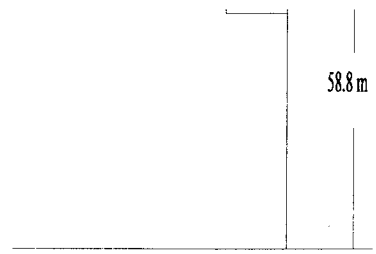
PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA ESTATAL DE FISICA

B) JALISCO, NIVEL ESTATAL 1994

PROBLEMA 1

Una pelota se arroja hacia arriba, desde una ventana que está ubicada a 58.8mts. del suelo, con una velocidad de 19.6 m/seg

a) ¿Cuál será la máxima altura que alcance?
b) ¿En qué tiempo alcanza la altura máxima?
c) ¿En qué tiempo tocará el suelo?



SOLUCION:

a) Al elevarse la pelota su velocidad disminuye uniformemente hasta que v=0 en el punto de máxima altura.

$V^2 = vo^2 + 2a(x-xo)$; v=0, xo=0

$$x = \frac{v^2 - vo^2}{2a} = \frac{0-(19.6m/s)^2}{2(-9.8m/s^2)} = 19.6m$$

h(max) =19.6m + 58.8m = 78.4m

b) Cálculo del tiempo

V=vo + at

$$t = \frac{v - vo}{a} = \frac{0-19.6m/s}{-9.8m/s^2} = 2seg$$

c) El suelo está en x = - 58.8 m

$x = xo + vot + 1/2at^2$

xo = 0

$x = vot + 1/2at^2$

$- 58.8m = (19.6\ m/s)t + 1/2(-9.8m/s^2\ )t^2$

$t^2 -(4s)\ t-12\ s^2 = 0$

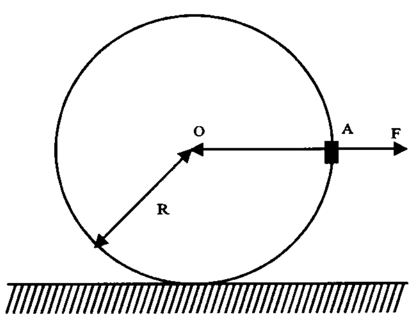
$(t-6s)(t+2s)=0$

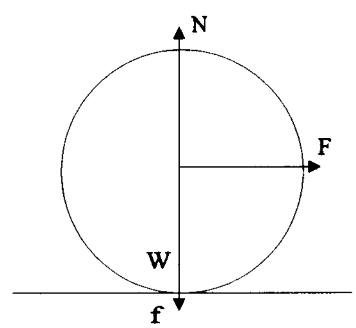
De las dos soluciones de esta ecuación, solo t = 6 s tiene el significado requerido por el problema.

PROBLEMA 2

Se tiene un cilindro macizo de radio 15cm. y 88 kg. de masa al cuál se le aplica una fuerza de 19.6 N. en su centro de masas. El cilindro rueda sin deslizar por una superficie horizontal; calcular:

a) El valor de la aceleración lineal del centro de masas,
b) La rapidez lineal de un punto que se halla en "A" al cabo de 3 segundos de iniciado el movimiento.





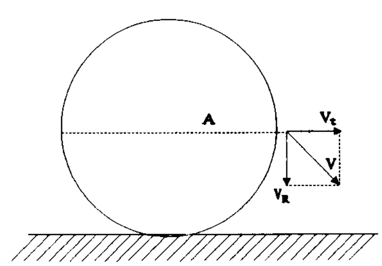
SOLUCION: Movimiento de Traslación. Movimiento de Rotación

$\sum Fx=ma,$; $F- f =ma_t$

$\sum Fy=0$; $N=mg$

Solución al Movimiento de Rotación:

$\tau=I\alpha$ $\quad fR=\left[\frac{mR^2}{2}\right]a_t / R$



$f =ma_t /2$; $\quad F-ma_t /2=m_a\ t$

$F=ma_t +ma_t /2,$ $\quad a_t =2F/3m,$

$a_t = 2(19.6N) /3 (88kg) = 0.148\ m/s^2$

v_t = velocidad de traslación v_R = velocidad de rotación

$v = \sqrt{(v_t^2 + v_R^2)}$

$v_t = a_t t$

$v_R = \omega R = \alpha t R = a_t t R/R = a_t t$

$v^2 = (a_t t)^2 + (a_t t)^2$; $v = a_t t\sqrt{2}$

$v = (0.148\ m/s)(3s)\sqrt{2}$; $v = 0.63\ m / s$

PROBLEMA 3

Una llanta de automóvil tiene un volumen de $4x10^{4}$ Cm^3 y contiene aire a una presión de 2 atm. y una temperatura de 10 grados Celsius

a)Cuál es la densidad de las particular del aire en la llanta,
b) Después de que el automóvil haya recorrido cierta distancia, supongamos que la temperatura del aire se haya elevado a 38° C: ¿cuál será la presión del aire en la llanta asumiendo que su cambio de volumen sea despreciable?

SOLUCION

PV = nRT

$$n= \frac{(2atm)(4x10^4 cm^3)}{(82atm.cm^3/mol.K)(283K)} = 3.45 MOLES$$

NUM. DE MOLECULAS = (3.45 MOLES) (6.02×10^{23} MOLECULAS /MOL) = 2.077×10^{24} MOLES

$$\text{a) DENSIDAD} = \frac{2.077 \times 10^{24}\ \text{MOLES}}{4x10^4 cm^3} = 5.19x10^{19} moles/cm^3$$

b) $P_1 / P_2 = T_1 / T_2$; $P_2 = P_1 T_2 / T_1 = (2atm)(311K)/283K = 2.2atm$

PROBLEMA 4

Un niño empuja un carro de juguete, inicialmente en reposo, una distancia horizontal de 1 metro ejerciendo sobre él una fuerza horizontal constante F. de magnitud 5 N.

a) ¿Cuál es el trabajo que se hace sobre el carro ?
b) ¿Cuál es su energía cinética final ?
c) ¿Si el carro tiene una masa de 0.1 kg.; cuál será su velocidad final ?.
Desprecie toda fricción.

SOLUCION:

a) W=Fs=(5N)(lm)=5J.

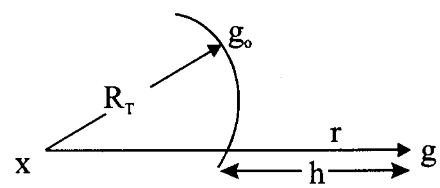
b) $E_{co} = 0$; $E_{cf} = W = 5J$

c) $E_{cf} = mv^2/2$; $v = \sqrt{2E^{cf}/m} = \sqrt{[(2)(5j)/0.1kg]}$ = 10 m/s.

JALISCO, NIVEL ESTATAL, 1995

PROBLEMA 1

Calcular la altura necesaria que hay que subir encima de la superficie de la Tierra para que la aceleración de la gravedad sea de 7m/seg^2.
Recuerde que



la masa de la Tierra = $5.97x10^{24}$ Kg

Radio de la Tierra = $6.637x10^6$ m.

G = $6.67x10^{-11}$N.m^2 / Kg^2

SOLUCION: Suponemos que la Tierra está en reposo, en este caso sabemos que en un punto de la superficie

$$go = G\frac{M}{R_T^2}$$

De la misma forma la gravedad en una distancia r será: $g = \frac{Gm}{r^2}$

Considerando los valores; $\frac{g}{go} = ...\frac{R_T^2}{r^2}$

Es decir las gravedades son inversamente proporcionales a los cuadrados de las distancias del centro de la Tierra a los puntos considerados.

$r = R_T\sqrt{\frac{go}{g}} = 6.37x10^6\sqrt{\frac{9.8}{7}} \approx 7537085.6\text{m}$

Por otra parte $h = R_T - r$

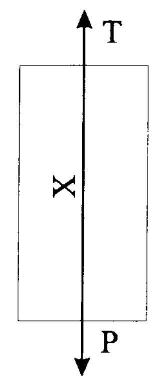
$h = 7537085.6 - 6.37x10^6 = 1167.08\text{Km}$

PROBLEMA 2:

Un motor eléctrico se utiliza en un sistema para elevar un peso de 250 Kg desde el suelo hasta una altura de 25 m se emplea en la operación un tiempo de 5 minutos. El motor consume 500 watts ¿Cuál es el valor de la energía perdida en la elevación del peso?

SOLUCION: La potencia se define como:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F.d}{t} = F.V$$



El trabajo útil (W_u) es el que permite elevar el peso a la altura considerada. Como el trabajo que efectúa el motor lo lleva a cabo a través de la fuerza sobre el cable que sostiene el peso (tensión T) y esta es igual a dicho peso se tendrá:

$W_u = T.h = P.h = mgh = 250\text{kg} \times 9.8\text{m/seg}^2 \times 25\text{m} = 61250 \text{ J}$

Si sabemos que la potencia total (P) del motor es de 500 watts el trabajo total será:

$W = P.\ t = 500 \text{ watts} \times 300 \text{ seg} = 150000 \text{ J}$

Por lo que la energía perdida será el trabajo total menos el trabajo útil

$Wp = 150000 - 61250 = 88750 \text{ J}$

PROBLEMA 3

Un corcho posee una densidad de 0.2 g/cm^3 y se introduce en un recipiente con agua.

a) Determine que fracción del volumen del corcho se sumerge cuando el corcho flota en el agua.
b) Determine la fuerza neta que actúa sobre el corcho cuando se sumerge completamente en el agua (en función del peso real del cuerpo) y se deja en libertad.

Sugerencia: Use el SI (Sistema Internacional de Unidades) y asuma que g = 10m/seg^2.

SOLUCION: Pasamos las unidades al SI

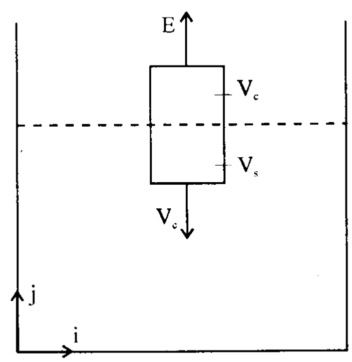
Densidad del corcho

$d_c=0.2 g/cm^3 = 0.2\frac{10^{-3} kg}{10^{-6} m^3} = 200 kg/m^3$

Densidad del agua

$d_a = 1 g/cm^3 = 1000\ kg/m^3$

Cuando un cuerpo se introduce en un fluido, la presión de este se manifiesta ejerciendo un empuje sobre aquel de sentido opuesto a su peso (su módulo lo determina el principio de Arquimedes)

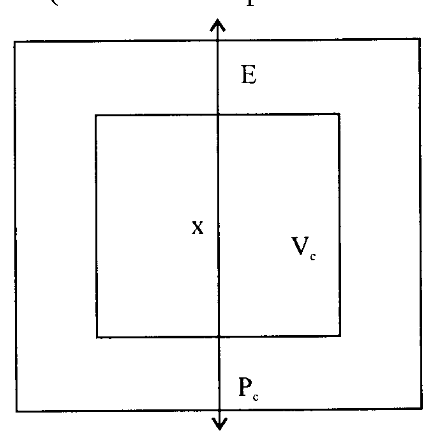


Sobre el corcho actúan por tanto dos fuerzas

a) Su peso $P_c. = m_c .g = - d_c v_c g_j = -2000\ V_{cj}$

b) El empuje $E= d_s . V_s . g_j = 10000\ V_{sj}$

Considerando el recipiente como sistema de referencia (inercial por estar en reposo) y aplicando el segundo principio de la Dinámica al corcho (también en reposo en dicho sistema)



$$\sum F = P_c + E = -2000 V_{cj} + 10000 V_{cj} J = 0$$

$2000V_{cj} = 10000\ V_s$

$V_c = 5\ V_s$

El volumen sumergido es la quinta parte del volumen total del corcho.

b) $V_s = V_s$ es decir todo el corcho está sumergido y aunque su peso es el mismo, el empuje será mayor. La fuerza neta (resultante) será:

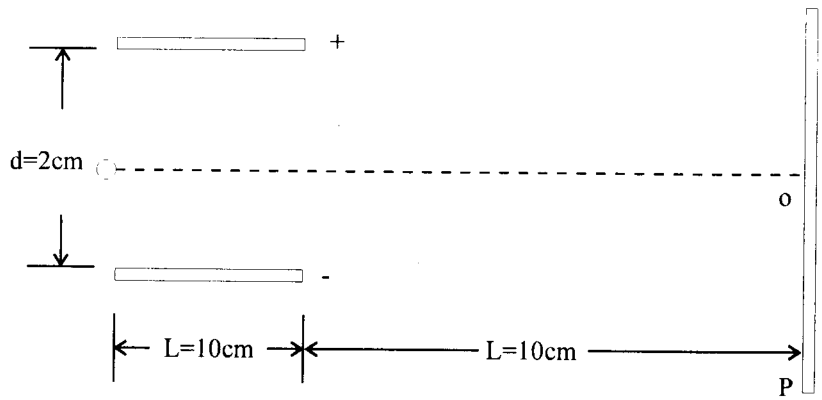
$F = EP = d_A\ V_{cgj} – d_c\ V_{cgj}$;

$F = 10000\ V_{cj} -2000\ V_{cj} = 8000\ V_{cj}$

$F = 4P_c$, Cuatro veces el peso P_c del cuerpo.

PROBLEMA 4

Un electrón, inicialmente en reposo, es acelerado mediante una diferencia de potencial de 50 Volts y a continuación pasa por enmedio de dos placas paralelas de 10 cm de longitud separadas una distancia de 2 cm entre las cuales existe una diferencia de potencial de 4 Volts. Calcule a que distancia del punto o en la pantalla P, colocada a 20 cm de la salida de las placas, saldrá el electrón.



SOLUCION: A1 pasar entre las placas el movimiento descrito por el electrón es semejante al de un proyectil en un campo gravitacional. La distancia en el eje "y" hasta que sale de las placas será:

$$y_1 = \frac{at^2}{2}$$

la aceleración es $a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}$ si $E = \frac{v}{d}$, entonces $a = \frac{eV}{dm}$; sustituyendo

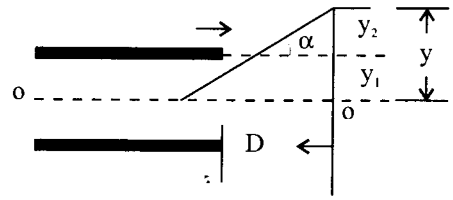
valores $a = \frac{(1x10^{-19}e)(4volts)}{(0.02m)(9.1x10^{-31}kg)} = \frac{6.4x10^{-19}J}{1.82x10^{-32}kgm} = 3.52x10^{13}m/s^2$

El tiempo que tarda en salir será: $t = \frac{L}{vo}$ como el campo eléctrico entre las placas es conservativo tendremos:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = eV, V_0^2 = \frac{2eV_0}{m} = \frac{2(1.6x10^{-19}C)(50Volts)}{9.1x10^{-31}kg} = 1.758x10^{-13}m^2/seg^2$$

$$y_1 \frac{a(\frac{L}{v_0})^2}{2} = \frac{aL^2}{2V_0^2} = \frac{(3.52x10^{13}m^2/seg^2)(0.1m)^2}{2(1.758x10^{13}m^2/seg^2)} = 0.01m$$

Al salir de las placas el movimiento del electrón es rectilíneo uniforme, por lo tanto



$y_2 = Dtan \propto$ si $\propto = \frac{v_y}{v_x}$ y

$v_x = v_0 = 4.193x10^6 m/seg$

$v_y = at$

como $t = \frac{0.1m}{4.193x10^6 m/seg}$; entonces $v_y = \frac{(3.52x10^{13} m/seg^2)(0.1m)}{4.193x10^6 m/seg}$

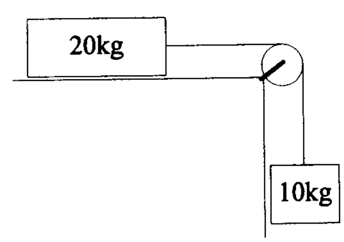
$v_y = 8.935x10^{-5} m/seg$; $y_2 = (0.2m)\frac{8.395x10^5 m/seg}{4.193x10^6 m/seg} = 0.04m$

$y = 0.01m + 0.04m = 0.05m$

PROBLEMA 5

Un bloque de 20 kg. se mueve libremente sobre una superficie horizontal. El bloque está unido por una cuerda que pasa por una polea a un segundo bloque suspendido de l0kg. Suponiendo por simplicidad, despreciables las masas de las cuerdas y de la polea encuentre:

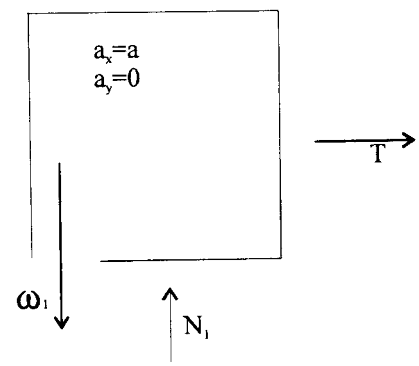
a) Las fuerzas sobre los bloques;
b) Su aceleración;
c) Si el sistema esta inicialmente en reposo ¿Qué distancia se habrá movido al transcurrir dos segundos?



SOLUCION: Aplicamos F=ma al bloque sobre la superficie, como no tiene componente vertical de aceleración $F_y = 0$ con $w_1 = m_1$ g ; $N_1 – m_1$ g = 0 es decir la fuerza normal N_1 sobre el bloque 1, debida a la superficie resulta

$N_1 = m_1$ g = (20kg)(9.8m /seg^2) =196N

El sistema es acelerado con una "a" desconocida. El bloque 1 tiene $a_x = a$ de forma que $F_x = m_1 a_x$ resulta



$T = m_1 a$ (i)

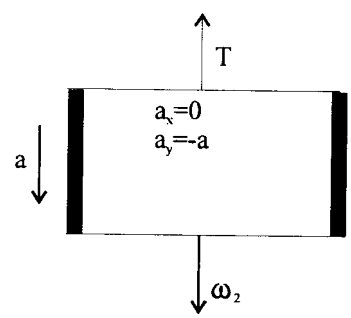
No conocemos ni T ni a y no las podrémos determinar hasta considerar el movimiento de la masa m_2

Aplicamos la segunda ley de Newton al bloque 2, puesto que se acelera hacia abajo

$a_y = -a$, $F_y = m_2 a_y$ => $T-\omega_2 = m_2 a$ (ii)

que contiene también dos incognitas.

De (i) $a = \dfrac{T}{m_1}$ y sustituyendo en (ii) se tiene



$$T - w_2 = -m_2 \frac{T}{m_1} \qquad \Rightarrow \quad T = \frac{w_2}{1+\dfrac{m_2}{m_1}} = \frac{m_2 g}{1+\dfrac{m_2}{m_1}}$$

$$T = \frac{(10kg)(m/seg^2)}{1+\dfrac{10kg}{20kg}} = 65.3N$$

b) $a = \dfrac{T}{m_1} = \dfrac{65.3N}{20kg} = 3.27m/seg^2$

c) Puesto que el sistema está inicialmente en reposo y uniformemente acelerado la distancia que se mueve en 2 seg. será

$$X = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(3.27m/seg^2)(2seg)^2 = 6.5m$$

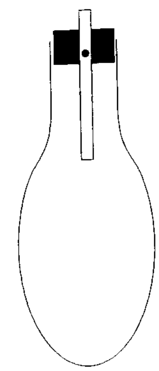
PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA DE FISICA

C) NIVEL NACIONAL (1992 CUAUTLA, MORELOS)

PROBLEMA 1

Un recipiente de vidrio de gran volumen V, lleno de aire a presion atmosférica, tiene ajustado en su tapa un tubito. El área de la sección transversal interior del tubito es A. Desde el extremo superior del tubo se deja caer, a partir del reposo, una bolita metalica, de masa m, que ajusta suficientemente en el tubito. Sin embargo el rozamiento entre las paredes del tubito y la bolita es despreciable.

