ct(\cos \alpha)$.

19(347). A dos lamparas iguales conectadas en serie se conectan dos voltímetros como se muestra en la figura 187. El primero de ellos muestra una tensión de 10 V y el segundo 20 V. La resistencia del primer voltímetro es $4\text{ k}\Omega$. La resistencia del segundo voltímetro es

- (A) $10/3\text{ k}\Omega$ (B) $5\text{ k}\Omega$ (C) $8\text{ k}\Omega$ (D) $40/3\text{ k}\Omega$ (E) $80\text{ k}\Omega$.

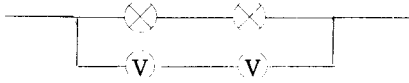


Figura 187

20(348). La resistencia adicional que es necesario conectar en serie a un voltímetro con resistencia $4\text{ k}\Omega$ para que el valor de una división aumente en 5 veces es

- (A) $4\text{ k}\Omega$ (B) $8\text{ k}\Omega$ (C) $10\text{ k}\Omega$ (D) $16\text{ k}\Omega$ (E) $20\text{ k}\Omega$.

2ª PRUEBA CLASIFICATORIA.
GRADO 10º
20 DE SEPTIEMBRE DE 1994

Tómese el valor de la gravedad $g=10 \text{ m/s}^2$.

1(349). La magnitud del vector suma resultante de los vectores mostrados en la figura 188 es:

- (A) $2 + 3\sqrt{3}$ (B) $2 + 3\sqrt{2}$ (C) 5
(D) $\sqrt{3}$ (E) $1 + \sqrt{2}$

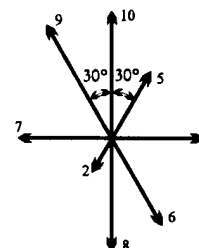


Figura 188

2(350). En un recipiente cilíndrico de radio 1 cm y altura 2 cm se coloca un cuerpo sólido de hierro. Al recipiente se le comienza a verter agua, de modo que el volumen del agua en función de la altura h de su nivel en el recipiente varía como se muestra en la gráfica de la figura 189. El cuerpo sólido es:

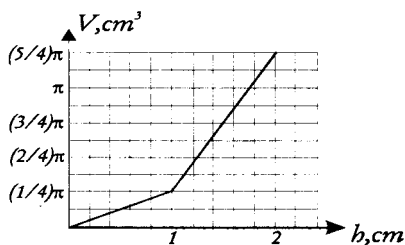


Figura 189

- (A) Una esfera de radio 1,0 cm.
(B) Un cono recto circular de radio 0,50 cm y altura 2,00 cm.
(C) Un cilindro hueco de radio interno 0,25 cm, radio externo 1,00 cm y altura 1,00 cm.
(D) Un cilindro hueco de radio interno 0,50 cm, radio externo 1,00 cm y altura 2,00 cm.
(E) Un cilindro macizo de radio 1,00 cm y altura 1,00 cm.

3(351). Una lámina cuadrada de papel tiene una masa por unidad de área σ constante (fig. 190). Se inscribe un círculo de radio R en el cuadrado, la razón de las masas del círculo al cuadrado es:

- (A) π (B) $\pi/4$ (C) 4
(D) $4/\pi$ (E) $1/\pi$

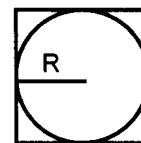


Figura 190

4(352). La gráfica de la figura 191 representa la posición x como función del tiempo para cinco cuerpos que se mueven en línea recta. De ellos tiene mayor rapidez en el instante $t = 5 \text{ s}$:

- (A) a (B) b (C) c
(D) d (E) e.

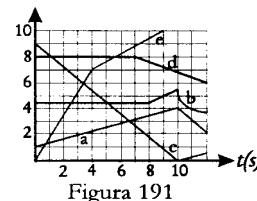


Figura 191

5(353). Un avión vuela horizontalmente a una altura h y con rapidez de 360 km/h . En el instante que pasa por la vertical de un punto P , un cañón antiaéreo le lanza un proyectil con una dirección que forma un ángulo $\theta = 60^\circ$ con el plano horizontal (fig.192). Si el proyectil hace impacto en el avión 3 segundos después del disparo, la rapidez con la cual fue lanzado el proyectil es:

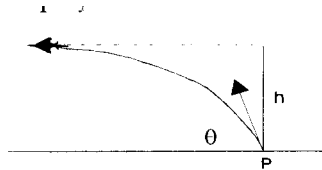


Figura 192

- (A) 100 m/s (B) 180 m/s (C) 190 m/s (D) 200 m/s (E) 220 m/s .

6(354). Una partícula se mueve sobre un cuadrado de lado $a = 2 \text{ cm}$ con rapidez constante igual a 2 cm/s en el sentido de las manecillas del reloj. A su vez el cuadrado se desliza sobre el eje x con rapidez constante de 2 cm/s como se indica en la figura 193.

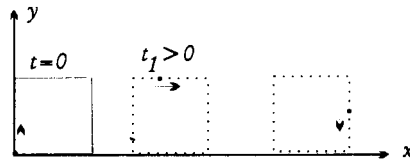
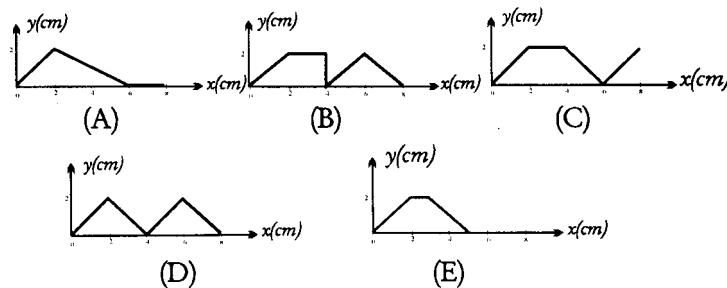