La bolita cae una distancia Y_f, hasta detenerse por primera vez para despues volver a subir estableciendo un movimiento oscilatorio.



Considere que:

1) El gas es ideal;
2) El proceso se produce de manera que el sistema pasa siempre por estados de equilibrio;
3) El proceso es adiabatico.

a) ¿Cuál será el trabajo W realizado por la fuerza de gravedad durante la distancia recorrida y_f ?

b) Adémas de la gravedad, existen sobre la bolita fuerzas debidas a la presión atmosférica Po y a la presión P ejercida por el gas interior del recipiente al haber sido contraido su volumen. La fuerza resultante F debido a estos dos factores esta dada por:

$$F= (P- Po) A$$

Utilizando el hecho de que el proceso es diabatico, esto es:

$$PoYo^{\gamma} = PV^{\gamma}$$

y haciendo la aproximación ln (1 + x) x si x es pequeño; demuestre que la fuerza F es de la forma:

F = - k x

c) ¿Cuál será el trabajo realizado por esta fuerza?
d) Determine la distancia recorrida por la bolita hasta detenerse por primera vez.
e) Determine la amplitud de oscilacion de la bolita.
f) Determine el periodo de las oscilaciones de la bolita.

DATOS:
A = (area de la sección interior del tubito) = 3 .10^{-4} m^2

Vo = (volumen del recipiente y el tubito) = 5 dm^3

Po = (presión atmosférica) = 1 . 10^5 Pa

γ = (relación entre el calor específico a presión constante y a volumen constante) = (Cp/Cv,) = 1.4

m = (masa de la bolita) = l 0g

g = (aceleración de la gravedad) = 9.8 m / s^2

SOLUCIÓN:
a) El trabajo realizado por la fuerza de gravedad durante la distancia recorrida Y_f es igual a la energía potencial gravitacional, esto es: mgy_f

b) Sabemos que F = (P-Po)A = ΔPA (1)

c) y queremos demostrar que F = -(constante)y, para lo cual debemos de averiguar la dependencia de ΔP con y .

Como el proceso es adiabatico: $PoVo^{\gamma} = PV^{\gamma}$ (2)

pero P = Po + ΔP y V = Vo + ΔV subtituyendo en (2) tenemos:

$$PoVo^{\gamma} = (Po+\Delta P)(Vo + \Delta V)^{\gamma}$$

dividiendo esta expresion entre $PoVo^{\gamma}$ obtenemos:

$$1= (1+\Delta P/ Po) (1+\Delta V/Vo)^{\gamma}$$

tomando el logaritmo de esta expresion

$$0=\ln(1+\Delta P/Po)+\ln(1+\Delta V/Vo)^{\gamma}$$

pero 1n (1 + x) ≅ x si x es pequeño y como ΔP « Po y ΔV « Vo

$$0=\Delta P/Po + \gamma\Delta V/Vo$$

despejando $\Delta P = -(Po\gamma\Delta V)/Vo = V_H = \frac{I_o B_o}{2nec}\cos(\delta)$ y (3) sustituyendo (3) en (1) F = y

c) Como esta fuerza es de la forma F = - k x el trabajo W_2 será

d) Igualando trabajos $W_2 = W_1$ tenemos; $= mgy_f = W_1$

de donde ; $y_f = -\dfrac{2Vomg}{Po\gamma A^2} = -0.07m$

e) La amplitud y_{max} será: $y_{max} = (y_f)/2 = 0.035$m

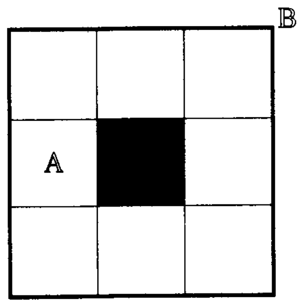
La frecuencia será $\omega = (k / m)^{1/2}$ por lo tanto el período será

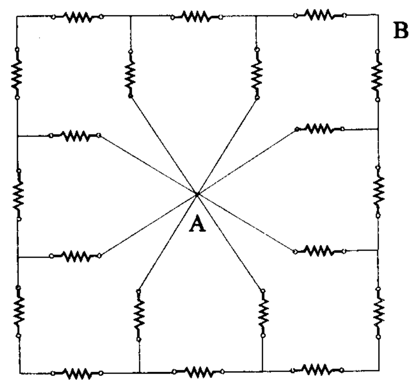
$$T = 2\pi(k/m)^{1/2} = 2\pi\left[\frac{mVo}{\gamma PoA^2}\right]^{1/2} \cong 0.4s$$

<u>PROBLEMA No. 2</u>

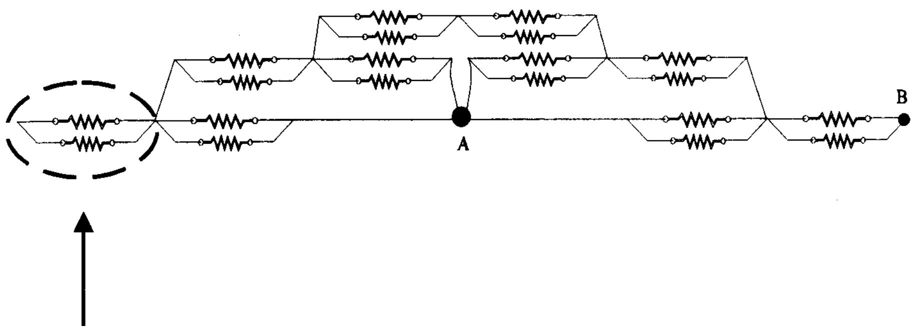
El valor de la resistencia de la arista de cada uno de los cuadrados es r = Ω. En el cuadro central se suelda una lámina de un material conductor (área sombreada). Hallar la resistencia entre los puntos A y B.

SOLUCION: Representamos la resistencia de una arista por el símbolo convencional. De esta manera el circuito se puede repesentar como se muestra en la siguiente figura:



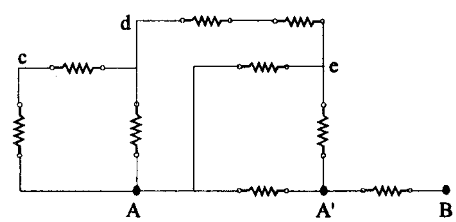


Teniendo en cuenta la simetría del circuito con respecto al eje AB unimos los puntos con igual potencial de donde se obtiene la figura:



La parte señalada por la figura se elimina. A continuación reduciendo resistencias en paralelo se obtiene el diagrama (r =1/2)

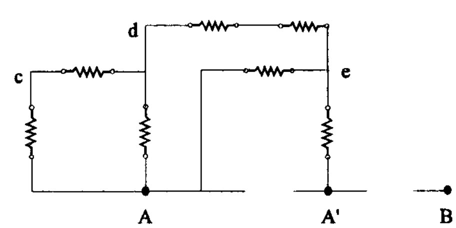
La resistencia total la podemos representar como la suma $R = r + R_1$, donde r es la resistencia del tramo marcado por AA'.



El valor de R_1, es: $R_1 = \frac{rR_2}{r + R_2}$

donde R_2 es la resistencia del sector mostrado a continuación:

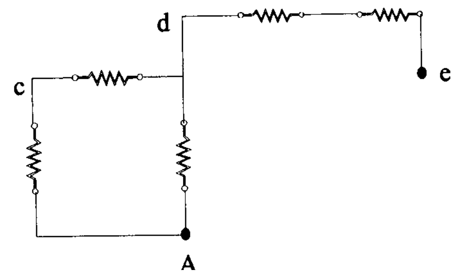
Por consiguiente $R_2 = r + R_3$, donde R_3 es la resistencia del sector Ae y r es la resistencia entre A'e. A su vez R_3 se puede descomponer de la siguiente manera:



$$R_3 = \frac{rR_4}{r + R_4},$$

R_4 es la resistencia mostrada en la figura siguiente.

Esta a su vez se descompone en R_4 = 2 r + R_5 , donde R_5 es la resistencia del tramo dA y 2r la del tramo de, finalmente



$$R_5 = \frac{rR_6}{r + R_6},$$

donde R_6 es la resistencia de las dos resistencias en serie.

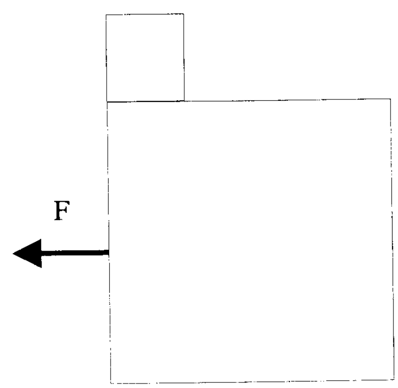
Utilizando las fórmulas recurrentes para las Rí y r =1/2 se obtiene como resultado

R= 49/60Ω

PROBLEMA No. 3

Hallar después de cuánto tiempo, el cubo pequeño caéra, si en cierto momento sobre el cubo grande de la figura comienza a actuar una fuerza F. La masa del cubo pequeño es 64 veces menor que la masa del cubo grande y ambos estan hechos del mismo material. El coeficiente de fricción entre los dos cubos es p .

Entre el cubo grande y el piso la fricción es despreciable.
La masa del cubo pequeño es m y su arista es L.



SOLUCION: Las fuerzas que actúan sobre los cuerpos en la dirección horizontal se muestran en la figura:

Basados en ella establecemos las siguientes ecuaciones:

$-F+Fr = M(-a_1) = 64m(-a_2)$; y $Fr = m(-a_2)$

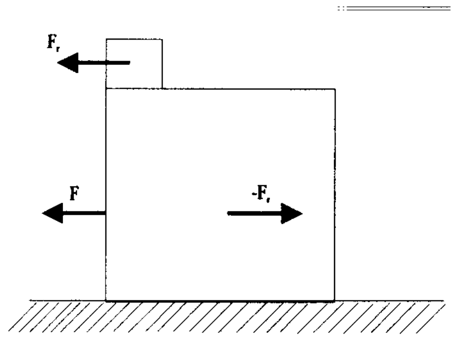
Reemplazando Fr por su valor de μmg obtenemos:

$- F + \mu mg = 64m(-a_1)$ y $-\mu mg = m(-a_2)$

De estas dos ecuaciones obtenemos los valores para las aceleraciones

$a_1 = (F-\mu mg)/(64m)$ $a_2=\mu g$

Debido a que el cubo es pequeño su centro de masa se halla a una distancia L/2 del borde del cubo grande y como la arista del cubo grande es 4 veces mayor que la del cubo pequeño, entonces antes de caer el cubo pequeño debe recorrer una distancia:



s = (7/2)L

Las aceleraciones del cubo pequeño y del grande estan relacionadas con la aceleración relativa de la siguiente manera: $a_1 – a_2 = a_r$

La distancia que recorre el cubito esta relacionada con la aceleración relativa por la fórmula: $s = (l / 2)a_r t^2$ por lo que despejando t y sustituyendo los valores para a_1, a_2 y L se tiene

$$t = \left[\frac{448Lm}{F - 65\mu mg} \right]^{1/2}$$

PROBLEMA No. 4

Dentro de una esfera de radio R y de superfcie interna especular hay un pedazo de una lente convergente como se muestra en la figura.

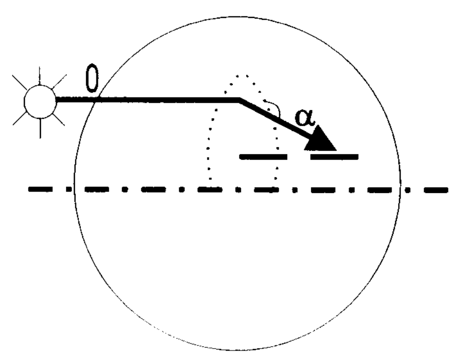
Por el orificio 0 penetra paralelamente al eje óptico, a una distancia R /√2 del mismo, un rayo de luz, después de reflejarse dos veces dentro de la esfera sale a través del mismo orificio. Esto significa que se cumple : (justifique su respuesta)

A. cos 2 α = sen (45° - α)

B. sen 2 α = 0.5 cos (18° + α)

C. tan α = ctg (42 ° + α / 5)

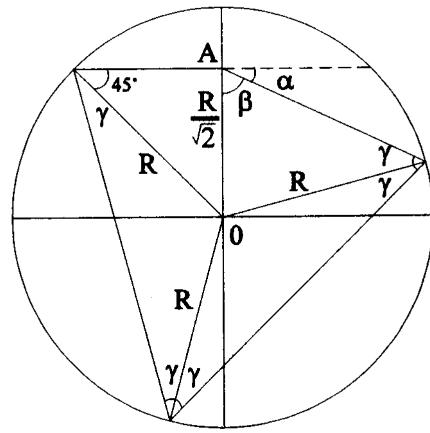
D. cos α = √2 sen (27°+α/5)



SOLUCION: Del triángulo OAB se obtiene por el teorema del seno que:

$$\frac{\operatorname{sen}\beta}{R} = \frac{\operatorname{sen}\gamma}{R/\sqrt{2}}$$

Por otro lado sen β = cos α por lo que cos $\alpha = \sqrt{2}$ senγ. Considerando que la suma de angulos internos del polígono de 4 lados es 360 grados tenemos de la figura que:



$\beta + 5\gamma + 45° + 90° = 360°$

pero ,$\beta = 90° - \alpha$ por lo tanto: $\gamma = 27° + \alpha/5$ de donde se cumple el inciso d):

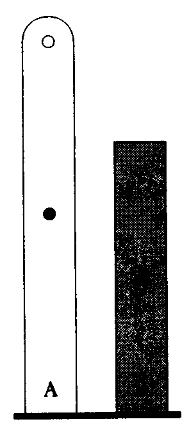
$\cos\alpha = \sqrt{2}\ \operatorname{sen}(27° + \alpha/5)$

NIVEL NACIONAL (1995, MEXICO D.F.)

PROBLEMA 1

Diseñar un péndulo formado por dos metales A y B, para que no cambie por la dilatación térmica la distancia de apoyo al centro de gravedad. Sean α_A y α_B los coeficientes de dilatación térmica de los metales A y B por grado centígrado.

Suponga: $\alpha_A = 0.7 \times 10^{-6}$, $\alpha_B = 11 \times 10^{-6}$ Sean m_A y m_B las masas de los metales A y B. Suponga que $m_A = m_B$



SOLUCION:
d_1 = la distancia del punto de apoyo al centro de masa de A.

d_2 = distancia de este centro a donde se conectan A y B.

d_3 = distancia de donde se conectan Ay B al centro de masa de B.

El centro de masa de B está situado a una distancia:

$d_1 + d_2 = d_3$ del punto de apoyo.

El centro de la masa de A y B está situado a una distancia

$$\frac{m_A\, d_1 + m_B\, (d_1 + d_2 - d_3)}{m_A + m_B}$$

del punto de apoyo y queremos que se anule la dilatación de esta última distancia, para lo cual se debe tener

$$m_A\alpha_A d_1 + m_B\alpha_A d_1 + m_B\alpha_A d_2 - m_B\alpha_B d_3 = 0$$

de aquí se despeja d_3 , en función de las demás variables.

Por la condición $m_A = m_B$, se pueden suprimir las masas de esta ecuación.

$\alpha_A\, d_1 + \alpha_A\, d_1 + \alpha_A\, d_2 - \alpha_B\, d_3 = 0$

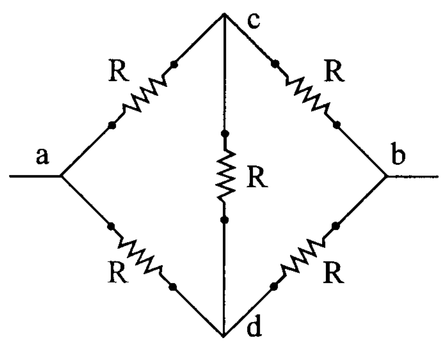
$$d_3 = \frac{2\alpha_A d_1 + \alpha_A d_2}{\alpha_B}$$

PROBLEMA. 2

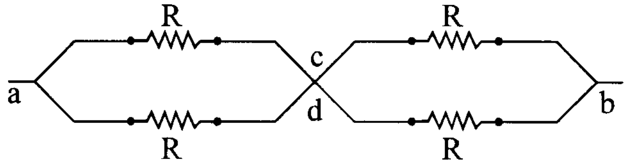
Encontrar la resistencia equivalente a la del circuito puente con cinco resistencias iguales.

SOLUCION:

Por razones de simetría no hay corriente a través de la resistencia del centro, por lo cual puede suprimirse dicha conexión. El resto se convierte en una pareja de resistencias en serie. Si R es el valor de cada una de las 5 (cinco) resistencias, entonces R es también el valor de la resistencia equivalente.



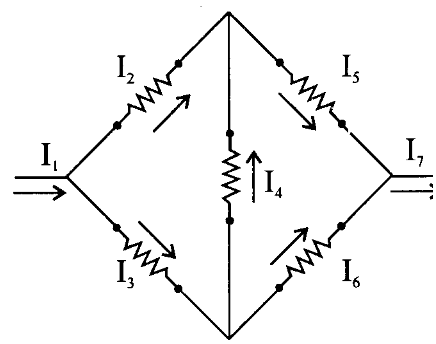
OTRA SOLUCION.



Se proponen las 7 corrientes de la malla y se escriben las 4 ecuaciones de Kirchhoff para cada nodo, y las ecuaciones para los dos circuitos independientes. Se obtiene nuevamente que la corriente en la resistencia del centro es cero, etc. Las ecuaciones de Kirchhoff son

$I_1 = I_2 + I_3$ $\qquad$ $I_5 + I_6 = I_7$

$I_3 = I_4 + I_6$ $\qquad$ $I_2 + I_4 = I_5$



Las ecuaciones de los circuitos triangulares son

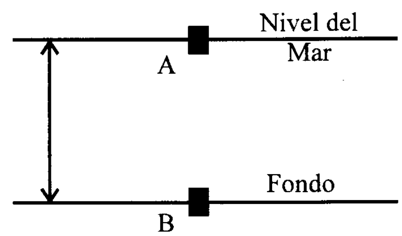
$I_2 - I_4 - I_3 = 0$ $\qquad$ $I_4 + I_5 - I_6 = 0$

La solución de este sistema de ecuaciones nos da:

$I_4 = 0$, $I_2 = I_3 - I_5 = I_6$, $\qquad$ $I_1 = I_7 = 2I_2$ etc...

PROBLEMA No. 3

En la proximidad de las Islas Kuriles se encontró en 1874 una fosa marina de profundidad 8513 m.



a) ¿Cuál es el valor de la presión a dicha profundidad? Tome el valor de la densidad del agua del mar igual a 1.026 g/cm^3

b) ¿Qué volumen ocuparía allí una cantidad de agua que ocupa un litro en la superficie?

c) ¿Cuál fué el porcentaje de cambio de volumen?

Tome como coeficiente de compresibilidad del agua el valor 0.00005 (1/kg / cm^2)

SOLUCION.

a) La presión de la columna líquida (P_{cl}) en B es: $P_{cl} = \rho g H$

m donde ρ es la densidad de masa, o sea: $\rho = \dfrac{m}{V}$ Pero $\rho g = w$ es el peso específico

$\therefore \quad P_{cl} = wH$

$$= 1.026 \frac{g}{cm^3} \text{ x } 851300\text{cm}$$

$$= 8734334 \frac{g}{cm^2}$$

$$= 873.434 \frac{kg}{cm^2}$$

La presión total en **B** es

$P_B = P_A + Pm = 1.033 \dfrac{kg}{cm^2} + 873.4334 \dfrac{kg}{cm^2} = 874.467 \dfrac{kg}{cm^2}$

b) La compresibilidad es: c = $-\frac{1}{V}\frac{\Delta V}{\Delta P}$

por lo que : $\Delta V = - c\, V\Delta P$

Aquí:

$\Delta V = V_B - V_A$, $V \rightarrow VA$

$\Delta P = P_B - P_A = P_{cl}$

$\therefore\ \Delta V = - 0.00005\ \frac{1}{\frac{kg}{cm^2}}\ x1/xP_{cl}$

$= - 0.00005\ \frac{1}{\frac{kg}{cm^2}}\ x1/x873.434\ \frac{kg}{cm^2}$

= -0.0437l, el volumen disminuye

El volumen en B, V_B:

$V_B = V_B + \Delta V$ = ll - 0.0437l= 0.9563l

d) El porcentaje de cambio de volumen es:

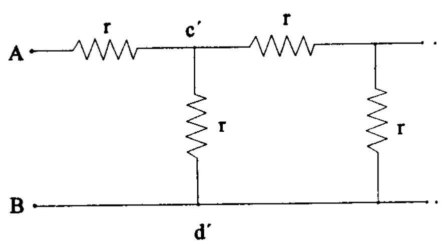
$$\frac{|\Delta V|}{V}x100 = \frac{0.0437l}{1l}x100 = 4.37\%$$

PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA DE FISICA

D) NIVEL INTERNACIONAL

PROBLEMA 1(1967,1 OLIMPIADA DE FISICA, POLONIA)

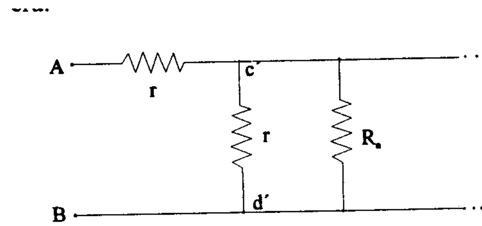
Se tiene un circuito compuesto de un número infinito de resistores de resistencia r. Encontrar la resistencia equivalente entre los puntos A y B.



SOLUCION

Debido a que el circuito está constituido por un número infinito de resistores, si quitamos uno de ellos la resistencia equivalente del circuito no varía. Llamemos entonces Rn a la resitencia equivalente del circuito. Debido a este planteamiento se puede hacer el circuito equivalente mostrado en la figura 2. La resistencia hacia la derecha de c' d' será

$$\frac{1}{R_{c'd'}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{Rn}, \qquad R_{c'd'} = \frac{rRn}{r+Rn}$$



Entonces la resistencia total será:

Rn = r + $R_{c'd'}$

$$Rn = r + \frac{rRn}{r+Rn}, \qquad Rn - r = \frac{rRn}{r+Rn}$$

(Rn – r)(r +Rn) = rRn

$(Rn^2 - r^2) = rRn$

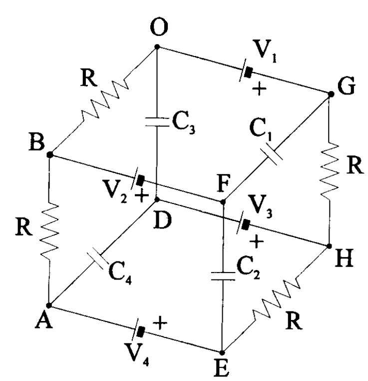
$Rn^2 - rRn - r^2 = 0$

Resolviendo esta ecuación de segundo grado tenemos la magnitud buscada.

$$Rn = \frac{r(1+\sqrt{5})}{2}$$

PROBLEMA 2 (1971, V OLIMPIADA DE FISICA, BULGARIA)

Cuatro resistores iguales de resistencia R, cuatro condensadores iguales de capacidad C=1μF y cuatro baterías, se conectan en las aristas de un cubo.



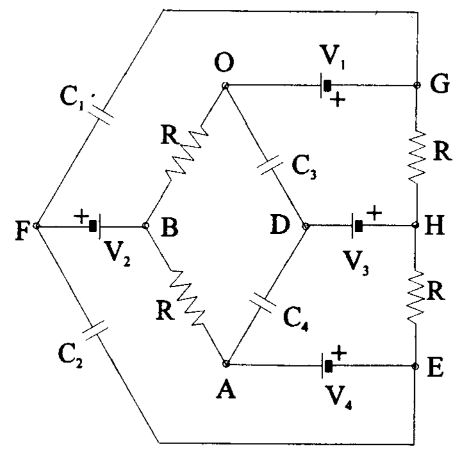
Las fem de las baterías son
E_1 = 4V, E_2 = 8V, E_3=12V, E_4=16V.

Las resistencias internas son despreciables. (Ver figura)

a) Encontrar la tensión y la carga en cada condensador.
b) Determinar la carga en el condensador C_2 si los puntos H y B se ponen en cortocircuito.

SOLUCION

a) Para simplificar hagamos un circuito equivalente como el mostrado en la figura de la derecha y teniendo en cuenta que solamente circulará corriente eléctrica por las ramas que no tienen condensadores, podemos plantear que la corriente eléctrica tendrá una intensidad



$$I = \frac{(E_4 - E_1)}{4R} \qquad (1)$$

Para determinar la tensión y la carga en cada condensador podemos plantear

$C = q/V; \quad q = CV$

Como se conoce C, determinando V se puede hallar q Para determinar $V_4 = \Phi_D - \Phi_A$ Planteamos $\Phi_A - E_4 + IR + E_3 = \Phi_D$

$\Phi_D - \Phi_A = E_3 – E_4 + IR$

Sustituyendo (1) en esta

$$V_4 = E_3 - E_4 + \frac{E_4 E_1}{4} = \frac{4E_3 - 4E_4 + E_4 - E_1}{4} = \frac{4E_3 - 3E_4 - E_1}{4} = -1V$$

Luego $q_4 = C_4 V_4 = 10^{-6}$ C

Por métodos similares logramos:

$V_1 = 1V$, $\quad V_2 = 5V$, $\quad V_3 = 5V$

$q_1 = 10^{-6}C$, $\quad q_2 = 5x10^{-6}C$, $\quad q_3 = 5x10^{-6}C$

b) Al cortocircuitear entre los puntos H y B, la corriente será

$$I' = \frac{E_4}{2R}$$

$\Phi_E + IR – E_2 = \Phi_F$

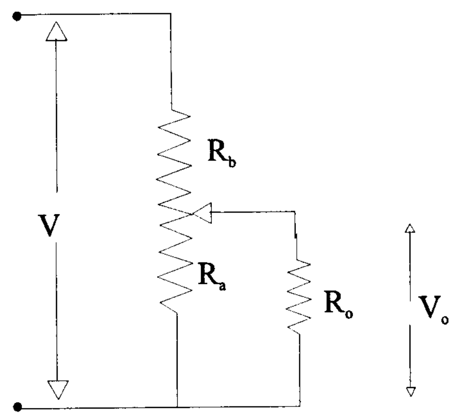
$$\Phi_E - \Phi_F = E_2 - \frac{E_4}{2}$$

V_2 = 0V

Entonces q_2 = OCV El condensador se descarga al cortocircuitar

PROBLEMA 3 (1981, XII OLIMPIADA DE FISICA, BULGARIA).

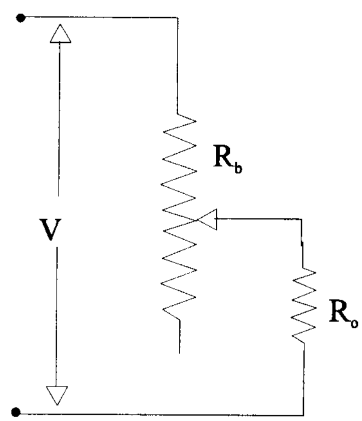
Una bombilla eléctrica cuya resistencia Ro = 2Ω opera a un voltaje nominal de Vo=4.5V que es suministrado por una bateria de resistencia interna despreciable y fem 6V. Queremos conectar la lámpara a la bateria utilizando un potenciómetro de tal forma que la eficiencia del sistema sea menor que η= 0.6. Calcule la variación del potenciómetro y la corriente máxima que debe soportar. Busque las condiciones para un máximo de eficiencia y calcule la eficiencia máxima



SOLUCION

Observe que la lámpara no se puede conectar directamente a la fuente de corriente pues no lo puede soportar, por eso es necesario utilizar un potenciómetro, lo cual implica pérdida de energía y por tanto una eficiencia menor al 100%, (ver figura de arriba).

La corriente máxima que soporta el circuito existirá cuando Vo=4.5V en ese momento la eficiencia será:



$$\eta = \frac{P_u}{P_t} = \frac{P_o}{P_t}$$

pero Po = VoIo = $\frac{V_0^2}{R_o}$, P_t =VL_t

Para η=0.6 se tiene:

$$\eta = \frac{V_0^2}{R_o V I_t}, I_t = \frac{V_0^2}{\eta R_o V} = 2.81A$$

Esta corriente es mayor que Io ya que una parte circula por R_a, El valor de R_b en ese caso será:

$R_b = \frac{V - Vo}{I_t} = 0.53\Omega$

Para R_a: Vo =I_tRo $\therefore$ Io= $\frac{V}{Ro} = \frac{4.5}{2} = 2.2A$, Ro= $\frac{Vo}{I_t - Io} = 8\Omega$

La ecuación planteada para la eficiencia muestra que ésta depende solamente de la corriente total en proporción inversa. La I_t, será mínima cuando la resistencia en el circuito sea máxima y ello se produce cuando R_a tiende a infinito ya que de esta forma Ro, es mayor que R_a y R_o conectadas en paralelo.

Con esta conexión ($R_a \to \infty$)(ver figura anterior). Las pérdidas de energía sólo ocurren en R_b y obtenemos la máxima eficiencia.

$$\eta = \frac{P_o}{P_t} = V_o \frac{I_o}{VI_t} \ pero I_t = \frac{I_o}{R_o}$$

por tanto $\eta = \frac{V_o}{V} = 0.75$

La eficiencia no puede ser superior a este valor pues para ello Uo debe ser mayor y la lámpara no lo soporta.

PROBLEMA 4 (1982, XIII OLIMPIADA DE FISICA, ALEMANIA FEDERAL).

Una corriente alterna de frecuencia 50 Hz se aplica a una lámpara fluorescente como la mostrada en la siguiente figura.

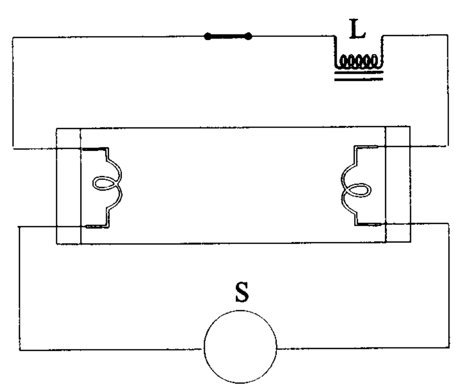
Se dan los siguientes datos:

Voltaje de la línea U = 228.5 V,

Corriente I = 0.6 A

Voltaje a través de la lámpara U'= 84 V

Resistencia óhmica del reactor en serie R = 26.3 Ω



En los cálculos, la lámpara puede considerarse como una resistencia óhmica. El tubo tiene solamente la mitad recubierta al igual que los que aparecen en nuestros laboratorios.

a) Calcule la inductancia del reactor en serie.
b) Calcule el defasaje entre la corriente y la tensión.
c) Calcule la potencia activa disipada en el aparato.

d) La reactancia en serie tiene otra fuñetón además de limitar la corriente. Nómbrela y explíquela. Nota: El encendedor S incluye un contacto que cierra rápidamente después de encender la lámpara, abre de nuevo y se mantiene abierto.
e) Haga un diagrama del flujo luminoso en función del tiempo.
f) ¿Por qué ha tenido que ser encendida la lámpara solamente una vez aunque el voltaje alterno aplicado pasa por el valor cero periódicamente?
g) De acuerdo al productor para este tipo de lámpara el capacitor de 4 pf, puede ser conectado en serie con el reactor. ¿Qué intenta con esta posibilidad que se brinda y cómo afecta esto el funcionamiento de la lámpara?
h) Examine ambas mitades de la lámpara con el espectroscopio que tenga a disposición y explique la diferencia entre los dos espectros.

SOLUCION:
a) Cuando el circuito está funcionando se puede estudiar como un circuito RL donde:

$$L = \sqrt{\frac{Z^2 - R^2}{W^2}}$$

donde:

$$Z = \frac{V}{I} = 380.8\Omega, R = R_d + R_{tubo} = R_d + \frac{V'}{I}$$
$$R = R_d V_{tubo} = R_d + \frac{V'}{I} = 166.3\Omega, \omega = 2\pi f$$

Sustituyendo L=1.13Hy

b) El defasaje entre corriente y tensión será

$\mathrm{Tg}\Phi = \omega \dfrac{L}{R}$ ó bien,

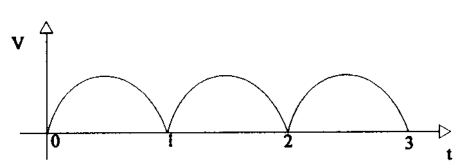
$\mathrm{Cos}\Phi = \dfrac{R}{Z}$

$\Phi = 64{,}85$

c) P=VI CosΦ = 57.6W

d) El voltaje de la línea no es capaz de iniciar las descargas a través del tubo por ser menor al voltaje de ignición. Cuando se abre el contacto en el encendedor se produce un alto voltaje de inducción a través del reactor en serie. Este alto voltaje permite la ignición.

e) Para este diagrama debemos tener presente la frecuencia de la corriente o más exactamente su periodo. En cada período los valores máximos



del voltaje se repiten dos veces por lo que el flujo luminoso toma valores máximos dos veces (ver figura de la derecha).

f) A1 pasar por cero el voltaje, la descarga debe cesar pero el tiempo de recombinación de iones y electrones es suficientemente grande como para que esto ocurra.

g) En cuanto al funcionamiento del circuito podemos pensar que la impedancia se incrementa con lo cual la corriente disminuye, pero al calcular la nueva impedancia Z' tenemos

$$Z' = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = 373.3\Omega$$

La cual difiere poco del valor original (sin capacitor). Pero algo distinto ocurre con el defasaje entre la corriente y la tensión ya que en este caso:

$$Tg\Phi' = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = -2.01 \text{ por lo tanto } \Phi = 63.6°$$

Esto provoca un aumento del factor de potencia y con ello un incremento de la potencia activa.

Tales capacitores adicionales (compensadores) se usan para compensar corrientes reactivas de edificios con un gran número de lámparas fluorescentes. Estos se especifican frecuentemente por las compañías de suministro eléctrico. Un gran valor de la corriente reactiva no es favorable puesto que los generadores de potencia tendrían que ser mayores que lo usual.

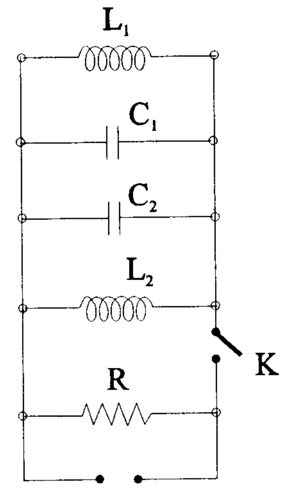
h) La mitad del tubo sin recubrir revela el espectro de líneas característico de los vapores de mercurio. La parte recubierta muestra las mismas líneas sobre un espectro continuo característico de un sólido (compuesto de fósforo).

Este compuesto sólido se excita con la luz ultravioleta que dan los vapores de mercurio. La emisión es realizada con menor frecuencia.

PROBLEMA 5 (1983, XIV OLIMPIADA DE FISICA, RUMANIA)

En la figura, L_1=1OmH, L_2=20mH, C_1=10μF, C_2=5μF y R=100Ω El interruptor k se cerró un tiempo suficientemente largo, la frecuencia sinusoidal f de la fuente puede variarse pero la amplitud es constante.

a) Si denotamos for f_m la frecuencia para la cual se obtiene la potencia máxima (P_m) y por f_+, f_- las frecuencias correspondientes a $\frac{P_m}{2}$. Determine la razón $\frac{f_m}{\Delta f}$ donde $\Delta f = f_+ , f_-$.



El interruptor k se abrió, un instante t_o después de abrir el interruptor las corrientes a través de L_1 yL_2 son I_{01} = 0.1 A y I_{02} = 0.2 A y el voltaje V_0 = 40 V.

c) Determine la frecuencia natural de oscilaciones del circuito

L_1C_1 Y L_2C_2.

d) Determine la corriente en el conductor AB.
e) Calcule la amplitud de oscilación de la corriente en la bobina L_1.

SOLUCION.

a) Para una conexión en paralelo la impedancia del circuito está dada por:

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left\{ \omega C - \left(\frac{1}{\omega L} \right) \right\}^2$$

Donde $C=C_1+C_2$ $\quad L=\frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$

La potencia efectiva

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{I^2 Z^2}{R} = \frac{I^2}{R^2} \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)^2} \tag{1}$$

P será máxima si $\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) = 0$, lo que implica que el circuito está en resonancia, entonces: $f_m = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}$

De la ecuacion (1) se infiere que:

$P_m = I^2 R$

$$\frac{P_m}{2} = \frac{I^2 R}{2}$$

Buscando el valor de R para el cual la potencia toma el valor $\frac{P_m}{2}$

$$\frac{1}{R^2} = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2$$

Luego $\frac{1}{R} = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$ y $\frac{1}{R} = \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$

Trabajando con estas ecuaciones obtenemos $\Delta\omega = \frac{1}{RC}$

$\Delta\omega = 2\pi\Delta f$

$\Delta f = (2\pi RC)^{-1}$

Finalmente $\frac{f_m}{\Delta f} = R\sqrt{\frac{C}{L}} = 150$

b) Por datos $L_1C_1=L_2C_2$. Los circuitos L_1C_1 y L_2C_2 oscilan con iguales frecuencias.

$$f = \frac{1}{2\Pi\sqrt{L_1C_1}} = 15.9kHz$$

c) Los dos circuitos oscilantes son independientes por lo que ninguna corriente sinusoidal circula por la rama AB. Sin embargo como la resistencia de las bobinas es nula para la corriente directa esta puede pasar a través de AB. Denotando por I_{C1} e I_{C2} las corrientes que circulan del capacitor C_1 a A y del C_2 a B respectivamente, en el tiempo to tenemos que:

$$I_{C1} = C_1\left(\frac{\Delta U}{\Delta t}\right), \quad I_{C2} = C_2\left(\frac{\Delta U}{\Delta t}\right)$$

Entonces: $I_{C1} = \left(\frac{C_1}{C_2}\right)I_{C2}$ pero por datos $\left(\frac{C_1}{C_2}\right) = 2$; entonces $I_{C1} = 2I_{C2}$

Aplicando la regla de Kirchhoff de los nodos A y B tenemos:

$I_{AB} = I_{01} + I_{C1}$, $\quad I_{AB} = - I_{02} - I_{C2}$

De estas ecuaciones: I_{AB} = $\frac{I_{01} - 2I_{02}}{3} = -0.1A$

f) Denotando con la I_{01} , la corriente originada por la oscilación del circuito oscilante escribimos:

$I_{01} = I_0 - I_{AB} = 0.2A$

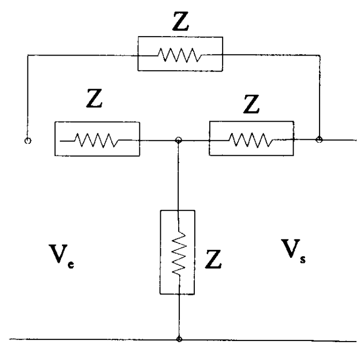
Por la ley de conservación de la energía en el oscilador L_1C_1, tenemos:

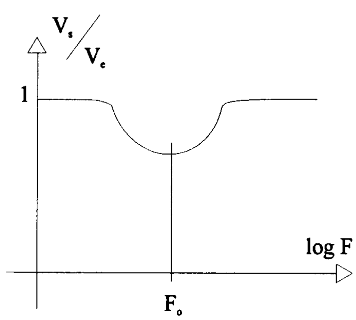
$$\frac{L_1 I_{0rMAX}^2}{2} = \frac{L_1 I_{01r}^2}{2} + \frac{C_1 V_0^2}{2}$$

$$I_{0rMAX} = \sqrt{I_{01r}^2 + \left(\frac{C_1}{L_1}\right) V_0^2} = 0.204A$$

PROBLEMA 6 (1984, XV OLIMPIADA DE FISICA, SUECIA)

El filtro electrónico mostrado en la siguiente figura consiste en cuatro componentes. La impedancia de entrada es despreciable y la de carga se considera infinita. El filtro debe ser de tal forma que el cociente $\frac{V_s}{V_e}$ dependa de la frecuencia como se muestra en la figura de abajo, donde V_e es el voltaje a la entrada del filtro y V_s el voltaje a la salida. Para la frecuencia F_o la diferencia de fase entre V_s y V_e debe ser 0.