Figura 193

Si el vértice inferior izquierdo del cuadrado y la partícula pasan por el origen de coordenadas en $t = 0 \text{ s}$, la gráfica que describe la trayectoria de la partícula cuando esta da una vuelta completa al cuadrado es:



7(355). Dos bloques de masas $m = 1 \text{ kg}$ y $M = 2 \text{ kg}$ comprimen un resorte colocados sobre una superficie horizontal lisa la cual tiene los toques A y B en sus extremos; la separación entre los toques es 2 m (fig.194). Cuando el resorte se descomprime el bloque de la izquierda sale disparado una rapidez de 1 m/s . La distancia X para que ambos bloques choquen los toques simultáneamente es:

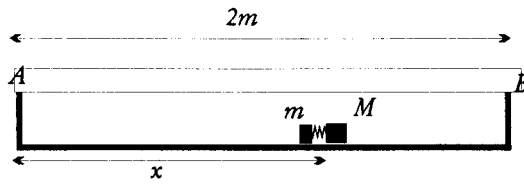


Figura 194

- (A) $\frac{3}{4} m$ (D) $\frac{2}{3} m$ (B) $\frac{4}{3} m$ (E) $\frac{1}{2} m$ (C) $\frac{3}{2} m$

8(356). La lámina mostrada en la figura 195 tiene forma de "L" y su plano se encuentra sobre la superficie de una mesa. A la lámina se le aplica una fuerza F mediante una cuerda en el extremo indicado. La orientación que toma la lámina en movimiento después de alcanzarse el equilibrio rotacional es:

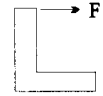
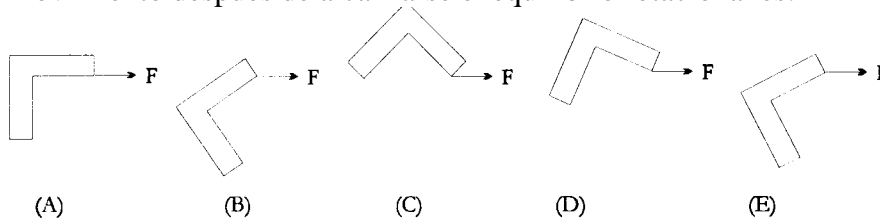


Figura 195



9(357). Al aplicar una única fuerza a un cuerpo de masa 100 kg su aceleración es de 2 m/s^2 . La misma fuerza aplicada a un cuerpo de masa 1000 kg le imprime una aceleración de:

- (A) $0,2 \text{ m/s}^2$ (B) 2 m/s^2 (C) 20 m/s^2 (D) 200 m/s^2 (E) 10 m/s^2

10(358). Un bloque que descansa sobre una superficie horizontal se hala mediante un resorte (fig. 19G). Se encuentra que cuando el resorte alcanza un estiramiento x_1 el bloque justamente empieza a moverse; y cuando el resorte se mantiene estirado una longitud x_2 el bloque se mueve con aceleración constante. Si los coeficientes de fricción estática y cinética entre el bloque y la superficie son μ_e y μ_c , respectivamente, el valor de la aceleración es:



Figura 196

- (A) $\left(\mu_e \frac{x_2}{x_1} - \mu_c \right) g$ (B) $\left(\mu_c \frac{x_2}{x_1} - \mu_e \right) g$ (C) $\left(\mu_c \frac{x_1}{x_2} - \mu_e \right) g$
 (D) $\left(\frac{x_1}{x_2} - 1 \right) g$ (E) $\left(\frac{\mu_e}{\mu_c} - 1 \right) g$

11(359) Un cuerpo de masa m cuelga de los extremos de dos cuerdas idénticas. Los otros dos extremos de las cuerdas penden de un techo de manera que se puede variar el ángulo entre las cuerdas (fig. 197). En cada instante las cuerdas forman ángulos iguales con la

vertical. Se encontró que cuando $\theta = 60^\circ$ alguna ó ambas cuerdas se rompían. El valor de la tensión de ruptura de la cuerda es:

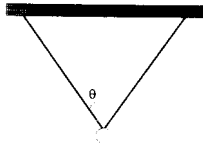


Figura 197

- (A) mg (B) $2mg$ (C) $3mg$ (D) $mg\sqrt{3}$ (E) $mg\sqrt{2}$

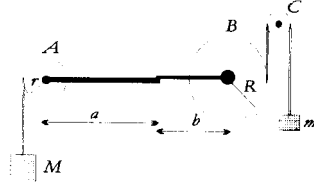


Figura 198

12(360). El dispositivo de la figura 198 consta de las poleas A, B y C que pueden girar alrededor de sus ejes, los cuales están fijos. Cada una de las poleas A y B tiene una barra soldada como se indica en la figura. A la polea A se le suspende un cuerpo de masa M y a la polea B otro cuerpo de masa m. Si las barras permanecen horizontales y en equilibrio, el valor de la masa m es:

- (A) $(ar/bR)M$ (B) $(bR/ar)M$ (C) $(a/b)M$
 (D) $(b/a)M$ (E) $(br/aR)M$

13(361). Un extraño sólido homogéneo de masa 100 gramos al caer accidentalmente al piso se rompió en varios fragmentos. En la figura 199 se muestran algunos de estos. Si se sabe que los fragmentos mostrados representan el 28% del sólido, la densidad de este extraño sólido es:

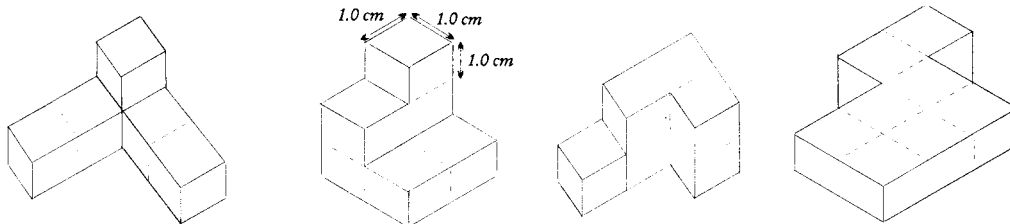


Figura 199

- (A) $1,0 \text{ g/cm}^3$ (B) $1,5 \text{ g/cm}^3$ (C) $1,8 \text{ g/cm}^3$ (D) $0,9 \text{ g/cm}^3$ (E) $0,8 \text{ g/cm}^3$