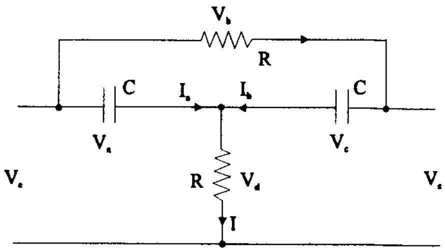


Para construir el filtro puede seleccionar los siguientes componentes:
2 resistores de 10 kΩ
2 condensadores de 10 μF
2 bobinas de 160 mH
Las bobinas no contienen núcleos y sus resistencias son despreciables. Combinando cuatro de los anteriores elementos se puede diseñar un filtro que satisfaga las condiciones mostradas en la figura. Determine F_o y el cociente $\frac{V_s}{V_e}$ para esta frecuencia.

SOLUCION

Sea $A(\omega) = \dfrac{V_s(\omega)}{V_e}$ y consideremos el siguiente circuito.

Para la corriente directa A_o =1, porque el condensador tiene una resistencia infinita. Para alta frecuencia el condensador representa un corto circuito $x_c \to 0$ de esta forma.



Lim $A(\omega)\omega$- = 1 además $0 \le A \le 1$
$\omega \to \infty$

Usando las notaciones mostradas en el circuito tenemos que:

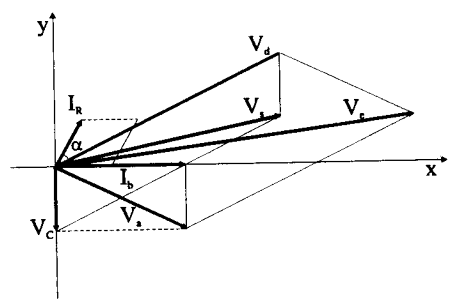
$I = I_a + I_b$

$V_a = V_b + V_c$

$V_e = V_a + V_d$

$V_s = V_c + V_d$

En la figura de la derecha se muestra el diagrama fasorial para este circuito del análisis del cual obtenemos las siguientes ecuaciones:



$V_{ax} = V_b + RI_a \cos\alpha$ (1)

$V_{sy} = RI \operatorname{sen}\alpha - V_b \cot\alpha$ (2)

$V_{ex} = 2V_b + RI_a \cos\alpha$ (3)

$V_{ey} = RI_a \operatorname{sen}\alpha - V_b \cot\alpha$ (4)

$\tan\alpha = \omega CR$ (5)

$$I_a = \left(\frac{V_b}{R}\right)\sqrt{I + (\omega CR)^2} \quad (6)$$

Del anterior sistema de ecuaciones y sabiendo que: $A_{\omega}^{2} = \dfrac{V_{sx}^{2} + V_{sy}^{2}}{V_{ex}^{2} + V_{ey}^{2}}$

Se obtiene $A_{(\omega)}^{2} = \dfrac{R^4\omega^4C^4 + 2R^2C^2\omega^2 + 1}{R^4C^4\omega^4 + 7R^2C^2\omega^2 + 1}$

La frecuencia ω para la cual $A_{(\omega)}$ es mínimo la obtenemos de la condición:

$$\frac{dA_{(\omega)}}{d\omega} = 0$$

De la cual resulta la siguiente ecuación: $\omega\ (\omega^4\ R^4\ C^4 - 1) = 0$

Resolviendo esta ecuación obtenemos:

$$\omega_o = \frac{1}{RC} = 10^4\,s^{-1}$$

$$f_o = \frac{\omega_o}{2\Pi} = 1.6kHz$$

Sustituyendo el valor de ω_o, encontrado resulta: $A(\omega_o) = \dfrac{2}{3}$

Para esta frecuencia $V_{ey} = V_{sy} = 0$, por lo tanto V_S y V_e están en fase como requiere el problema.

PROBLEMA 7(1985, XVI OLIMPIADA DE FISICA, YUGOSLAVIA)

A través de una larga barra que tiene forma de paralelepípedo rectangular de lados a, b y c (a » b » c) y que está hecha de un material semiconductor I_nS_b(antimoruro de indio), circula una corriente I en dirección paralela al eje a. La barra está colocada en un campo magnético uniforme de inducción $\xrightarrow[B]{}$ cuya dirección es paralela al lado c. El campo magnético inherente a la corriente I puede ser despreciado. Los portadores de carga son electrones. La velocidad media de los electrones en un semiconductor en presencia de un campo eléctrico solamente es v = μE, donde μ es la movilidad. Cuando el campo magnético está también presente, el campo eléctrico no es paralelo a la dirección de la corriente. Este fenómeno es conocido como efecto Hall.

Determine:

a) La magnitud y la dirección del campo eléctrico en la barra, bajo el cual la corriente tiene el comportamiento antes descrito.
b) Calcule la diferencia de potencial entre dos puntos opuestos sobre la superficie, de la barra en la dirección del lado

c) Encuentre la expresión analítica para la componente de la corriente directa debida a la diferencia de potencial calculada en el inciso b, sí la corriente y el campo magnético son alternos.

$$I = I_o \text{ sen } \omega t \qquad B = B_o \text{sen}(\omega t + \delta)$$

d) Describa un circuito eléctrico mediante el cual sea posible mostrar el resultado del inciso c y medir la potencia consumida por el dispositivo eléctrico conectado a la corriente alterna.

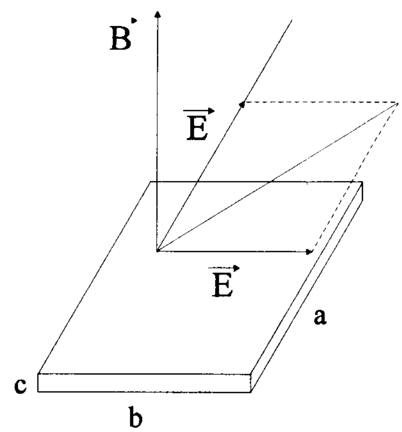
Datos:
μ en InSb = 7.8 m^2/V

Concentración de electrones 2.5 X $l0^{22} m^{-3}$

I = 1.0 A, B = 0.10T, b = 1cm, c = 1mm, e = 1.610^{-19}A,

Solución: Como se aprecia en la figura

$$E = \sqrt{E_{//}^2 + E_{\perp}^2}$$



Pero $v = \mu E_{//}$, de donde $E_{//} = \frac{v}{\mu}$ (1)

Para calcular v tenemos

$$I = j\ s = n\ e\ v\ b\ c \qquad (2)$$

Despejando v en (2) y sustituyendo en (1)

$$E_{//} = \frac{1}{\mu nebc} = 3.2V/m$$

$E_{\perp}$ se calcula por fuerza de Lorentz.

$$E = \frac{evB \operatorname{sen} 90°}{e} = vB = 25V/m$$

Sustituyendo los valores de $E_{\perp}$ y $E_{//}$ en la ecuación original

E = 4.06 V/m

b) Como E = V/d, $E_{\perp} = V_H/b$, donde V_H es la tensión Hall. Sustituyendo y efectuando

V=25mV

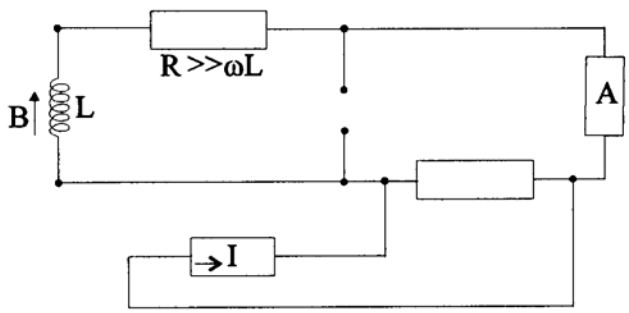
c) La diferencia de potencial ahora depende del tiempo ya que así le sucede a la corriente y al campo magnético.

$$V_H = \frac{IB}{nec} = \frac{I_o B_o}{nec}\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\mathrm{sen}(\omega t + \delta)$$

Pero $\mathrm{sen}(\omega t)\,\mathrm{sen}(\omega t + \delta) = \frac{1}{2}\cos(\delta)$

$$V_H = \frac{I_o B_o}{2nec}\cos(\delta)$$

d) Un posible montaje sería el mostrado en la siguiente figura.



7. PROBLEMARIO

TEMA I : MECÁNICA

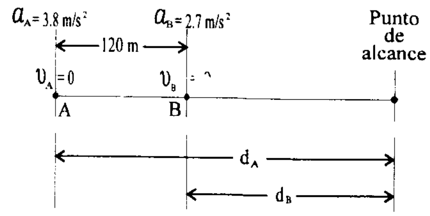
PARTE i : CINEMÁTICA EN UNA DIMENSION

PROBLEMA 1

Un automóvil y un autobús parten del reposo y al mismo tiempo. El automóvil está 120m detrás del autobús. El automóvil acelera uniformemente a 3.8 m/s^2 durante 5 segundos y el autobús acelera uniformemente a 2.7 m/s^2 durante 6.3 segundos. A continuación, los dos vehículos viajan a velocidad constante.

¿Rebasará el automóvil al autobús, y si es así, que distancia habrá recorrido el automóvil en el momento de rebasar?

SOLUCION; Llamemos d_A a la distancia recorrida por el automóvil y d_B a la distancia recorrida por el autobús, y hagamos un dibujo que ilustre el problema:



Calcularemos la velocidad de cada vehículo al comenzar a desplazarse a velocidad constante y la distancia recorrida por cada uno de ellos hasta ese instante:

$V_A = a_A t_A = (3.8 m/s^2)(5s)$ $\quad$ $V_A = 19 m/s$

$V_B = a_B t_B = (2.7 m/s^2)(6.3s)$ $\quad$ $V_B = 17.01\ m/s$

$$d_A = \frac{a_A t_A^2}{2} = \frac{(3.8 m/s^2)(5s)^2}{2} \qquad d_A = 47.5\ m$$

$$d_B = \frac{a_B t_B^2}{2} = \frac{(2.7 m/s^2)(6.3s)^2}{2} \qquad d_B = 53.58\ m$$

Ahora, obtengamos el tiempo que tardan en encontrarse:
47.5m + 19m/s (t - 5s) $\quad$ = 173.58 m + 17.0l m/s (t - 6.3s)

47.5m + 19m/s (t) - 95m = 173.58m + 17.01 m/s (t) - 107.16m

1.99m/s (t) = 113.92m

t= 57s

Finalmente, la distancia recorrida por el automóvil hasta alcanzar al autobús, es de:

d = 47.5 m + 19 m/s (52 s); $\quad$ d =1036 m

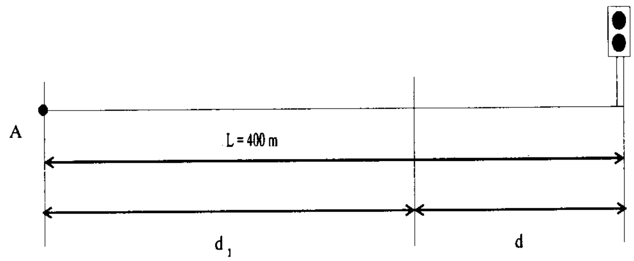
PROBLEMA 2

Una locomotora está a 400 m de una señal roja y posee una velocidad de 54 km/h cuando empieza a frenar. Determine la posición de la locomotora respecto al semáforo 1 minuto después de comenzar el frenado, si se mueve con una aceleración de $0.3\ m/s^2$

SOLUCION: Hagamos un dibujo que muestre la posición de la locomotora con respecto al semáforo:

$a = -0.3\ m/s^2$

$v = 54\ Km/h$



Siendo d_1 la distancia que recorre la locomotora en 1 minuto y d la posición de ella con respecto al semáforo. Expresamos la velocidad en unidades del Sistema Internacional.

$$v = \frac{(54Km/h)(100m/Km)}{3600s/h} \qquad v = 15m/s$$

$$d_1 = vt - \frac{at^2}{2} \qquad d_1 = (15m/s)(60s) - \frac{(0.3m/s^2)(60s)^2}{2}$$

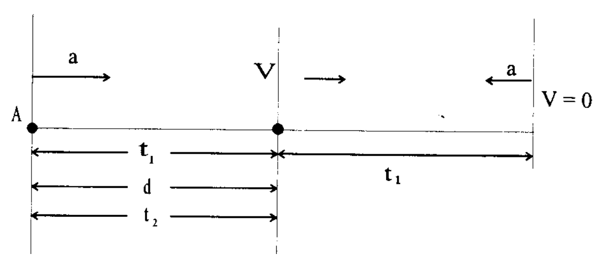
$$d_1 = 900m - 540m \qquad d_1 = 360m \qquad \therefore\ d = 40m$$

<u>PROBLEMA 3</u>

Un punto material comienza a moverse por una recta con aceleración constante "a". Después de un tiempo t, de iniciado el movimiento la aceleración cambia de signo, en sentido opuesto, pero sin cambiar de módulo. Determine al cabo de cuanto tiempo "t" después de iniciado su movimiento, la partícula pasa por el punto de partida.

SOLUCION: El punto recorre una distancia d en un tiempo t_1 y comienza a frenar hasta detenerse en un tiempo t_1, luego cambia de sentido su movimiento y cuando pasa por el punto B ha transcurrido un tiempo t_1, ahora necesitamos determinar el tiempo t_2 que tarda en recorrer la distancia d.

Representemos gráficamente el problema:



Cuando el punto se dirige de A a B, tenemos que: $v = at$ y $d = \frac{at_1^2}{2}$

Cuando el punto se dirige de B a A, tenemos: d = $vt_2 + \frac{at_2^2}{2}$ igualando las dos ecuaciones de la distancia "d" y sustituyendo el valor de la velocidad, obtenemos:

$$\frac{at_1^2}{2} = (at_1)t_2 + \frac{at_2^2}{2} \qquad\qquad \frac{at_2^2}{2} = at_1t_2 - \frac{at_1^2}{2} = 0$$

Consideremos la ecuación de segundo grado, cuya incógnita es t_2 y aplicando la fórmula general

$$t_2 = \frac{-at_1 \pm \sqrt{a^2t_1^2 + a^2t_1^2}}{a} = \frac{-at_1 \pm \sqrt{2a^2t_1^2}}{a}$$

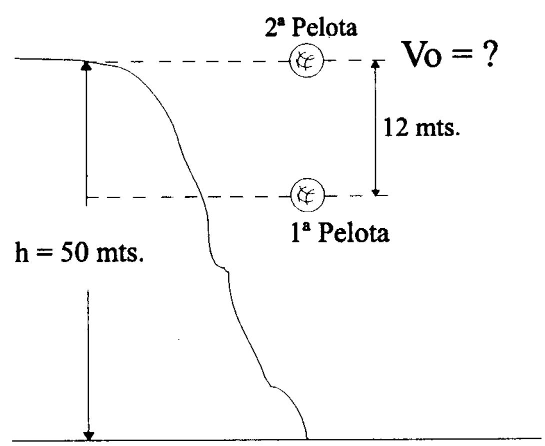
La solución que tiene sentido es en la que consideremos el signo positivo del radical, por lo tanto:

$t_2 = -t_1+\sqrt{2}\, t_1$, y $t = 3t_1 - t_1 + \sqrt{2}t_1 = 2t_1 + \sqrt{2}\, t_1$; $t = t_1(2+\sqrt{2})$

PROBLEMA 4

Una pelota se deja caer desde un acantilado . Después que ha pasado por un punto 12m abajo del borde de las pedas, se arroja hacia abajo una segunda pelota. La altura de la barranca es de 50 m. ¿Cuál debe ser la velocidad inicial de la segunda pelota para que ambas lleguen al suelo al mismo tiempo?

SOLUCION : La velocidad de la primera pelota al llegar a los 12m es:



$$V = \sqrt{2(9.8m/s^2)(12m)}$$

V=15.34m/s

El tiempo que tarda la primera pelota en recorrer los 38m que faltan para llegar al suelo, es el mismo tiempo que ocupará la segunda pelota para recorrer los 50m y llegar iguales.

$$38m = (15.34mt + \frac{(9.8m/s^2)t^2}{2} \qquad\qquad (4.9m/s^2)t^2 + (15.34m/s)t - 38 = 0$$

$$t = \frac{-15.34 \pm \sqrt{235.32 + 744.8}}{9.8} \qquad t = 1.63s$$

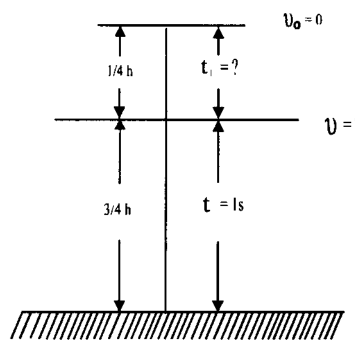
$$d = v_o t + \frac{gt^2}{2} \qquad v_o = \frac{d}{t} - \frac{gt}{2} \qquad v_o = \frac{50m}{1.63s} - \frac{(9.8m/s^2)(1.63s)}{2}$$

$$v_o = 30.67m/s - 7.99m/s \qquad v_o = 22.68\text{m/s}$$

PROBLEMA 5

Durante el último segundo de caída libre sin velocidad inicial, un cuerpo recorre la 3/4 partes de todo su camino. ¿ Cuánto tiempo tarda en caer el cuerpo?

SOLUCION; Para resolver este problema necesitamos calcular cuánto tiempo tardó en recorrer la primera cuarta parte de su trayectoria. Veamos el siguiente esquema:



Se determina la velocidad que el cuerpo tiene al recorrer la primera cuarta parte de su trayectoria.

$v = gt_1$ y $\frac{1}{4}h = \frac{gt_1^2}{2}$

La ecuación que define las 3/4 partes de la trayectoria es:

$$\frac{3}{4}h = (gt_1)(t) + \frac{gt^2}{2}$$

Resolviendo estas ecuaciones tendremos:

$H = 2gt_1^2$ y $3h = 4\ gt_1 + 2g$ por lo tanto $6gt_1^2 = 4gt_1 + 2g$, dividiendo entre 2g se obtiene:

$3t_1^2 = 2t_1 + 1$ o tambien $3t_1^2 = 2t_1 - 1 = 0$

Factorizando e igualando a cero, resulta: $(t_1 - 1)(3t_1 + 1) = 0$, el primer factor es el que tiene sentido tomar, porque el segundo proporciona un resultado negativo.