14(362). Dos bloques plásticos cúbicos tienen iguales dimensiones. El primer bloque flota en agua con su base sumergida 1 cm. Si el primero se coloca encima del segundo y flotan en agua, el segundo se sumerge:

- (A) 1,5 cm (B) 2,5 cm (C) 3,0 cm (D) 3,5 cm (E) 4 cm

15(363). Dos cuerpos iguales; A y B de masa m , están conectados mediante una cuerda ligera de longitud L y colocados sobre una mesa como se indica en la figura 200. Inicialmente el cuerpo B se encuentra a punto de caer, la cuerda estirada y el cuerpo A lo más alejado posible de la mesa. Si el sistema se deja libre, la velocidad con la que A abandona la mesa es: (Despreciar la fricción)

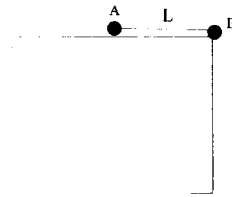


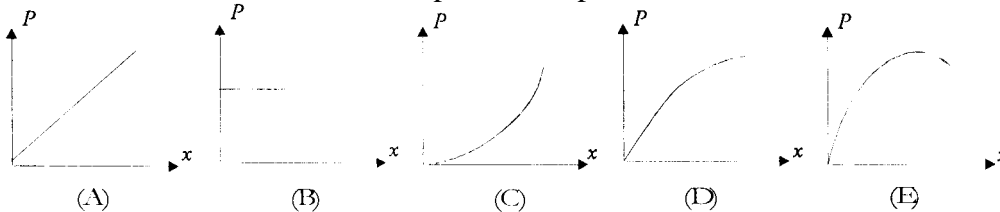
Figura 200

- (A) \sqrt{gL} (B) $2\sqrt{gL}$ (C) $\sqrt{2gL}$
 (D) $\sqrt{2gL}/2$ (E) $3\sqrt{gL}$.

16(364). Con un martillo mecánico, de masa 200 kg, se moldea una pieza metálica de masa 10 kg y capacidad calorífica $c = 0,5 \text{ kJ/kgC}$. Después de 500 golpes, la pieza ha incrementado su temperatura desde 283 hasta 291 K. El valor de la velocidad del martillo en el momento del choque, considerando que en el calentamiento de la pieza se consume el 80% de la energía del martillo es:

- (A) 1 m/s (B) 3 m/s (C) 5 m/s (D) 7 m/s (E) 10 m/s

17(365). Una cuerda enrollada en la polea de un motor levanta un cuerpo con aceleración constante desde el reposo en el piso. La gráfica que describe la potencia desarrollada por el motor en función de la altura alcanzada por el cuerpo es:



18(366). Una olla de presión está regulada para que suene la válvula cuando se alcance la presión de 1,8 atm. Se pone al fogón tapada y vacía (llena de aire); las condiciones ambientales son 1 atm y 18 °C La temperatura a la que se oye la salida de aire en grados Celsius es:

- (A) 32,4 (B) 100,0 (C) 50,4 (D) 62,5 (E) 250,8

19(367). Cuántos litros de agua a 20°C y 100 °C respectivamente es necesario mezclar para obtener 300 litros de agua a 40°C ?

- (A) 20 y 28 (B) 225 y 75 (C) 200 y 100 (D) 120 y 180 (E) 250 y 50

20(368). El dispositivo mostrado en la figura 201 consta de un tubo en forma de "U" con un líquido en su interior . La columna izquierda del tubo se encuentra a la temperatura T_1 y la columna derecha se encuentra a la temperatura T_2 . Las alturas del líquido en cada columna

son H_1 y H_2 respectivamente. El cociente de las densidades del liquido en la columna izquierda y la columna derecha es:

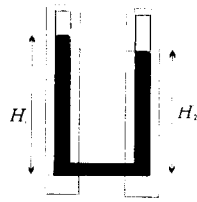


Figura 201

- (A) T_2/T_1 (B) H_1/H_2 (C) T_1/T_2 (D) H_2/H_1 (E) T_2H_1/T_1H_2

PRUEBA CLASIFICATORIA.
GRADO 11°
20 DE SEPTIEMBRE DE 1994

2(350), 3(352), 4(353), 5(354), 6(355), 7(356), 8(358), 9(360),10(362),11(363),12(364),
13(366),14(367).

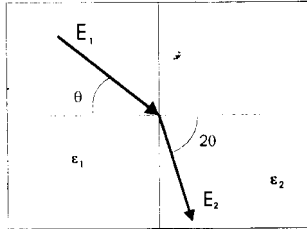


Figura 202

1(369). Cuando un campo eléctrico pasa de un medio a otro (fig. 202), éste en general cambia de dirección y magnitud, cumpliéndose como una especie de “Ley de Snell”, la cual dice: $\epsilon_1 E_{1N} = \epsilon_2 E_{2N}$, donde ϵ_1 y ϵ_2 son las constantes de permitividad de los respectivos medios y, E_{1N} y E_{2N} son las componentes de los campos perpendiculares a la superficie de separación de los medios. Teniendo en cuenta la figura y si $\epsilon_2 = 5\epsilon_1$, entonces la magnitud de ϵ_2 es:

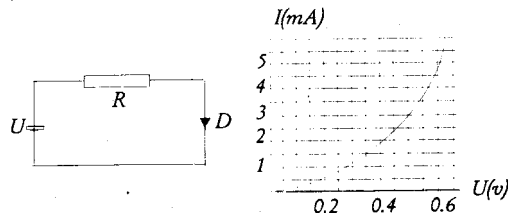
- (A) $E_1 \sin\theta/5\sin 2\theta$ (B) $5E_1 \cos\theta/\sin 2\theta$ (C) $E_1 \cos\theta/5\cos 2\theta$ (D) $5E_1$ (E) $5E_1 \tan\theta$

15(370). Una carga q_1 se coloca a cierta distancia de una carga q_2 y se mide la fuerza de interacción. Al duplicar el valor de la carga negativa, el valor de la fuerza aplicada sobre q_2 es

- (A) No cambia (B) Se duplica (C) Se triplica
(D) Disminuye a la mitad (E) Se cuadruplica.

16(371). Un contador eléctrico muestra la lectura de la energía consumida en kW/h (kilovatios-hora) por los electrodomésticos de una casa. Cuando el disco realiza 400 revoluciones, el contador incrementa su lectura en 1 kW/h. Si se observa que el disco tarda 40 s en dar una vuelta completa, la energía consumida por los aparatos de esa casa en kW durante este tiempo es:

- (A) 0,025 (B) 0,98 (C) 0,500 (D) 0,245 (E) 1,2



17(372). El circuito mostrado en la figura 203 consta de una batería de 5 voltios, una resistencia de valor R desconocido y un diodo D, el cual es un elemento semiconductor.

Cuando entre los extremos del diodo se establece una diferencia de potencial U , por éste circula una corriente I . La dependencia de la corriente I como función de la caída de tensión U se muestra en la figura. Si la caída de tensión en la resistencia R es igual a 4.5 voltios, la corriente que pasa por la resistencia es:

- (A) 1 mA (B) 2 mA (C) 3 mA (D) 4 mA (E) 5 mA

18(373). Un circuito consta de una batería y dos resistencias conectadas en paralelo. Se sabe que la potencia disipada por la resistencia de $10\text{ k}\Omega$ es 10 veces la potencia disipada por R . El valor de R es:

- (A) $1\text{ k}\Omega$ (B) $5\text{ k}\Omega$ (C) $20\text{ k}\Omega$ (D) $50\text{ k}\Omega$
 (E) $100\text{ k}\Omega$

19(374). Un haz de luz incide sobre un espejo cilíndrico de radio R a una distancia $b < R$ del eje del espejo. Después de reflejarse, el haz incide sobre un espejo plano AB como se muestra en la figura 204. El ángulo que forma el rayo con la horizontal después de reflejarse en el espejo plano es:

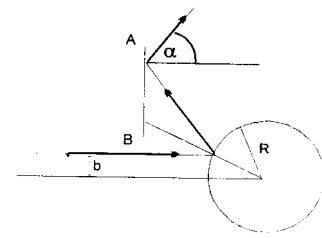


Figura 204

- (A) $\tan^{-1} b/R$ (D) $2\tan^{-1} b/R$
 (B) $\sin^{-1} b/R$ (E) $2\sin^{-1} b/R$
 (C) $2\cos^{-1} b/R$

20(375). La velocidad de las ondas de sonido con frecuencia 256 Hz comparada con la velocidad de las ondas de sonido de 512 Hz es:

- (A) Cuádruple (B) Igual (C) Doble
 (D) Triple (E) La mitad

PRUEBA SELECTIVA
Grado 10°
21 DE OCTUBRE DE 1994

1(376). Una persona en un tren de pasajeros nota que un tren de carga que viene al encuentro consta de una locomotora y 10 vagones, y pasa a lo largo en el curso de $t = 10$ s. ¿Cuál es la velocidad del tren de pasajeros, si la longitud total de la locomotora del tren de carga es de $L_1 = 20$ m, la longitud de cada uno de sus vagones es $L_2 = 16,5$ m, la distancia entre vagones $L_3 = 1,5$ m y en el momento del encuentro ambos avanzaban con igual rapidez?

2(377). Una lancha viaja en el sentido de la corriente de un río de un punto A a un punto B en $t_1 = 3$ h, y de regreso en un tiempo $t_2 = 6$ h. Cuánto tiempo gastaría la lancha si va de A a B arrastrada por la corriente con el motor apagado?

3(378). Un cuerpo es lanzado con una velocidad inicial V formando un ángulo θ con respecto a la horizontal que pasa por la base de un plano inclinado, el cual forma un ángulo α con el piso (fig. 205). Determinar la máxima altura H alcanzada por el cuerpo si esta se mide desde el piso. Despreciar la fricción.

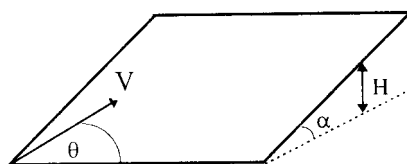


Figura 205

4(379). Dos cuerpos de dimensiones pequeñas y masas $m_1 = 5$ kg y $m_2 = 2$ kg se hallan sobre una mesa sin fricción y están estirando un caucho cuya longitud natural es de 0,05 m y es de constante elástica de 100 N/m (fig. 206). Inicialmente los cuerpos están separados una distancia igual a 1 m. ¿Si se sueltan los cuerpos, en qué punto se produce el choque?

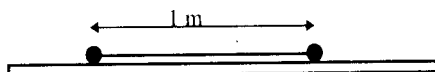


Figura 206

5(380). A un cubo de masa M que yace sobre una superficie horizontal se le suspende un cuerpo de masa m mediante una cuerda ligera como se indica en la figura 207. La cuerda pasa por una polea de radio R de modo que la cuerda es paralela en todo punto a las caras del cubo. Despreciando la fricción hallar el valor máximo de m que puede suspenderse de modo que el cubo no se voltee.