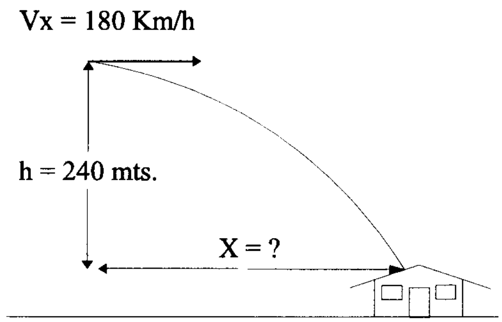
$t_1 - 1 = 0$, por lo tanto, $t_1 = ls$ y el tiempo total será: $t_T = 2s$

ii.- CINEMATICA EN DOS DIMENSIONES

PROBLEMA 6

Un aeroplano pequeño, volando a 180 Km/h a una altitud del 240 m debe dejar caer una bolsa inflable a unos damnificados de una inundación, en el techo de una casa. ¿A que distancia del techo el piloto debe soltar el paquete para que caiga en el techo?

SOLUCION: El tiempo que tarda en caer los 240 m, será igual al que necesita para recorrer la distancia " X ".
Como la velocidad vertical es cero entonces:



V_X = 180 Km/h

H = 240 m.

X=?

$$240\text{ m} = \frac{(9.8m/s)t^2}{2} \qquad \text{y} \qquad t = \sqrt{\frac{480m}{9.8m/s}} \qquad t = 7\text{s}$$

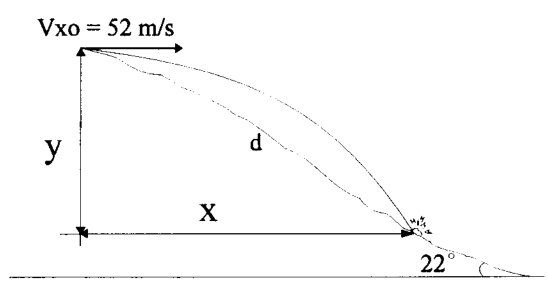
Como X = (50 m/s)t entonces X = (50 m/s) (7 s);   X = 350 m.

PROBLEMA 7

Un proyectil se dispara desde la cumbre de una pendiente, que forma un ángulo de 22° con la horizontal con una velocidad horizontal inicial de 52 m/s. Localizar el punto donde el proyectil pega con el suelo.

SOLUCION: Primero se obtienen los avances horizontal y vertical.
x = $(52m/s)t^2$

y = $(4.9m/s^2)t^2$



$$tan22° = \frac{x}{y} = \frac{(4.9m/s^2)t^2}{(52m/s)t};$$

$$0.404 = (0.941/s)t$$

$t = \dfrac{0.404}{0.0941/s}$ t = 4.29s

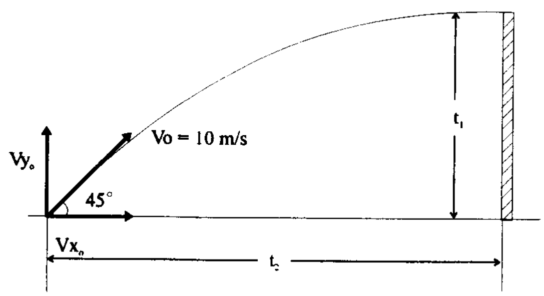
$x = (52m/s)(4.29m/s^2) = 223m$ $y = (4.9m/s^2)(4.29s)^2 = 90.1m$

$d = \sqrt{(90.1m)^2 + (223m)^2}$ d = 240.5m

PROBLEMA 8

Un niño lanza una pelota comunicándole la velocidad de 10 m/s con un ángulo de 45° respecto a la horizontal. La pelota choca en una pared situada a 3 m del niño. ¿Cuando se produce el choque, mientras asciende o mientras desciende?

SOLUCION: El tiempo que tarda la pelota en alcanzar su altura máxima es : $t_1 = \dfrac{V_{YO}}{g}$ y el tiempo que ocupa en alcanzar la pared es $t_2 = \dfrac{x}{V_{xo}}$. Si t_1 es mayor que t_2 el choque ocurre durante el ascenso en caso contrario durante el descenso.



$V_{xo} = (10m/s)(\cos 45°) = 7.07m/s$ $V_{xo} = (10m/s)(\cos 45°) = 7.07m/s$

$t_1 = \dfrac{7.07m/s}{9.8m/s^2} = 0.72s$ $t_2 = \dfrac{3m}{7.07m/s} = 0.42s$

El choque sucede durante el ascenso.

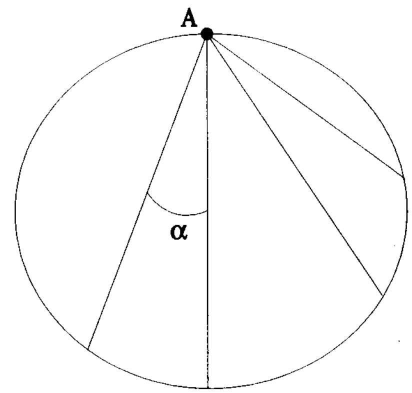
PROBLEMA 9

Desde el punto A, situado en el extremo superior del diámetro vertical de cierta circunferencia, por unos canales colocados a lo largo de distintas cuerdas de aquella, empiezan a deslizarse simultáneamente varias cuerpos. ¿Al cabo de cuanto tiempo llegan estas cuerpos a la circunferencia? ¿Como depende el tiempo del ángulo de inclinación a de la cuerda respecto a la vertical? Despréciese el rozamiento.

SOLUCION: Cuando $\alpha = 0°$

$a = g = 9.8 m/s^2$ si

$0 < \alpha < 90°$ $a = g \cos\alpha$



La pregunta esencial del problema sería: ¿Llegan todos los cuerpos al mismo tiempo?

Para contestarla consideraremos lo siguiente: La velocidad con que llegan a la circunferencia es: $V = g \cos\alpha$

La distancia recorrida es $x = \frac{(g\cos\alpha t)^2}{2g\cos\alpha} = \frac{g\cos\alpha t^2}{2}$ y el tiempo se obtiene por medio de

$t = \sqrt{\frac{2x}{a}} \therefore t = \sqrt{\frac{g\cos\alpha t^2}{g\cos\alpha}}$ de donde t = t, lo cual nos indica que el tiempo es constante y no

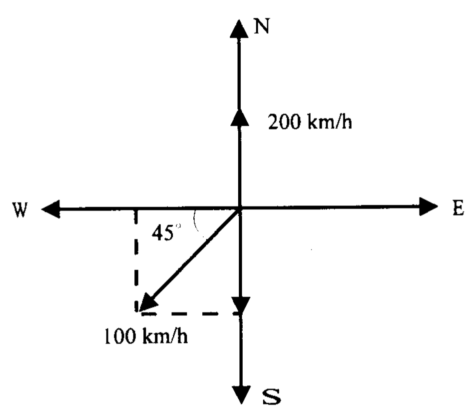
depende del ángulo α de acuerdo a lo anterior el tiempo será:

$t = \sqrt{\frac{2D}{g}}$ donde D es el diámetro de la circunferencia.

<u>PROBLEMA 10</u>

Un aeroplano cuya velocidad en aire quieto es 200 Km/h pone proa al Norte. Pero de súbito comienza a soplar un viento del noroeste de 100 Km/h. ¿Cuál es la velocidad resultante del avión con respecto a la Tierra?

SOLUCION: Este problema se ha resuelto de dos maneras:



a) Primero usamos las componentes rectangulares.

Calculamos las componentes rectangulares de la velocidad del viento:

$V_S = (100 \text{ Km/ h}) (\text{sen } 45°)$

$V_S = -(100 \text{Km / h}) (0.7071)$, $V_S = -70.71$ Km l h .

Como el valor del seno y el coseno de 45° son iguales, la componente horizontal valdrá: $V_w = -70.71$ Km/ h

Hagamos suma de velocidades verticales y tendremos:

$\sum F_V$ = 200Km/h-70.71Km/h = 129.29Km/h

Aplicando el teorema de Pitágoras, se obtiene la magnitud de la velocidad del avión con respecto a tierra.

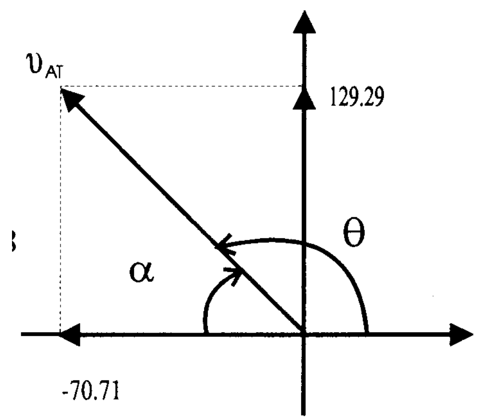
$V_{AT} = \sqrt{(129.29km/h)^2 + (-70.71km/h)^2}$ $\qquad V_{AT} = 147.36$ km/ h

Para obtener la dirección, hacemos lo siguiente:
tan (180 - θ) = tan α

$$tan\alpha = \frac{129.km/h}{-70.71km/h} = -1.828$$

α = 61.3°

θ = 118.7°



b) Otra forma de hacerlo es, construyendo un triángulo de velocidades y aplicar la Ley de Cosenos y la Ley de Senos.

$$V_{AT} = \sqrt{(200\text{km/h})^2 + (100\text{Km/h})^2 - 2(200\text{Km/h})(100\text{Km/h})\cos 45°}$$

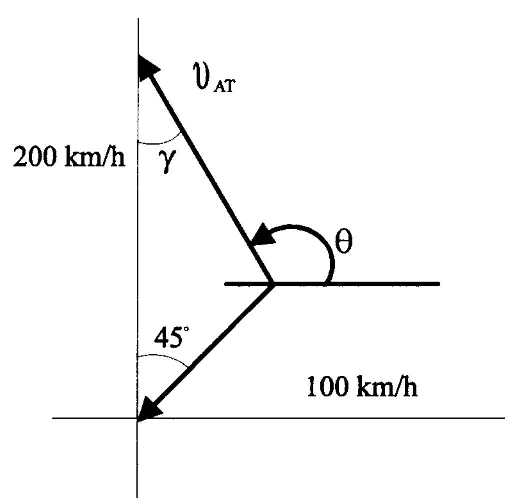
$V_{AT} = \sqrt{21716\text{Km}^2/\text{h}^2}$ $\qquad V_{AT} = 147.36$ Km/h

θ = 90° + γ

$$\frac{\text{sen}\,\gamma}{100km/h} = \frac{\text{sen}\,45°}{147.36km/h}$$

$$\text{sen}\,\gamma = \frac{(100km/h)\,\text{sen}\,45°}{147.36km/h}$$

sen γ = 0.4798



$\gamma = 28.7°$

$\theta = 90° + 28.7° = 118.7°$

iii.- DINÁMICA DE TRASLACION.

PROBLEMA 11

Una muchacha empuja un trineo por un camino horizontal nevado. Cuando la velocidad del trineo es 2.5 m/s, la muchacha suelta el trineo y este se desliza una distancia de 6.4 m. antes de pararse.

Determine el coeficiente de fricción cinético entre los patines de trineo y la superficie nevada.

SOLUCION
La fuerza de fricción hace que el trineo se pare, por lo tanto

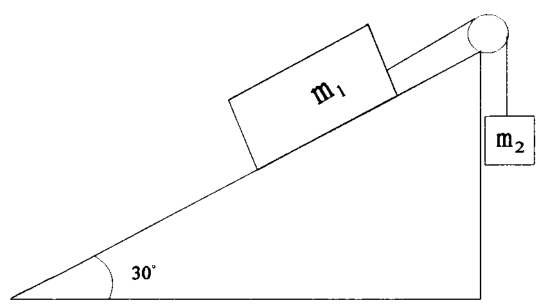
$\mu mg = m\left(\frac{v_0^2}{2d}\right)$ de aquí

$$\mu = \frac{v_0^2}{2gd}, \mu = \frac{(2.5m/s)^2}{2(9.8m/s^2)(6.4m)}, \mu = 0.049$$

PROBLEMA 12

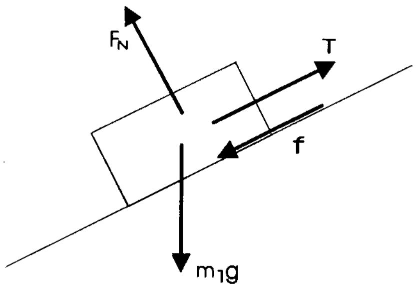
En relación con la siguiente figura, si $m_1 = 20$ kg. y el coeficiente de fricción estático entre el bloque y la superficie inclinada es de 0.85.

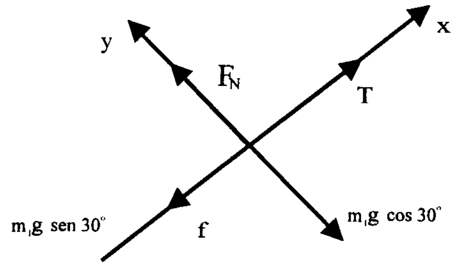
¿Cuál es la masa mínima m_2 que provocará que m_1 comience a ascender por el plano? Si m_2=15 Kg y ahora el coeficiente de fricción estático entre el bloque y la superficie inclinada es de 0.45 ¿Cuál es la masa mínima de m_1 que le permitirá descender por el primer plano?.



Desprecie la fricción en la polea

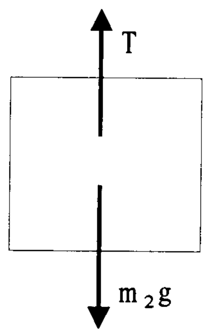
SOLUCION: Para la primer pregunta, hagamos diagramas de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos.

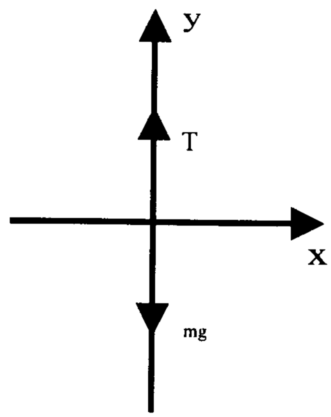




$\sum Fx = 0$ $\qquad$ $T - m_1\ g sen30° - f = 0$

$T = \mu F_N + m_1 g sen30°$ $\qquad$ $T = \mu m_1 g\ cos30° + m_1 g sen30°$





$\sum Fy = m_2 a$ $\qquad$ $m_2 g – T = 0$ $\qquad$ $T = m_2 g$

Igualando las dos ecuaciones de la tensión obtenemos:

$\mu m_1 gcos30° + m_1 gsen30° = m_2 g$, de aquí, $m_2 = m_1(\mu\ cos30° + sen30°)$

$m_2 = 20Kg\ (0.736 + 0.5)$

$m_2 = 24.72$ Kg. Un valor un poco mayor que esta masa provocará que mi comience a ascender.

Si aplicamos el mismo método para la segunda pregunta, obtendremos:

$m_1 gsen30° - f – T = 0$ $\qquad$ $T = m_1\ gsen30° - \mu m_1 gcos30°$

$T = m_1 g\ (sen30° - \mu cos30°)$ $\qquad$ $T - m_2 g = 0$ $\qquad$ $T = m_2 g$

$m_1 g(sen30° - \mu cos30°) = m_2 g$

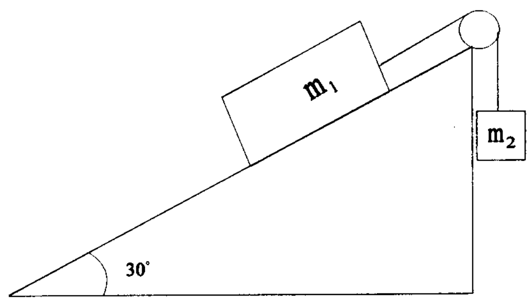
$$m_1 = \frac{m_2}{\text{sen}\,30° - \mu\cos 30°} \qquad\qquad m_1 = \frac{15kg}{0.5 - 0.39} = 136.4kg$$

m_1 = 136.4 Kg. Una masa un poco mayor que este valor le permitirá descender por el plano

<u>PROBLEMA 13</u>

En relación con la misma figura, si m_1 = 15 Kg y m_2 = 4 Kg, y el , coeficiente de fricción cinético entre el bloque y la superficie inclinada es de 0.20

¿Cuál será la aceleración del sistema cuando el bloque se desliza sobre el plano?

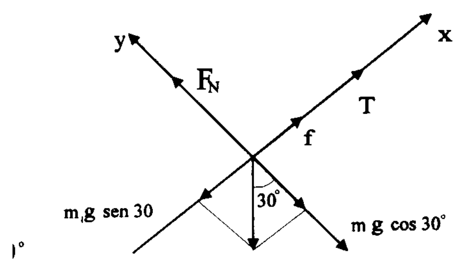


SOLUCION: Se hace el diagrama de fuerzas y aplicando la segunda ley de Newton, se obtiene:

$\sum F_x = m_1 a$

$T + f - m_1 g\,\text{sen}30° = -m_1 a$

$T + \mu F_N - m_1 g\,\text{sen}30° = -m_1 a$

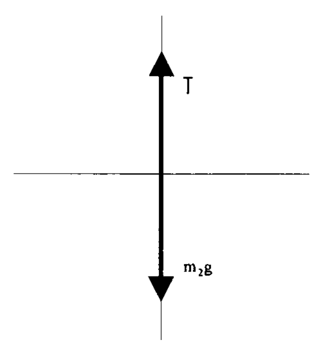


$\sum F_y = 0$

$F_N = -m_1 g\cos 30° = 0 \quad \therefore \qquad F_N = m_1 g\cos 30°$

$T + \mu m_1 g\cos 30° - m_1 g\,\text{sen}30° = -m_1 a$

$T = m_1 g\,\text{sen}30° - \mu m_1 g\cos 30° - m_1 a$



$\sum F\gamma = m_2 a$

$T - m_2 g = m_2 a, \qquad\qquad T = m_2 a + m_2 g$

igualando las ecuaciones para T

$- m_1 a + m_1 g\,\text{sen}30° - \mu m_1 g\cos 30° = m_2 a + m_2 g$

$- m_1 a - m_2 a = m_2 g + \mu m_1 g\cos 30° - m_1 g\,\text{sen}30°$

$- a(m_1 + m_2) = \mu m_1 g\cos 30° - m_1 g\,sen 30° + m_2 g$

$a\,(m_1 + m_2) = m_1 g\,sen 30° - \mu m_1 g\cos 30° - m_2\, g$

$a\,(m_1 + m_2)\ - g[m_1\,(sen 30° - \mu \cos 30°) - m_2]$

$$a = \frac{9.8m/s^2[15kg(0.5-0.17)-4kg]}{19kg} = \frac{9.31kg.m/s^2}{19kg}$$

$a = 0.49 m/s^2$

PROBLEMA 14

De dos resortes idénticos de masa despreciable se cuelga una carga de masa "m". Después de establecerse el equilibrio, del punto de unión entre ambos se cuelga una carga igual a la primera. Determinar el estiramiento total que sufre el sistema de resortes. La constante elástica de los mismos es K.

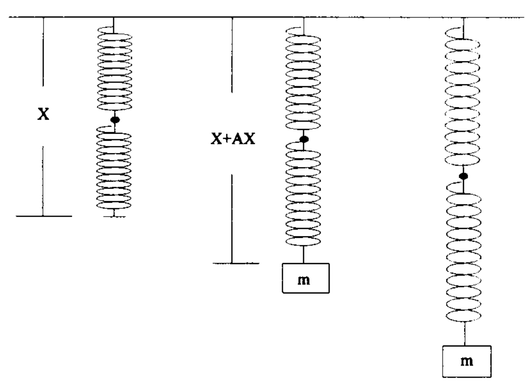
SOLUCION**:** La representación gráfica del problema sería:

Como ambos resortes son idénticos, al colocar la primer masa "m" ellos experimentan igual estiramiento

$Ax=x_1+x_2, x_1=x_2=\Delta X/ 2$ como

$F = K\Delta X = mg$

$\therefore\ \Delta X = mg$



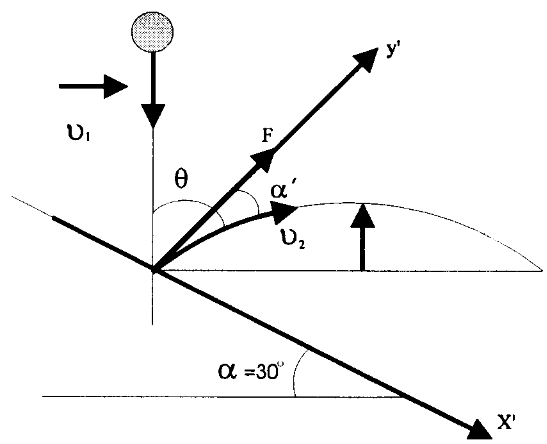
al colocar la segunda masa el resorte inferior no experimenta deformación y el resorte superior recibe ahora una acción igual al doble de la magnitud que inicialmente lo deformaba. El estiramiento total es de

$X_T = \Delta x + \Delta\ x / 2\ = 3\Delta x / 2$ por lo tanto $X_T=3mg / 2K$

PROBLEMA 15

Una esfera rígida de 0.1 Kg. de masa cae verticalmente desde cierta altura y choca elásticamente en la superficie de un plano inclinado 30° respecto a la horizontal. El impulso de la fuerza comunicado al plano que es de 1.73 N.s. Determine el tiempo que demora la esfera en alcanzar su máxima altura.

SOLUCION: A1 ser un choque elástico se conservan tanto la energía mecánica como la cantidad de movimiento.



La fuerza de interacción entre el plano y la esfera es perpendicular al plano. Si tomamos el sistema x'- y' y, que es el impulso y ΔP el cambio en la cantidad de movimiento .

Tendremos que $q_x = m\,(v_2\ \text{sen}\alpha - v_1\ \text{sen}\ \alpha)$ y $q_y. = m(v_2\cos\alpha + v_1\ \cos\alpha)$ pero $q_x = 0$ por lo tanto $v_2 = \text{sen}\alpha' = v\ \text{sen}\ \alpha$ como la energía cinética se conserva, entonces $v\text{-}v_2$ y $\alpha=\alpha=30°$

Si q=qy, entonces $q= 2\ m\ v_2\cos\alpha$ y $v_2= q / 2\ m\cos\alpha$

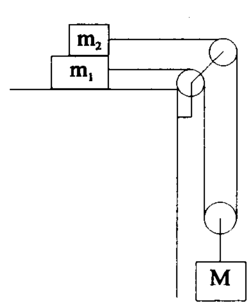
Cuando la esfera alcance la altura máxima, se cumple que la componente en " y " de fa velocidad v_2 es cero por lo tanto de $v = v_0 - g\ t$ podremos calcular " t ".

$T = v_2\cos\alpha / g$ de aquí $t = q\cos 2\alpha / 2\ mg\cos\alpha$

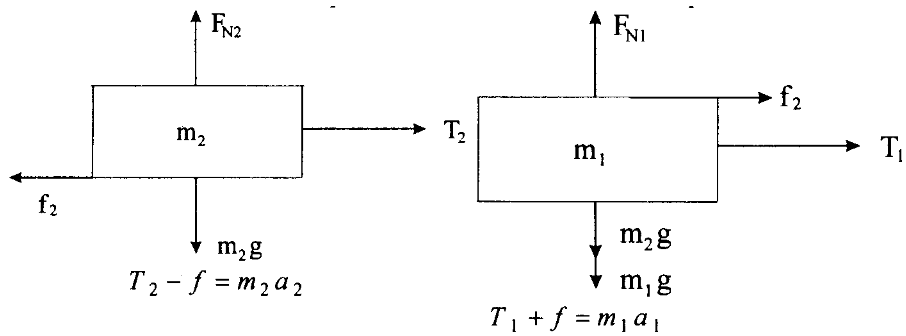
$t= (\ 1.73\ N.s\ )\cos 60^{\circ}\ / 2\ (\ .1kg\ )\ (9.8\ m\ I\ s^2\ )\ (\cos 30\ °\ ) = .51s$

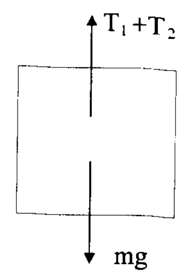
PROBLEMA 16

En un plano horizontal sin rozamiento se encuentra un bloque de masa, m_1 y sobre el otro bloque de masa $m_2 < m_1$, a través del sistema de poleas representado en la figura para un hilo de masa despreciable e inextensible. De la polea móvil pende una carga de masa $M = m_I + m_2$. ¿Cuantas veces mayor debe ser m_1 que m_2 para que los bloques no deslicen uno sobre el otro, si el coeficiente de razonamiento estático entre ellos es igual a p? Las masas y el rozamiento de las poleas son despreciables.



SOLUCION: Las fuerzas que actúan en cada uno de los bloques son





$T_I + T_2$-m g= - ma

De acuerdo a las condiciones del problema se cumple que

$T_1 = T_2 = T$ y que $a_1 = a_z = a$

T - f = m_2 a, T+ f =m_1a, y

mg - 2T = ma

Si sumamos miembro a miembro estas ecuaciones se tiene:

2 T = (m_1 + m_2) a sustituyendo en la tercer ecuación mg - ma = ma

2ma=mg a= g/2 entonces T(m_1 +m_2) g/4

por lo tanto (M_1 + m $_2$) g/4 + f = m $_1$ g/2

f = m_1g/2 – m_1g/4 – m $_2$ g/4

f = (m_1- m_2) g/4

Para que el cuerpo m_2, no se deslice sobre m_1, se debe cumplir que (m_1-m_2) g/4≤ μm_2 haciendo operaciones

m_1-m_2≤ 4 μ m_2 m_1≤4μm_2 + m_2 m_1≤m_2 (4μ +1)

de aquí que: m_1 / m_2 ≤ 4μ +1

PROBLEMA 17

A un bote de juguete se le comunica una velocidad de 10 m/s. Durante el movimiento del bote actúa sobre él una fuerza de oposición cuyo módulo es proporcional a la velocidad: F =-Kv. Determina:

a) El camino recorrido por el bote al cabo de un tiempo tal que su velocidad disminuya a la mitad.
b) El camino recorrido por el bote hasta detenerse por completo. Considere K = 0..5 Kg/s, la masa del bote es de 0.5 Kg.

SOLUCION**:** Por el efecto de la fuerza, la energía mecánica del sistema disminuye en la siguiente proporción:

$\Delta E = m\ (v^2 \ - v_0{}^2\ ) / 2$

La disminución de la energía se debe al trabajo realizado por la fuerza

W = Fm . d si Fm= F+Fo/2 = $KU+KU_0$ / 2 = $K(U + U_0\ ) / 2$

$-k(u+ u_0)\ d / 2 = m\ (u^2 – u_0{}^2\ ) /2$ $\quad d = - m\ (u^2 – u_0{}^2)/ k(u+ u_0)$ $\quad d = - m\ (u- u_0) /k$

a) Para

$u= u_0/2$ $\quad d= - m\ (u_0/2 – u_0 – u_0) / k$ $\qquad d= m\ u_0/ 2k$

d= (.5kg) (10m/s) / 2(.5kg/s) d= 5m

b) Para u = 0 $\quad d = - m(u_0) /k = m\ u_0 /k$ $\quad$ d = 1O m

OTRA SOLUCION

Otra forma de resolver este problema, es aplicando el teorema del impulso y la cantidad de movimiento.

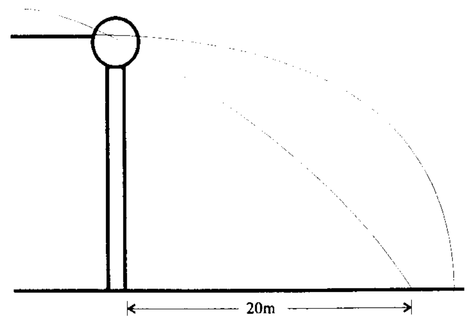
$F_m\ t = m\ (u- u_0)$ si $F_m = - K\ u_m$ entonces $- K\ u_m\ t = m\ (u-u_0.)$

pero u_m, = d/t por lo tanto - kd = m (u - u_o) y finalmente $d= -m(u-u_0)/k$

PROBLEMA 18

A una altura de 5 m se encuentra una esfera de 0.2 Kg. de masa sobre una columna vertical. Una bala de 10 g. de masa que vuela en dirección horizontal con una velocidad de 500 m/s atraviesa la esfera exactamente por su diámetro. ¿A que distancia cae sobre la Tierra el proyectil si la esfera lo hace a una distancia de 20m de la base del pedestal?

SOLUCION**:** Consideremos que u_1 y u_2 son las velocidades de la bala y de la esfera en el momento de la salida de la bala del interior de la esfera. Consideremos también que el tiempo que demora la bala en atravesar la esfera es despreciable en comparación con el tiempo de caída.



X= u_1 t y 20m = u_2 t

Como inicialmente la componente vertical de las velocidades es cero, tenemos que:

h = gt/2 de aquí t = $\sqrt{2h/2}$

Como la cantidad de movimiento se conserva. $m_1 u = m_1 u_1 + m_2 u_2$

$m_1 u_1 = m_1 u - m_2 u_2$ $u_1 = u - m_2u_2 / m_1$, sustituyendo valores en las ecuaciones anteriores tendremos:

t = $\sqrt{2(5m)/9.8m/s^2}$ t = 1.01 s u_2= 20m / 1.01s = 19.8 m/s

u_1= 500m / s - (.2kg) (19.8m/s) / .01kg u_1 =104 m/s

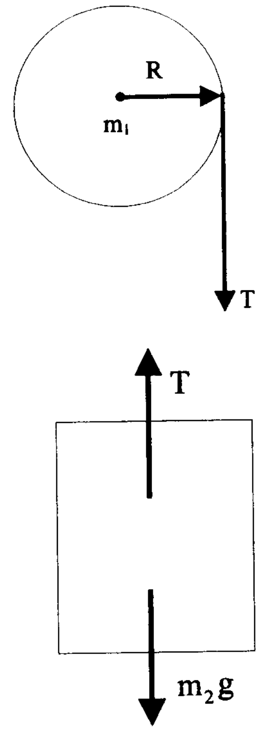
Finalmente X = (104mls) (1.01 s) X =105m

iv.-DINAMICA ROTACIONAL

PROBLEMA 19

Un disco de 30 cm. de radio y de 4 Kg de masa está montado sobre un eje horizontal sin fricción. Un cordón ligero está enrollado alrededor del disco soportando un cuerpo de 8 Kg. Calcule la aceleración lineal del cuerpo suspendido, la aceleración angular del disco y la tensión en el cordón.

SOLUCION**:** Los diagramas de cuerpo libre del sistema son:



τ = TR pero τ = Iα entonces Iα = TR

como I = $\frac{m_1 R^2}{2}$ y $\alpha = a / R$

por lo tanto $\frac{m_1 R a}{2}$ = TR T = m_1 a / 2

m_2 g – T = m_2 a m_2 a + $m_1 a/2$

$2m_2$ g = m_2 a + m_1 a a ($2m_2$ + m_1) = $2m_2$g

a = $\frac{2m_2 g}{2m_2 + m_1}$ a = $\frac{16kg(9.8m/s^2)}{20kg}$ = 7.84 m/s^2

α = $\frac{7.84m/s^2}{.3m}$, α = 26.13 rad /s^2

T = $\frac{4kg(7.84m/s^2)}{2} = 15.68N$

PROBLEMA 20

Una bola se lanza de tal modo que cuando toca el suelo se mueve horizontalmente con una velocidad inicial de 5 m/s y avanza sin rodar. El coeficiente de fricción cinético entre la bola y el suelo es de 0.3. Calcular.
a) El tiempo durante el cual la bola se desliza antes de que comience a rodar. b) La distancia recorrida con deslizamiento.

SOLUCION: Primero se determina la aceleración que experimenta la bola durante
el tiempo que desliza:

ΣFx = ma -f = - ma μFn = ma a = μg

a = (0.3) (9.8m/s^2) a = 2.94m/s^2

Cuando la bola deja de deslizarse y empieza a rodar, adquiere una velocidad igual a:

$\nu = \nu_0 - a\, t$

Esta velocidad debe ser igual a la velocidad tangencial que adquiere la bola por efecto del torque producido por la fuerza de fricción.

$I = fR = \mu F_n R = \mu\, mg\, R$ como $\tau = I\, \alpha$ y ademas

$I = 2mR^2 / 5$ entonces $\mu mgR = 2mR^2\, \alpha / 5$ a de aquí $\alpha = 5\mu g / 2R$ recordemos que

$\omega = \omega_0 + \alpha\, t$ pero $\varpi_0 = 0$ entonces $\varpi = \alpha\, t$ y $\omega = \dfrac{5\mu gt}{2R}$

la velocidad tangencial esta dada por $\nu = \omega R$ por lo tanto $\nu_0 - \alpha\, t = \dfrac{5\mu gtR}{2R}$, de aquí :

$2\, \nu_{0-}\, 2at = 5\, \mu gt$; $(\, 2a + 5\, \mu g\,) = 2\nu_0$

$t = \dfrac{2\upsilon_0}{2\alpha + 5\mu g}$, $t = \dfrac{2\upsilon}{7\mu g}$, $t = \dfrac{10m/s}{20.58m/s^2}$, $t = 0.49s$

$d = \nu_0 t - \dfrac{\alpha t^2}{2}$ $d = (\, 5m/s\,)\, (\, 0.49s\,) - 0.35m$ $d = 2.10\ m$

PROBLEMA 21

Se tiene un cilindro macizo de 15 cm. de radio y 88 Kg. de masa al cual se le aplica una fuerza de 19.6 N en su centro de masa. El cilindro rueda sin deslizar por una superficie horizontal . Calcular:

a) El valor de la aceleración lineal del centro de la masa.
b) La rapidez lineal de un punto que se halla en " A ", al cabo de 3 segundos de iniciado el movimiento.

SOLUCION**:** Movimiento de traslación.
$\Sigma Fx = ma$ $F - f = ma$

Movimiento de Rotación.

$\tau = I\alpha$ pero $\tau = f\, R$ e $I = mR^2/\ 2$ entonces $f\, R = mR^2\alpha / 2$ además $\alpha = a / R$

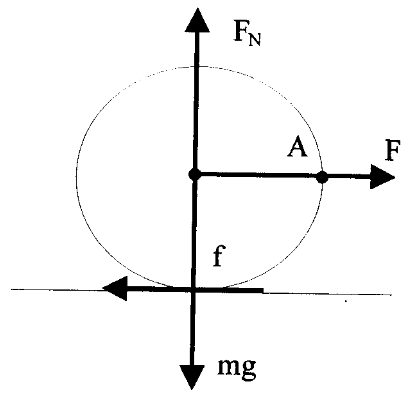
por lo tanto $f R^2 a / 2$, finalmente

$f =$ ma /2 sustituyendo F- ma / 2 = ma

F = 3ma / 2
despejando

a = 2F / 3m, a = 2(19.6N) / 3(88kg)

a = 39.2N / 264 kg a = O.15 m /s^2



Para determinar la velocidad del punto A, necesitamos conocer la velocidad de traslación y la velocidad de rotación para luego, por medio del Teorema de Pitágoras obtener el valor de la velocidad.

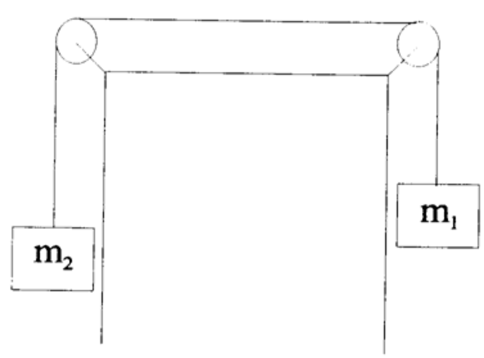
$\nu = \sqrt{\upsilon_t^{\,2} + \upsilon_R^{\,2}}$ $\qquad v_t = a\,t$ $\qquad v_R = \omega R = \alpha\, t\, R$

$\nu_R = atR / R = at,$ $\qquad \nu \sqrt{2(at)^2}$ $\qquad \nu = at\sqrt{2}$

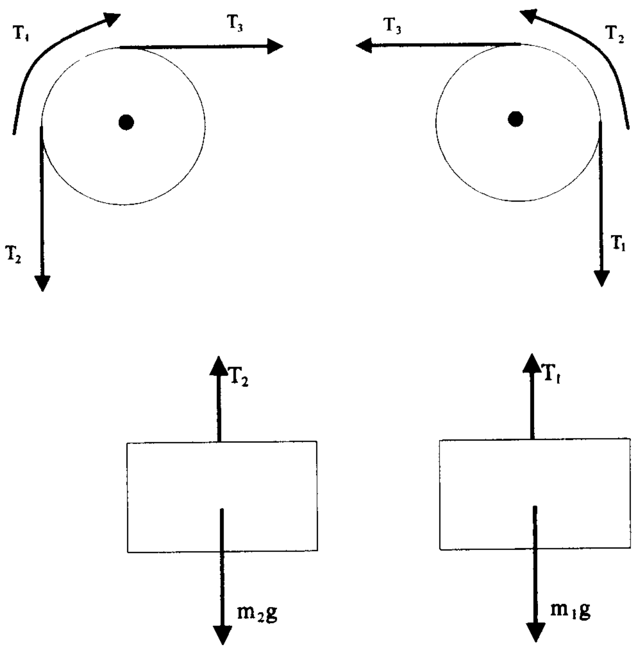
$\nu = (0.15 m/s^2)\,(3s)\,\sqrt{2}$; $\qquad \nu = 0.63$ m/s

PROBLEMA 22

Dos masas m_1 =5 Kg y m^2 = 7 Kg están conectadas una a la otra a través de una cuerda ligera que pasa sobre dos poleas idénticas, cada una con un radio de 10 cm y una masa de 2 Kg. Determine la aceleración de cada masa y las tensiones en la cuerda y la polea. Suponga que no hay rozamiento entre la cuerda y la polea.



SOLUCION:
Haciendo el diagrama
de cuerpo libre:



$m_2\,g$ - $T_z = m_2\,a$

$T_1 - m_1\,g = m_1 a$

$\tau_I = (T_2\text{-}T_3)\,R$

$\tau_2 = (T_3\text{-}Ti)R$

$(T_2\text{-}T_3)R = 1\alpha$

T_2R - $T_3R = I\alpha$

$(T_3\text{-}T_1)R = I\alpha$

T_3R - $T_1R = I\alpha$

Sumando miembro a miembro obtenemos

$T_2R - T_1R = 2I\alpha$; $(T_2 - T_1)R = 2I\alpha$ pero $I = mR^2/2$ y $\alpha = a/R$

por lo tanto $(T_2\text{-}T_1)\,R = \dfrac{2mR^2a}{2R}$, T_2 - $T_1 = ma$

$m_2g\text{-}T_2\text{+}T_1\text{-}m_1g = m_2a\text{+}m_1a$; $T_2\text{-}T_1 = m_2g\text{-}m_1g\text{-}m_2a\text{-}m_1a$

$m_2g\text{-}m_1g\text{-}m_2a\text{-}m_1a = ma$; $g(m_2\text{-}m_1) = a(m_2\text{+}m_1\text{+}m)$

$a = g(m_2\text{-}m_I) / m_2\text{+}m_I\text{+}m$; $a = 9.8m/s^2\,(2kg) / 14kg$; $a = 1.4\ m / s^2$

$T_2 = m_2(g - a)$; $T_2 = 7kg(9.8m/s^2 - 1.4m/s^2)$; $T_2 = 58.8\ N$

$T_1 = m_1(g + a)$; $T_1 = 5kg\,(9.8m/s^2 + l.4m/s^2)$; $T_I = 56\ N$

$T_3R = mR^2a / 2R + T_1R$; $T_3 = ma / 2 + T_1$

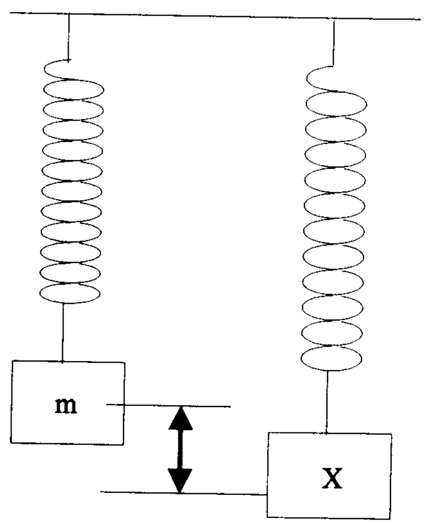
$T_3 = (2kg)\,(1.4m/s^2) + 56\ N$ $T_3 = 57.4\ N$

v.-ENERGIA MECANICA.