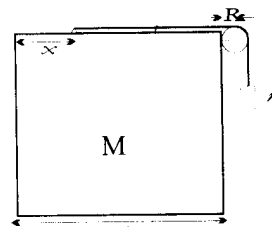


Figura 207

6(381). Un camión viaja con aceleración constante con una caja de masa 50 kg reposando en su plataforma, como indica la figura 208. Si la masa de la caja colgante es de 10 kg, calcule la aceleración del camión y la fuerza de rozamiento sobre la caja de la plataforma.

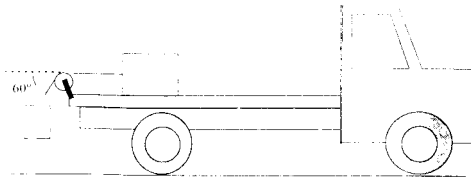


Figura 208

7(382), Para cuántos kilómetros alcanzan 8 L de gasolina de una motocicleta, que con 8,8 kW desarrolla una velocidad de 70 km/h. Eficiencia 21%

Eficiencia es la relación entre la energía útil obtenida de una máquina y la energía total entregada a la misma dada en porcentaje. La gasolina aporta $4,4 \times 10^7$ J/kg.

8(383). El agua del radiador de un automóvil viejo hierve a 100°C y se evapora a razón de 1/2 litro cada 30 minutos. Qué potencia pierde el auto por este motivo? Calor de evaporación para el agua $2,26 \times 10^6$ J/kg.

9(384). Una tubería por donde circula agua se bifurca como se indica en la figura 209. El líquido entra por el punto A y sale por los puntos C y D. El radio de las tuberías en forma de L son de 20 y 10 cm. En el punto B la velocidad promedio del líquido es de 100 cm/s y en C de 200 cm/s. Calcular el número de litros de agua por segundo que circulan por la tubería en los puntos A y D. Los radios de la tubería en los puntos A y B son 60 y 40 cm respectivamente.

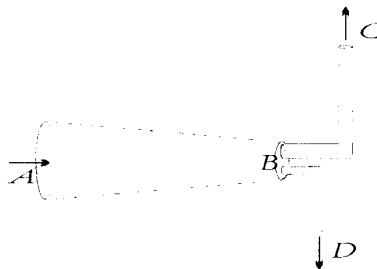


Figura 209

10(385), En un recipiente hay un gas ideal y dentro del recipiente un globo elástico con otro gas ideal dentro (fig 210). El recipiente tiene forma de un cubo de arista $4R$ y el radio del globo es R . ¿Si el pistón baja muy lentamente una distancia $R/2$, en cuánto varía el radio del globo?



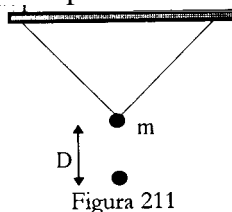
Figura 210

PRUEBA SELECTIVA
Grado 11°
21 DE OCTUBRE DE 1994

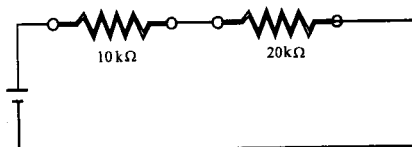
1(376), 2(380), 3(381), 4(385).

5(386). La salida de una nave cósmica de la Tierra requiere de grandes aceleraciones, y por lo tanto el astronauta se ve sujeto a grandes "gravedades". Para evitar este efecto algunos autores propusieron colocar el astronauta en una cámara con un líquido cuya densidad fuera la misma que la del cuerpo humano. Ellos suponen que cuando una persona se encuentra en uno de esos líquidos el cuerpo queda en estado de ingravidez y por consiguiente se libera de la acción tanto de la gravedad normal como de la gravedad artificial. ¿Dónde está el error en esta suposición?

6(387). Una esfera cargada de masa m se suspende de dos hilos aislantes que forman entre sí un ángulo de 90° (Fig. 211). A una distancia D de la esfera y abajo de esta, se coloca otra esferita idéntica con carga del mismo valor que la anterior, pero de signo contrario. Con esto la fuerza de tensión de los hilos se duplica. Determinar la carga de la esferita.



7(388). El circuito mostrada en la figura 212 consta de una fuente de voltaje conectada en serie con dos resistencias de $10\text{ k}\Omega$ y $20\text{ k}\Omega$. Cuando se mide la diferencia de potencial con un voltímetro en la resistencia de $10\text{ k}\Omega$ se obtiene el mismo valor que cuando un segundo voltímetro mide la diferencia de potencial en la resistencia de $20\text{ k}\Omega$. Si la resistencia interna del primer voltímetro es de $60\text{ k}\Omega$ determinar la resistencia interna del segundo voltímetro.



8(389). La inscripción de una bombilla dice: " 60 W , 120 V ". Admitiendo que su resistencia es constante, calcule la potencia que disipa cuando se conecta a una diferencia de potencial de 100 V .

9(390). Una lámpara de forma circular de radio 15 cm está sobre la superficie de una piscina como indica la figura 213. Considerando puntual el ojo del observador O de 1 m de altura, ¿qué área de la superficie de la piscina refleja rayos que van desde la lámpara al ojo O ? El borde izquierdo de la lámpara está en la misma vertical que el borde izquierdo de la piscina.

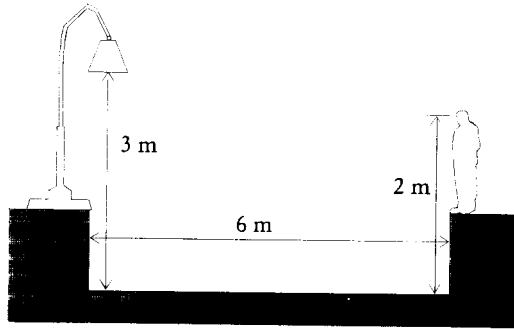


Figura 213

10(391). Un rayo de luz incide sobre una lámina plana de espesor D , formando un ángulo α con la normal (fig. 214). Luego de refractarse el rayo incide sobre la parte inferior de la lámina y se refleja de nuevo formando un ángulo β con respecto a la normal. Si se encuentra que $\alpha = 2\beta$ y el rayo en parte abandona la lámina a una distancia x medida con respecto al punto de contacto inicial del rayo con la lámina, hallar el índice de refracción de la lámina.

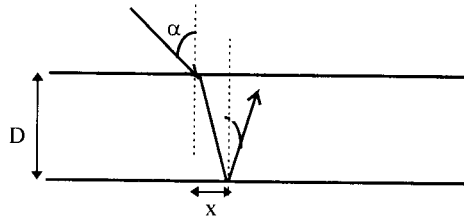


Figura 214

RONDA FINAL
Grado 10°
17 DE NOVIEMBRE DE 1994

Prueba Teórica

1(392). El peso de un cuerpo en el ecuador de cierto planeta esférico es $h = 97\%$ del peso del mismo en el polo. Encuentre la duración de un día en dicho planeta si la densidad del planeta es $\rho = 2,5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$. Valor de la constante de gravitación universal $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$.

2(393). Un cubo de acero de arista a y densidad ρ_1 , flota en mercurio cuya densidad es ρ_2 . Encima del mercurio se vierte agua de tal manera que el nivel de ésta esté al mismo nivel de la cara superior del cubo. ¿Cuál debe ser la altura de la capa de agua?

3(394). Tres cilindros idénticos están en equilibrio como se muestra en la figura 215. Si se desprecia la fricción, ¿qué condición debe satisfacer el ángulo α de inclinación del plano, para preservar dicho equilibrio?

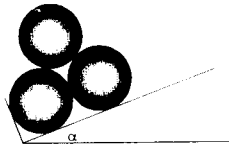


Figura 215

4(395). Una probeta delgada está inicialmente con su abertura hacia arriba y posee un gas ideal separado del exterior por medio de una gota de mercurio. Cuando la probeta se coloca horizontal el volumen ocupado por el gas aumenta 1,5 veces. ¿Si se invierte el tubo tal que su abertura queda hacia abajo, cuál es el nuevo volumen con respecto al inicial?

RONDA FINAL
Grado 11°
17 DE NOVIENIBRIE DE 1994

Prueba Teórica

1(392). El peso de un cuerpo en el ecuador de cierto planeta esférico es $h=97\%$ del peso del mismo en el polo. Encuentre la duración de un día en dicho planeta si la densidad del planeta es $\rho = 2,5101 \text{ kg/m}^3$. Valor de la constante de gravitación universal $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$.

2(394). Tres cilindros idénticos están en equilibrio como se muestra en la figura 216. Si se desprecia la fricción, ¿qué condición debe satisfacer el ángulo α de inclinación del plano, para preservar dicho equilibrio?

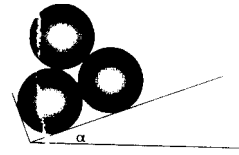


Figura 216

3(396). En el esquema el voltímetro de la figura 217 se ha conectado en paralelo a la resistencia r_1 , de valor $0,4 \Omega$. La lectura del voltímetro es $U_1=34,8 \text{ V}$. La tensión en la fuente se mantiene constante y es igual a $U=100 \text{ V}$. Hallar la relación de la intensidad en el voltímetro con respecto a la intensidad en la resistencia $r_2= 0,6 \Omega$

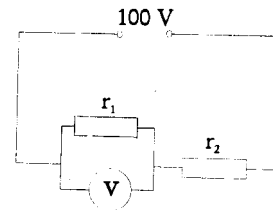


Figura 217

4(397). Un haz de luz en forma cónica (ángulo igual 2α) incide sobre un recipiente cilíndrico muy ancho formando una mancha luminosa circular en el fondo de éste (fig. 218). Luego, el recipiente se llena hasta una altura h con un líquido de índice de refracción n y se tapa con un vidrio transparente de espesor d e índice de refracción n_0 ; ¿En cuánto aumenta o disminuye el radio de la mancha luminosa en el fondo del recipiente ?

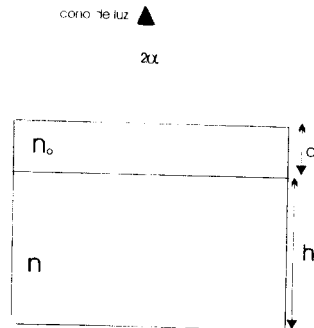


Figura 218

RONDA FINAL
Grados 10° y 11°
17 DE NOVIEMBRE DE 1994

Prueba Experimental

5(398). OBJETIVO: Determinar la masa de un cuerpo esférico (bola de cristal).

ELEMENTOS SUMINISTRADOS

Una esfera de masa desconocida (bola de cristal).

Una esfera de masa conocida (balín) $m = 4,0$ g.

Dos reglas graduadas.

Un transportador.

Cinta transparente, papel carbón, papel blanco.

Una cuerda.

Una arandela.

SUGERENCIA:

No olvide el principio de conservación de la cantidad de movimiento. En un tiro parabólico hay una componente de la velocidad que se conserva

NOTA:

Describir de manera clara y breve el procedimiento a seguir, indicando las leyes y principios físicos usados y la validez de sus resultados No intente usar la(s) reglas) como balanza para hallar la masa.

SOLUCIONES

1(C). $S = \pi D^2/4$ y $s = \pi d^2/4$ son las áreas de los orificios de diámetro D y d respectivamente.

Por la condición dada $S = Ns$, $D = d \sqrt{N}$. Reemplazando en $T = SH/\sqrt{D}$ tenemos:
 $T = SH/(\sqrt{d})^4 \sqrt{N}$ pero $t = SH/\sqrt{d}$ es el tiempo que gasta en desocuparse el recipiente a través del orificio de diámetro d , que en función de T es: $t = N^{1/4}T$.

2(B). La balanza registra lo que queda en ella: $N = mg(1 - vt/L)$.