PROBLEMA 23

Se une una masa "m" al extremo de un resorte de masa despreciable y constante de rigidez "K". Se alarga el resorte una distancia "x". Si se suelta la masa, ¿Cuál sería su velocidad máxima?

SOLUCION**:** La velocidad máxima se adquiere cuando la masa pasa por su posición de equilibrio. Cuando el cuerpo pasa por esa posición se cumple que la energía potencial elástica se transforma en energía cinética.



Emf = Emi

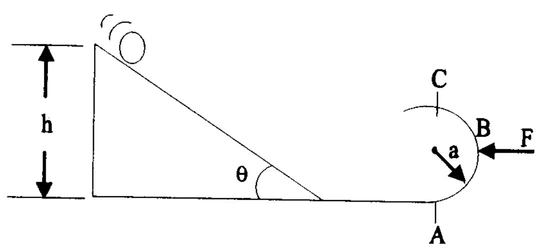
$mv^2 / 2 = kx^2 / 2 \qquad v = \sqrt{\frac{kx^2}{m}}$

$v = x\sqrt{\frac{k}{m}}$

PROBLEMA 24

Se suelta una partícula de masa "m" en reposo, de la parte superior de un plano inclinado liso de ángulo "0" y de altura "h", al fondo del cual se encuentra un arco circular liso de radio "a". Determine: a) ¿Cuál es la velocidad de la partícula en el punto A? b) Suponiendo que la partícula llegue al punto C, ¿Cuál es la velocidad en ese punto? c) Calcule la fuerza de roción sobre la partícula en el punto B.

SOLUCION:



a) Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica, se obtiene:

$mgh = mv^2 / 2 \qquad v = \sqrt{2gh}$

b) Aplicando la misma ley que en a:

$mgh = mv^2 / 2 + 2mga \qquad mv^2 /2 = mgh - 2mga,$

$\nu^2 = 2gh - 4ga$ $\nu = \sqrt{2g(h-2a)}$

c) $mgh = mv^2 / 2 + mga$, $v^2 = 2gh - 2gav^2 = 2g(h - a)$, $F = ma_C$,

pero $a_c = v^2 / R = v^2 / a$ $F = 2gm(h-a) / a$

PROBLEMA 25

A una masa de 0.80 Kg. se le imprime una velocidad inicial de 1.2 m/s hacia la derecha y choca contra un resorte ligero cuya constante es de 50 N/m.

a) Si en la superficie no existe fricción, calcúlese la compresión inicia(máxima del resorte después de la colisión.
b) Si actúa una fuerza o rozamiento constante entre el bloque y la superficie con p = 0.5 y si la rapidez del bloque justo antes de chocar con el resorte es u = 1.2 m/s ¿Cuál es la compresión máxima del resorte?

SOLUCION:

a) Aplicando la ley de conservación de la Energía mecánica obtenemos

$kx^2 / 2 = mv^2 / 2$ $x^2 = mv^2 / k$ $x = v\sqrt{\frac{m}{k}}$

$x = 1.2 m/s \sqrt{\frac{0.8kg}{50N/M}}$ x=O.15m

b) Ahora, el trabajo de las fuerzas no conservativas es igual al cambio de la energía mecánica, por lo tanto:

$fx = kx^2 / 2 - mv^2 / 2$; $-\mu m g x = kx^2 / 2 - mv^2 / 2$

$-2\mu mgx = kx^2 - mu^2$; $kx^2 + 2\mu mgx - m v^2 = 0$

Sustituyendo valores y resolviendo la ecuación de segundo grado obtenida, tendremos

$[50 N / m] + (7.84 N)x - 1.152 N$ $m = 0$

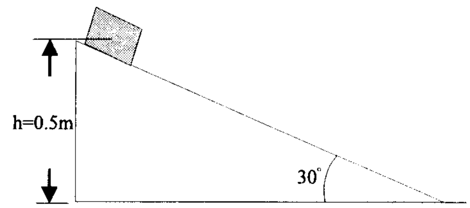
$x = -7.84N \pm \sqrt{61.46N^2 + 230.4N^2} / 100N/m$ $x = 0.09$ m

PROBLEMA 26

Un bloque de 3 Kg. se desliza hacia abajo de un plano inclinado áspero, cuya longitud es de lm. E1 bloque parte del reposo en la parte superior y experimenta una fuerza constante de fricción cuya magnitud es de 5N, el ángulo de inclinación es de 30°.
Determine la rápidez del bloque al llegar al extremo inferior del plano inclinado.

$- fd = mv^2 / 2 - mgh;$ $mv^2 = mgh \_ f d$

$v^2 = 2(mgh – fd),$ $v = 2.54m /s$

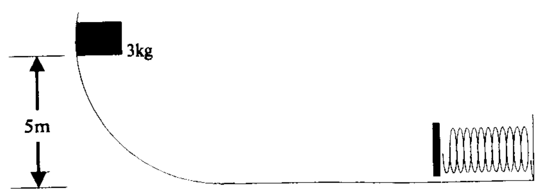


PROBLEMA 27

Un objeto de 3Kg. en reposo se deja libre a una altura de 5m. sobre una rampa curva y sin rozamiento, como se muestra en la figura. A1 pie de la rampa existe un resorte cuya constante de rigidez es de 400 N/m. El objeto se desliza por la rampa y llega a chocar contra el resorte, comprimiéndolo una distancia "x" antes de que quede momentáneamente en reposo. Determine el valor de "x" y la velocidad con la cuál llega al resorte.

SOLUCION**:** Como la fricción es despreciable, se cumple la ley de conservación de la energía mecánica, por lo tanto:

$Kx^2 / 2 = mgh$ $x = \sqrt{\frac{2mgh}{k}}$



$x = \sqrt{\frac{2(3kg)(9.8m/s^2)(5m)}{} / 400N/n}$

x = 0.857m

Para calcular la velocidad con la que el cuerpo llega al resorte, podemos, seguir cualquiera de los dos siguientes procesos :

a) $m v^2 / 2 = kx^2 / 2$; $v = (.857 m) \sqrt{\frac{400N/M}{} / 3Kg}$ v = 9.89 m/s

b) mv2/2 = mgh; $v = \sqrt{2gh}$; v = √ 2(9.8m1s2)(Sm) v = 9.89m/s

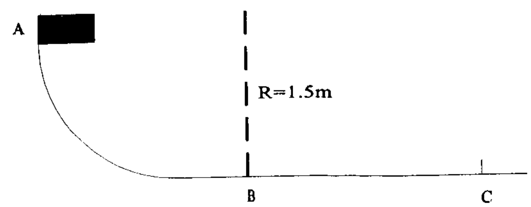
PROBLEMA 28

Un bloque de 1 Kg. se abandona partiendo del reposo en el punto "A" sobreuna pista formada por un cuadrante de circunferencia de 1.5m de radio. Se desliza sobre la pista y alcanza el punto "B" con una velocidad de 3.6 m/s ; desde el punto "B" se desliza sobre una superficie horizontal una distancia de 2.7m hasta llegar al punto "C" en el cual se detiene.

a) ¿Cuál es el coeficiente de fricción cinético sobre la superficie horizontal?,

b) ¿Cuál ha sido el trabajo realizado contra la fuerza de rozamiento mientras el cuerpo se desligó desde A hasta B?

SOLUCION:



$Wnc = \Delta Em \quad + \quad f\, d = \; + mv^2 / \; 2$

$\mu\; mgd = mv^2 / 2 \qquad \mu = v^2 / 2gd$

$$\mu = \frac{(3.6m/s)^2}{2(9.8m/s)(2.7m)} = 0.245$$

$Wnc = \Delta Em \qquad Wnc = mv^2 / 2 - mgh \; ; \qquad Wnc = m\,(v^2 /2 - gh\,)$

$Wnc = m(\,v^2 / 2 - gR\,) \; ; \qquad Wnc = 1\text{ kg }[\,(\,3.6\text{ m/s}\,)^2 \;/\; 2 \; - (9.8\text{m/s}^2)\,(\,1.5\text{m}\,)]$

Wnc = -8.22 joules

PROBLEMA 29

Un bloque de 1Kg está atado a una cuerda de 60cm. de largo y se pone a girar en una circunferencia vertical. Si su velocidad en la parte más alta es de 8 radls.

a) Calcule la tensión de la cuerda en este punto;
b) Calcule la velocidad tangencial del bloque en el punto más bajo y la tensión de la cuerda en ese punto.

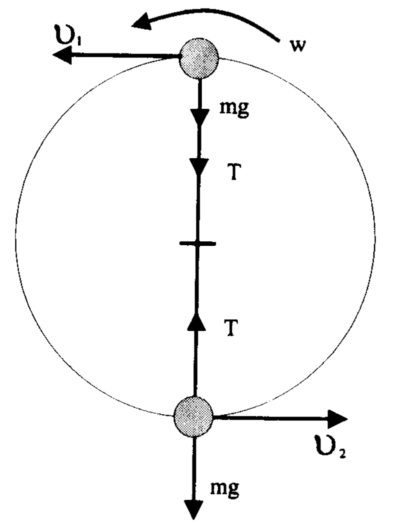
SOLUCION:

a) Aplicando la segunda ley de Newton

$T + mg = ma_c$ $\qquad a_c = \omega^2 R$

$T = m\omega^2 R - mg$ $\qquad T = m(w^2 R - g)$

$T = l\ kg\ (38.4 m/s^2)$ $\qquad T = 28.6\ N$



b) Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica:

$mv_2^2 / 2 = mv_1^2 / 2 + mg(2R)$ $\qquad v_1 = 4.8\ m/s^2$

$v_2^2 / 2 = v_1^2 / 2 + 2gR$ $\qquad v_2^2 = v_1^2 + 4gR$

$v_2^2 = 23.04 m^2 / s^2 + 23.52 m^2 / s^2$ $\qquad v_2^2 = 6.82 m / s$

Aplicando ahora la 2da. Ley de Newton ;

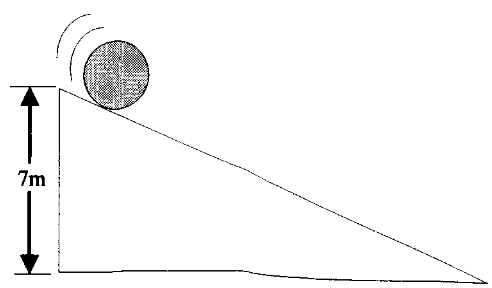
$T – mg = ma_c \quad T = mv_2^2 / R + mg$

$T = m(v_2^2 + g)$ $\qquad T= l\ kg\ (77.6 M/S^2 + 9.8\ m/s^2);$ $\qquad T = 87.4\ N$

PROBLEMA 30

Una esfera sólida de radio "R" y una masa de "m" se suelta en lo alto de un plano inclinado de 7m de altura. Rueda sin deslizar.
¿ Cuál es su velocidad lineal cuando llega a la base del plano inclinado ?

SOLUCION Mediante la ley de conservación de la energía mecánica obtenemos



$mv^2 / 2 = I\ \omega^2 / 2 + mgh$ pero

$I = 2mR^2 / 5$ y $\omega = v / R$ por lo tanto

$mv^2 / 2 = mv^2 / 5 + mgh$;

$v^2 / 2 = v^2 / 5 + gh$; $\qquad 7v^2 / 10 = gh$

$v = \sqrt{10gh/7}$ $\qquad v = \sqrt{\dfrac{10(9.8 m/s^2)(7m)}{}} / 7$ $\qquad v = 9.90\ m / s$

TEMA II : ENERGIA TERMICA

CALOR.

PROBLEMA 31

¿Cuánto variará la temperatura en una gota de mercurio que resulta de la unión de dos gotas más pequeñas que tienen 1 mm de radio cada una?. Considere despreciables las variaciones de volumen y tensión superficial con la variación de temperatura, la densidad del mercurio es de 13,600 Kg/m^3 y la tensión superficial es de 0.5 N/m.

SOLUCION**:** Cuando se unen las dos gotas, varia la superficie total. La energía libre acumulada en la superficie varía, liberándose una cantidad de calor "Q" que calienta la sustancia.

$Q=-\Delta E$; $mc\Delta T = -\sigma(A - A_o)$ $\Delta T = \sigma\text{-}(A_0\text{-} A)$

Pero $A_0 = 8\pi R^2$ y $A = 4\pi R^2$ como el volumen es constante

$V = 2V_0$ por lo tanto $4\pi R^3/ 3 = 8\pi R^2 / 3$; $R = 3\sqrt{2R_0}$

V = 2Vo por lo tanto - _ R

de aquí que $A = 4\pi 3\sqrt{4R^2{}_0}$ como $m = 2V_0\rho$ entonces

$\sigma(A\text{-}A_0) = 4\pi R^2 \sigma(2 - 3\sqrt{4})$ y $mc = 8\pi R^3{}_o$ pc por lo tanto $\Delta T = 1.6X10^{-4}$ °C

PROBLEMA 32

750g de hielo a -16°C se colocan en 2.5Kg de agua a 20°C. ¿A que temperatura y en qué fase quedará la mezcla final?

SOLUCION**:** Al mezclar el hielo con el agua pueden suceder los siguientes casos
a) Que todo el hielo se funda. b) Que se funda solo parte del hielo.
De acuerdo a los datos del problema, parece ser que caemos en el segundo caso, veámoslo:
Calor para fundir totalmente el hielo: Q = mcAt

Q = (750g) (0.5 cal / g° c) (16° C) +(750g) (80 cal / g° c) = 66,000 cal

Calor que necesita perder el agua para que su temperatura descienda hasta 0° C:

$Q = (2{,}500g)\ (1\ cal / g° c)\ (20' C) = 50{,}000\ cal$

Según los resultados obtenidos, el agua no es capaz de fundir totalmente al hielo por
lo que la mezcla final es de hielo y agua

$m = 16{,}OOOcal\ /\ 80\ cal/g \qquad m = 200g$

masa de agua m = 3050g

la temperatura final del conjunto es 0°C.

PROBLEMA 33

Una esfera de vidrio, cuyo coeficiente de dilatación cúbica es $2.7x10^{-5}$ 1/°C, se pesa tres veces en el aire y en un líquido a las temperaturas t_l=20°C y t_2 40°C. Las indicaciones de la balanza para las tres pesadas son

P =1. 5 Kg, P_1=1. 25 Kg y P_2=1.4 Kg.

Determinar el coeficiente de dilatación cúbica del líquido.

SOLUCION**:** Al pesar la esfera en el aire, despreciamos la fuerza de empuje que éste ejerce ya que su densidad es muy pequeña. Por lo mismo no tiene importancia la temperatura a la cual se hace esta pesada.
Llamemos :

P Pesada en el aire

P_1 Pesada en el líquido a 20°C

P_2 Pesada en el líquido a 40°C

β Coeficiente de dilatación cúbica de la esfera

β_1 Coeficiente de dilatación cúbica del líquido

ρ Densidad de la esfera a 20°C

ρ_1 Densidad del líquido a 20°C

V Volumen de la esfera a 20°C

Lo que indica la balanza en cada una de las pesadas es:

$P = \rho Vg$, $P_1 = P - \rho_1 Vg$ para la tercer pesada se tiene que $V_2 = V(1 + \beta\Delta T)$ y

$$\rho_2 = \frac{\rho 1}{1+\beta\Delta T} \; porlotanto P_2 = P - \frac{\rho_1 Vg(1+\beta\Delta T)}{(1+\beta_1\Delta T)}$$

De lo anterior se obtiene: $\rho_2\ (1+\beta_1\Delta T) - P(1+B_1\Delta T) = -\rho_1 Vg(1+\beta\Delta T)$

$(1+\beta_1\Delta T) = \rho_1 Vg(1+\beta\Delta T) / P - P_2$

$\beta_1\Delta T = (P - P_1)(1+\beta\Delta T) - P + P_2 / P - P_2$

$$\beta_1 = \frac{P_2 - P + (P-P_1)\chi\Delta T}{(P-P_2)\Delta T} = \frac{1.4Kg - 1.25kg(0.25kg)(27x10^{-5}1/°C)(20°C)}{0.5kg(20°C)} = 0.015/°C$$

PROBLEMA 34

¿ Cuántos joules de trabajo debe realizar un compresor en un refrigerador a fin de cambiar 1Kg de agua a 20°C en hielo a -10°C?
El coeficiente de rendimiento del refrigerador es de 3.5

SOLUCION:

El calor que necesita perder el agua para transformarse en hielo a -10°C es:

Q_1 = (l kg) (4186 joules/ kg °C) (20 °C) = 83,720 joules

Q_2 = (l kg) (334,880 joules/ kg) = 334,880 joules

Q_3 = (1 kg) (2093 joules/kg °C) (10°C) = 20,930 joules

Q = 83,720 j +334,880 j + 20,930 j = 439,530 joules

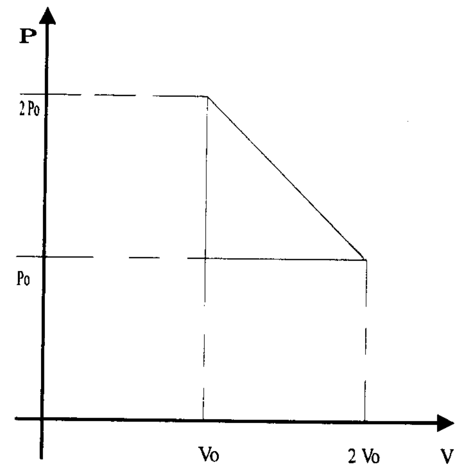
$W = Q / \eta$ = 439,530Joules / 3.5 W = 125,580 Joules

ii.- GASES

PROBLEMA 35

Un gas ideal realiza el ciclo mostrado en la siguiente figura. Si el rendimiento del ciclo es "e" ; determine el calor cedido por el sistema.

SOLUCION: El calor cedido por el sistema podemos obtenerlo por medio de la definición de eficiencia:



e= Q_{ent} -Q_{sal} / W_{ent}

Q_{ent} = calor de entrada

Q_{sal}, = calor de salida

e = eficiencia del ciclo

Q_{ent} = W/e

Q_{ent} - Q_{ent}= Q_{sal} , Q_{ent} (1 - e) - Q_{sal}

Q_{sal} = W(1/e – J)

Como el trabajo es igual al área encerrada en el ciclo, tenemos: W = ½ V_O P_o sustituyendo se obtiene:

Q_{Sal}, =1/ 2 V_O P_o (1/ e – l)

PROBLEMA 36

En un botellón habían 10 Kg. de gas a una presión de 10^7 N/m^2. Al extraer una cierta cantidad de gas la presión se redujo a 2.5 x 10^6 N/m^2.