3(D). Las posiciones de los autos en función del tiempo vienen dadas por

$$x_1 = 20t \quad \text{y} \quad x_2 = 50 - v_2t$$

En el punto de encuentro: $x_1 = x_2$. Igualando estas ecuaciones obtenemos $t = 1$ s.

4(C). Designemos por u la velocidad de la escalera con respecto a tierra y v la velocidad de la persona con respecto a la escalera. Como en las dos situaciones la persona recorre la misma distancia L podemos escribir:

$$L = (u+v)t_1 \qquad L = (u+2v)t_2.$$

Además para la escalera tenemos $L = ut$, siendo t el tiempo buscado. Restando a la tercera ecuación la primera y luego la segunda resulta:

$$(t - t_1)u = vt_1 \qquad (t - t_2)u = 2vt_2.$$

Dividiendo miembro a miembro y reemplazando se tiene $t = 90$ s.

5(B). El vagón en el momento de desprenderse tiene una velocidad v_0 y una desaceleración constante a , luego $v = v_0 - at$. Mientras tanto el tren sigue moviéndose con velocidad v_0 .

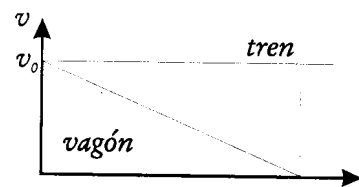


Figura 220

En un diagrama velocidad en función del tiempo como el de la figura 220 el área bajo la curva corresponde al desplazamiento del móvil. Así, en el momento de detenerse el vagón el espacio recorrido por éste (área sombreada) es la mitad del espacio recorrido por el tren.

6(A). La esferita n cae la distancia y_H en el tiempo $t_H = (1/\sqrt{g})\sqrt{y_H}$. Notese que la diferencia de tiempo entre cualquier dos caídas consecutivas es: $\Delta t = \frac{1}{\sqrt{g}}(\sqrt{y_H} - \sqrt{y_{H-1}}) = t_H = \frac{1}{\sqrt{g}}$.

7(A). Al rodar la esfera sobre las láminas indicadas el radio de giro r lo podemos determinar de la figura 221,

$$r = \sqrt{R^2 - \frac{d^2}{4}} \quad \text{de donde la velocidad angular es}$$

$$\omega = v/r$$

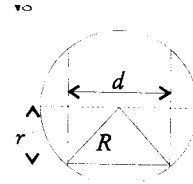


Figura 221

8A). La velocidad mínima con la cual el gimnasta llega a su punto mas bajo la podemos determinar por conservación de la energía

$$2mgR = mv^2/2$$

de donde $v = \sqrt{4gR}$ La fuerza F que actúa sobre las manos del gimnasta la hallamos aplicando la segunda ley de Newton en el punto mas bajo de la trayectoria

$$F - mg = mv^2/R$$

reemplazando v , se obtiene $F = 5mg$.

9(A). Dibujamos las fuerzas que actúan sobre una partícula del liquido que se encuentra en la superficie (fig. 222). Como se encuentra en equilibrio se cumple

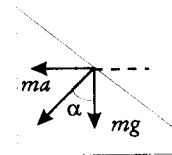


Figura 222

$$ma + mg = 0$$

de donde

$$\tan \alpha = a/g.$$

10(A). Al comenzar a aplicar la fuerza externa el cuerpo no comenzará a moverse hasta que $F \geq f_{roz} = \mu mg = 250 \text{ N}$. Pero la fuerza en $t = 10 \text{ s}$ es 20 N , la cual no es suficiente para moverlo, de modo que el impulso es cero.

11(D). Por conservación del momento lineal $Mv_0 = m_1v_1 + m_2v_2$. De esta expresión podemos despejar el valor solicitado v_1 .

12(B). De la condición de equilibrio $T \sin 60^\circ = mg$ surge el valor de la tensión.

13(B). Por conservación de la energía

$$MgH + M(v_1^2/2) = M(v_2^2/2) + W,$$

de donde el trabajo buscado

$$W = M(2gH + v_1^2 - v_2^2)/2 = 1,08 \times 10^7 \text{ J}.$$

14(A). Desde el sistema de referencia del centro de masa, la cantidad de movimiento total

es cero y por conservación de la energía $E = Mv^2/2$, de donde $v = \sqrt{\frac{2E}{M}}$. Como los dos fragmentos salen con iguales velocidades pero en direcciones contrarias entonces la velocidad relativa es $2\sqrt{\frac{2E}{M}}$.

15(D). Debe considerarse la rotación del carrito con respecto al eje instantáneo de giro que coincide con el punto de contacto de la superficie con el carrito. El momento de la fuerza F_1 con respecto a dicho eje conduce a una rotación en el sentido de las manecillas del reloj o sea el carrito gira a la derecha. Debido a la fuerza F_2 el momento es cero por lo tanto el carrito permanecerá en su sitio. Así mismo la fuerza F_3 causará una rotación a la izquierda.

16(E). Las fuerzas que actúan sobre el bloque de hielo se muestran en la figura 223.

Como el sistema se encuentra en equilibrio, entonces: $(m+M)g = F$; siendo F la fuerza de Arquímedes, $F = \rho_a g V$, $m = 9\rho_a V/10$. Reemplazando y despejando el valor de V se obtiene la respuesta.
 17(D). La altura de la columna de aceite dentro del tubo es $H = M_{ac}/\rho_{ac}$. el nivel de la columna de aceite h por debajo de la superficie del agua lo podemos determinar usando el principio de Arquímedes:

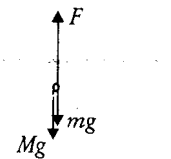


Figura 223

$$M_{ag} = \rho_{ag}ahg,$$

(a = área de la sección transversal del tubo) de donde:

$$h = M_{ac}/\rho_{aga}$$

De modo que la altura de la columna de aceite por encima de la superficie del agua es

$$H^* = H-h = (M_{ac}(\rho_{ag} - \rho_{ac}))/\rho_{ag} - \rho_{ac}a$$

18(C). La presión del aire dentro de la burbuja en el fondo de la piscina es

$$P_{at} + \rho_{agua}gH$$

y al llegar a la superficie es P_{at} si la temperatura no cambia:

$$(P_{at} + \rho_{agua}gH)V = P_{at}2V$$

Despejando:

$$H = p_{at}/\rho_{agua}$$

19(A). La cantidad de calor absorbida por la barra es

$$Q = mc\Delta T = \rho_{CH} slc\Delta T$$

La longitud que se dilata varilla viene dada por

$$\Delta L = l_0\alpha\Delta T .$$

despejando el cambio de temperatura y reemplazándolo en la primera expresión resulta

$$Q = \frac{\rho_{CH} slc\Delta T}{l_0\alpha}$$

20(A). El primer estado excitado corresponde a $n=2$, el nuevo "átomo" tiene dos protones en el núcleo, es decir, $Z=2$. Reemplazando en la expresión dada resulta $E=-3,6 \text{ eV}$

21(D). Si el intervalo de tiempo entre dos saltos consecutivos del vagón al pasar por las entones de los rieles coincide con el propio período de oscilaciones de cuerpo ligado al resorte, entonces el sistema entra en resonancia

$$v = L/T = L/2\pi \sqrt{(k/m)}$$

22(A). El período de oscilaciones de un péndulo viene dado por

$$T = 2\pi\sqrt{(L/g)}$$

Dentro del ascensor la nueva aceleración es $g+a$, y según las condiciones

$$T = 2\pi\sqrt{(L^*/g+a)}. \text{ Igualando y despejando: } L^* = L(1+a/g).$$

23(A).

24(A). Mayor será la cantidad de carga que se induce en una placa entre más cerca esté de la carga. La verdadera distribución de carga sobre cada una de las placas en verdad no se puede hallar tan trivialmente, pero lo que si se puede afirmar es que la suma de la carga inducida sobre las dos placas es igual a $+Q$. Teniendo en cuenta la primera proposición entonces podemos escribir.

$$Q_{\text{ind.Der}} = Qa/d \quad \text{y} \quad Q_{\text{ind.Izq}} = Q(d-a)/d$$

25(B).

2G(A). De la condición dada se tiene que

$$R_1 + R_2 = (4R_1R_2)/(R_1 + R_2) \Leftrightarrow (R_1 - R_2)^2 = 0 \therefore R_1 = R_2.$$

27(D). Nótese que las cuatro resistencias del centro están en cortocircuito, por eso el circuito se reduce al de la figura 224.

Por tanto, $I = 120 \text{ V} / 20 \text{ W} = 6 \text{ A}$.

28(E).

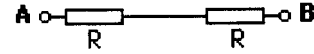


Figura 224

29(E). Del esquema de la figura 225: $L_1 = h_1 \tan \alpha$;

$L_2 = h_1 \tan \alpha + h_2 \tan \theta$. Por otra parte de la Ley de Snell $n \sin \theta = \sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ o sea $\sin \theta = \cos \alpha / n$. Por lo tanto

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} = \sqrt{\frac{n^2}{\cos^2 \alpha} - 1}$$

Luego

$$h_1 \tan \alpha + h_2 \sqrt{\frac{n^2}{\cos^2 \alpha} - 1} = 4 \text{ m.}$$

30(A).

31(C). El tiempo gastado por el cucarrón en ir de A a B es $T = e/v$, donde $e = 3,0 \text{ m}$ y $v = 30 \text{ cm/s}$. La magnitud del desplazamiento viene dada por $\sqrt{a^2 + b^2}$. Así, la velocidad promedio al ir de A a B es $\sqrt{a^2 + b^2} / T$

32(B). Analizando la ecuación de movimiento dada, $x = 3t - 4,9t^2 + 2,5$ vemos que corresponde a un movimiento uniformemente acelerado con velocidad inicial igual a 3 m/s

y una posición inicial igual a $2,5 \text{ m}$. Por tanto el sistema de referencia es uno situado a la mitad de la altura de la torre y con el eje x hacia arriba positivo.

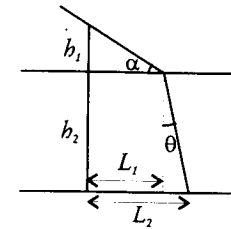


Figura 225

33(A). En el momento de encontrarse lateralmente los autos se cumple:

$$3L/4V = L/4V^2$$

y en el momento de recorrer cada uno la distancia L se tiene:

$$L/V_1 = L/V_2 = +10$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtienen v_1 y v_2 .

34(D). La velocidad desde tierra del punto A es $V_c + V_t$. Donde el primer término es la velocidad del centro del aro desde tierra y el segundo término es la velocidad del punto A medido desde el centro del aro.

35(C). En la primera ocasión la 2ª ley de Newton es $kx = Mg$ y en la segunda ocasión es $k(x + S/4) = M(a + g)$. Solucionando ambas ecuaciones resulta $k = 4aM/S$.

36(E).

37(E). Sean T la tensión de la cuerda AD y T_1 las tensiones de las cuerdas AB y AC (fig. 226), entonces tenemos que las tensiones se relacionan:

$$2T_1 \cos \alpha / 2 = mg = T.$$

De acuerdo a las condiciones:

$$T_1/T = 1/2 \cos \alpha / 2 \geq 1 \quad \therefore \quad \alpha \geq 120^\circ.$$

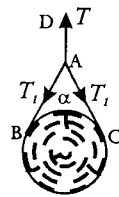


Figura 226

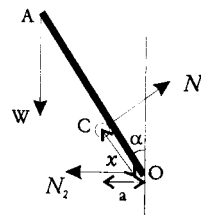


Figura 227