Determine la cantidad de gas extraído bajo la consideración de que la temperatura permanece constante.

SOLUCION: Aplicando la Ecuación del estado gaseoso.

P_1V_1 = m_1/M (RT) y P_2V_2= m_2/M (RT) pero V_1= V_2 dividiendo miembro a miembro, tendremos

$$\frac{P_2V_2}{P_1V_1} = \frac{m_2 / M(RT)}{m_1 \; / M(RT)} \; \frac{P_2}{P_1} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_1 - \Delta m}{m_1}$$

$m_1 \frac{P_1}{P_2} = m_1 - \Delta m$ $\Delta m = m_1(1 - P_2/P_1)$ $\Delta m = 7.5 Kg$

PROBLEMA 37

Un globo de 40m de diámetro está lleno con helio. ¿ Qué masa total puede levantar el globo en un aire de densidad igual a 0.9 Kg/m^3 ? La densidad del helio es de 0.178 Kg/m^3

SOLUCION**:**

Llamemos ρ = densidad del aire
ρ_1= densidad del helio
V = volumen del globo

Empuje = fuerza ejercida por el aire - peso del helio

Empuje $=\rho gv - \rho_1 gV = gV(\rho - p_1)$

$V = 4\pi R^3 / 3$, $V = 4(3.14)(20m) / 3$, $V = 35{,}510m^3$

Empuje = $(9.8\ m/s^2)\ (33{,}510\ m^3)\ (0.9\ kg/m^3 - 0.178\ kg/m^3) = 237{,}103\ N$

$\omega = mg$ $m = \omega / g = 237{,}103N / 9.8m / s^2$ $m = 24{,}194\ kg$

PROBLEMA 38

La temperatura de una habitación es t_1=10°C. Después de encender la estufa su temperatura se eleva hasta t_2 = 20°C . El volumen de la habitación es de $50m^3$ y la presión en ella es de 97 KPa.

¿Cuánto habrá variado la masa de aire que había en dicha habitación?. La masa molecular del aire es de 29 g/mol.

SOLUCION**:**

$PV = m_1 / M\ R_1\ T_I$ $m_1 = PVM / RT_1$ $m_2 = PVM / RT_2$

$\Delta m = m_I - m_2 = PVM / R\ \ (1 / T_1 – T_2)$

$\Delta M = (97{,}OOOPa)\ (50m^3)\ (0.029kg/mol) / 8.31$ joules/ mol $[\ 1/ 283k – 1/ 293\ k\ ]$

$\Delta m = 16{,}925.4(kg - K)\ (\ 0.00012\ KJ\ \ 1/ k\ )$ $\Delta m = 2.04kg$

PROBLEMA 39

Una botella de helio a la presión P_1 = 6.5 x lO^{6}Pa y una temperatura de T_1= -3°C tiene una masa de 21Kg , y a la presión de P_2 = 2 x 10^6 Pa y la misma temperatura, la masa es de 20 Kg.

¿ Qué masa de helio contiene la botella a la presión de P=1.5 x 10^7 Pa y una temperatura de 27°C?

SOLUCION**:** Llamaremos "M" a la masa de la botella cuando esta vacía, por lo tanto la masa de helio en el primer caso es : $m_1 = M_1 - M$; y en el segundo caso

$m_2 = M_2 - M$ aplicando la ecuación del estado gaseoso en los dos primeros casos se obtiene.

$P_1V = M_1 - M\ (RT_1) / \mu$ y $P_2V = M_2\ M\ (R\ T_2) / \mu$

dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{(M_1 - M)T_1}{(M_2 - M)T_2} \text{ pero } T_1 = T_2 \text{ entonces}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{M_1 - M}{M_2 - M} = \frac{M_1 - (M_2 - m_2)}{M_2(M_2 - m_2)} = \frac{m_2 + M_1 + M_2}{m_2} \text{ ; de aquí que}$$

$P_1m_2 = P_2m_2 + P_2(M_1-M_2)$ $m_2 = P_2\,(M_1-M_2) / P_1-P_2$

Ahora el volumen de la botellas : $V = m_2RT_2 / \mu\ P_2$

$V = (M_1-M_2)RT_2 / \mu\ (P_1-P_2)$

Finalmente $m = PT_2(M_1-M_2) / T\ (P_1-P_2)$ m = 3 Kg

PROBLEMA 40

Determinar la densidad de una mezcla que contiene 4g de hidrógeno y 32 g. de oxígeno o la temperatura de 7°C y una presión de 1 x 10^5 Pa.

SOLUCION**:** Cada tipo de gas que interviene en la mezcla hace una aportación a la presión total igual a su presión parcial, los que pueden escribirse así:
Para el hidrógeno: $P_l = m_l\ RT / \mu_1 V$ donde $\mu_1$es la masa molecular.

Para el Oxigeno: $P_2 = m_2$ RT / μ_2 V de aquí:

$(P_1 + P_2)$ V = [$\frac{m_1}{\mu_2} + \frac{m_2}{m_2}$] RT o $\rho = (m_1 - m_2)$ ($P_1 + P_2$) / [$m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2$] RT

$$\rho = \frac{(0.036kg)(1x10^5 Pa)}{(4/2.016 + 32/32)(8.31 j/mk)(28k)}, \qquad \rho = 0.52 \text{ kg / m}^3$$

TEMA III: ELECTRICIDAD

i. ELECTROSTATICA

PROBLEMA 41

¿ Qué carga adquirirá una esfera de cobre de l 0cm de radio, si se consiguiera extraer de ella todos los electrones " libres " ?. La masa atómica del cobre es 64 y su densidad es 8.9 g/cm^3 . La carga del electrón es 1.6 x 10^{-19} C. Considere que a cada átomo de cobre corresponde un electrón libre.

SOLUCION:

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}; \qquad m = \rho V; \qquad n = \frac{m}{n}$$

No. de átomos = $N_{AM} = \frac{mN_A}{M} = \frac{\rho V N_A}{M} = \frac{4\pi r^3 \rho N_A}{3M}$

No. de átomos = $\frac{4\pi(10cm)^3(8.9gr/cm^3)(6.023x10^{23})}{3(64)}$

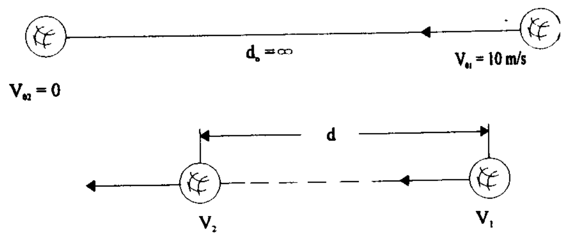
Q=5.8x10^{7}C

PROBLEMA 42

Se tienen dos esferas de lg y 9g respectivamente y con una carga igual de 1 μC. Cuando las esferas se encontraban alejadas una gran distancia se le imprimió a la primera una velocidad de 10 m/s de tal forma que se moviera hacia la segunda. En ese momento la segunda esfera se hallaba en reposo.

Determine la distancia mínima a la cuál se acercan si, a partir del comienzo del movimiento las únicas fuerzas que actúan sobre ellas son las de repulsión
electroestática.

SOLUCION: Por la conservación de la energía mecánica tenemos:



$$\frac{m_1V_1^2}{2} + \frac{m_2V_2^2}{2} + \frac{KQ^2}{d} = \frac{m_1V_{01}^2}{2}$$

$$dm_1V_1^2 + m_2V_2^2 + 2KQ^2 = dm_1V_{o1}^2$$

$$d = \frac{2KQ2}{m_1V_{01}^2 + m_1V_1^2 + m_2V_2^2}$$

Aplicando la Ley de conservación de la cantidad de movimiento:

$m_1V_{01} = m_1V_1 + m_2V_2$ pero cuando d = d min. se cumple que : $V_1 = V_2$, por lo tanto:

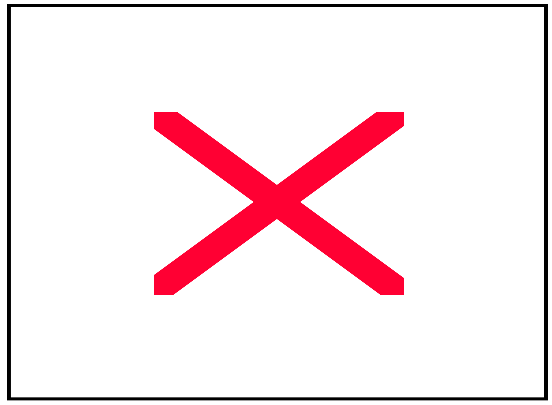
$$m_1V_{01} = (m_1 + m_2)V_2 \qquad V_2 = \frac{m_1V_{01}}{m_1 + m_2} = V_1 = 1m/s$$

$$d = \frac{2(9x10^9)(1x10^{-6}C)^2}{0.1 - 0.001 - 0.009} = \frac{0.018}{0.09}; d = 020m$$

PROBLEMA 43

Determine la carga en cada uno de los capacitores cuyas capacitancias son C_1= 3μ F , C_2 = 6 μF y C_3 = 12 μ F respectivamente y los cuales se encuentran conectados como se muestra en la figura. El voltaje de la pila es de 12 voltios.

SOLUCION: La capacitancia del circuito es:



$$C = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_! + C_2 + C_3} = \frac{9\mu F(18\mu F)}{27\mu F}$$

C = 6μF

La carga total es q_T = (12 volt) (6μF) = 72 μC

la diferencia de potencial en C_1

$V_1 = \frac{72\mu c}{9\mu F}$; V_1= 8 voltios

y es igual en cada uno de los capacitores C_2 y C_3; $V_2 = \frac{72\mu c}{18\mu F}$; V_2 = 4 voltios, por lo tanto la carga en cada uno de ellos es de :

q_2 = (4 volt) (6μ F) =24μC

q_3 = (12μ F) (4 volt) = 48 μC

ii. ELECTRODINAMICA

PROBLEMA 44

¿ Cuál es la velocidad de desplazamiento de los electrones en un alambre de cobre de 0.815 mm de radio que transporta una corriente de 1 ampere?. Estimar el recorrido libre medio de los electrones en el cobre.

SOLUCION: Si admitimos que existe un electrón libre por átomo de cobre, la densidad de los electrones libras es la misma que la densidad atómica n_a , relacionada con la densidad ordinaria ρ, el número de Avogadro N_A y la masa molecular M por la expresión.

$n_a = \frac{\rho N_A}{M}$ Para el cobre : ρ = 8.93 g/cm^3 y M = 63.5 g/mol.

Por lo tanto : $n_a = \frac{(8.93cm^3)(6.023x10^{-23}atomos/mol)}{63.5g/mol}$

n_a= 8.74x10^{22} átomos/ cm^3 = 8.47x10^{28} electrones/m^3

La velocidad de desplazamiento será: $v_d = \frac{I}{AN\rho}$

$$v_d = \frac{1C/s}{\pi(8.15x10^{-4}m)^2(8.47x10^{28}m-3)(1.6x10^{-19}C)} = 3.54x10^{-5}m/s$$

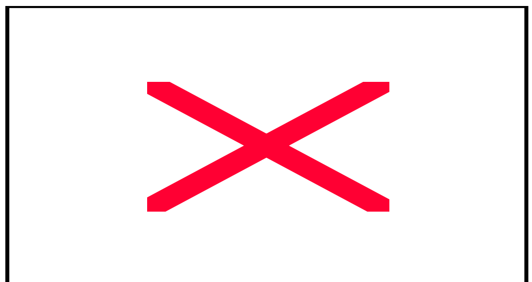
Si consideramos un r = 10^{-10}m para el radio de un ion de cobre, se obtiene para el recorrido libre medio:

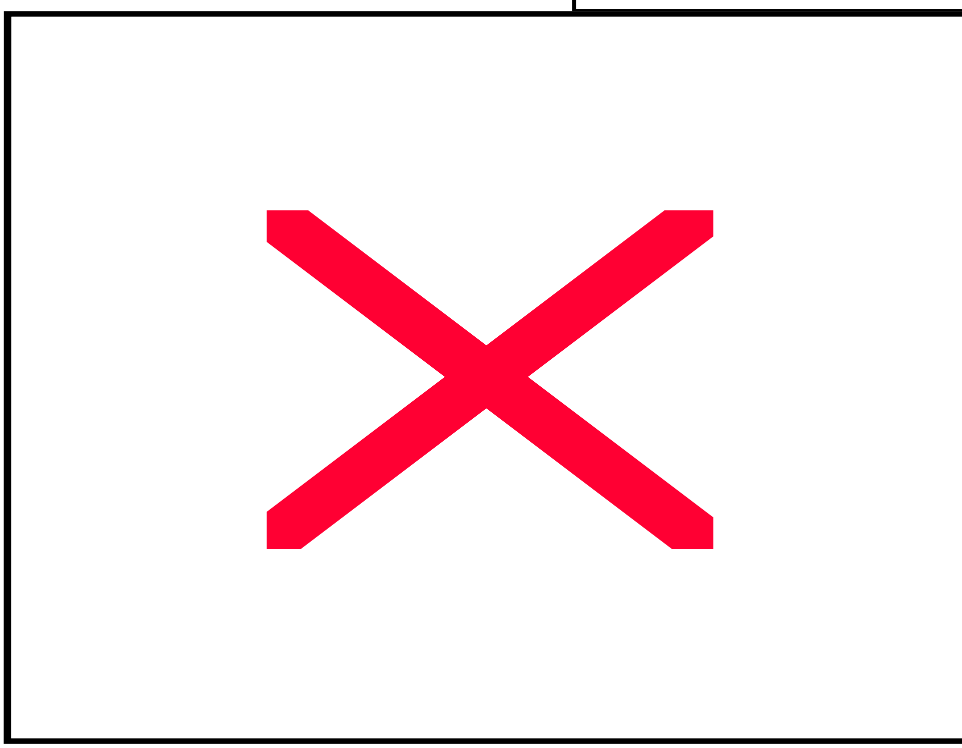
$$\lambda = \frac{1}{n\pi r^2} = \frac{1}{(8.47x10^{28}\,\mathrm{m}^{-3})\pi(10^{-10}\,\mathrm{m})}; \lambda = 4x10^{-10}m; \lambda = 0.4nm$$

<u>PROBLEMA 45</u>

Determine la resistencia equivalente entre los puntos a y b del siguiente circuito.

SOLUCION: Este circuito puede ser simplificado considerando que por simetría los puntos c y d deben estar al mismo potencial. Así los puntos c y d pueden considerarse como un solo punto cd.





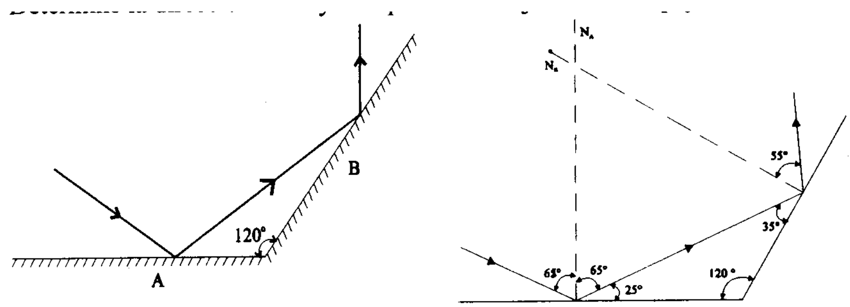
La resistencia equivalente entre los puntos a y b será igual a 7/8 de R.

TEMA IV: OPTICA

i. REFLEXION Y REFRACCION

PROBLEMA 46

Dos espejos forman un ángulo de 120° entre sí, como se muestra en la figura. Un rayo incide sobre el espejo A con un ángulo de 65° respecto a la normal. Determine la dirección del rayo después de reflejarse en el espejo B.

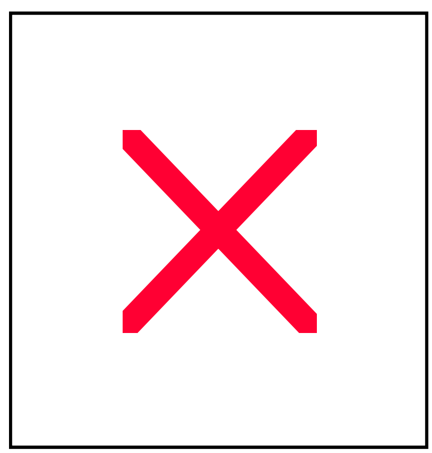


SOLUCION: Analizando la figura se demuestra que el rayo sale formando un ángulo de 55° con respecto a la normal del espejo B.

PROBLEMA 47

Un rayo de luz forma un ángulo de 45° can la cara superior de un cubo de vidrio de índice de refracción 1.3 ¿Se refleja completamente el rayo en la cara vertical?

SOLUCION: Consideremos una de las caras del cubo, tal como se muestran en la figura:
Por la Ley de Snell: $n \operatorname{sen}\theta = n' \operatorname{sen}\theta'$



$$\operatorname{sen}\theta' = \frac{n \operatorname{sen}\theta}{n'} ; \operatorname{sen}\theta' = \frac{0.7071}{1.3} = 0.5439$$

$\theta' = 33°$ $\alpha = 90° - 33° = 57$

Para determinar el ángulo crítico que hará se produzca la reflexión total, hacemos lo siguiente:

$$\operatorname{sen}\theta_C = \frac{n}{n'} = \frac{1}{1.3} = 0.7692 \qquad \theta_C = 50°17'$$

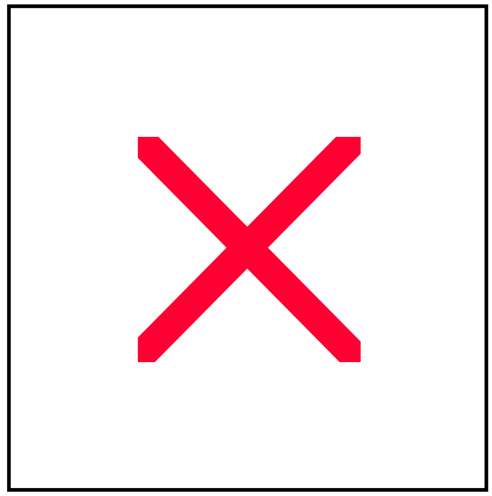
Como α es mayor que θc , se produce la reflexión total.

ii. ESPEJOS ESFERICOS

PROBLEMA 48

Un espejo esférico cóncavo da una imagen real tres veces mayor que el objeto. Determinar la distancia focal del espejo, si la distancia entre el objeto y su imagen es L=20cm.

SOLUCION: Tracemos el eje focal, el objeto y su imagen, como se ve en la siguiente figura.
Utilizando la ecuación del espejo, obtenemos :



$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f};\frac{H}{h}=3$$

$$\frac{b}{a}=3;b-a=l$$

b =3a; 3 a-a=l

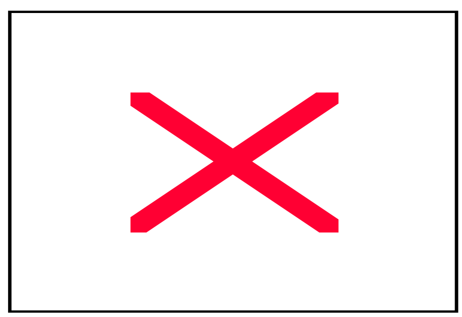
2a = 20cm; a = l0cm

b=l+a; b=30cm

$$\frac{1}{f}=\frac{b+a}{ab}=\frac{ab}{a+b};f=\frac{(10cm)(30cm)}{10cm+30cm}=7.5cm$$

PROBLEMA 49

Valiéndose de un espejo esférico se ha obtenido la imagen A_l ,B_1 , del objeto AB, como se ve en la figura.

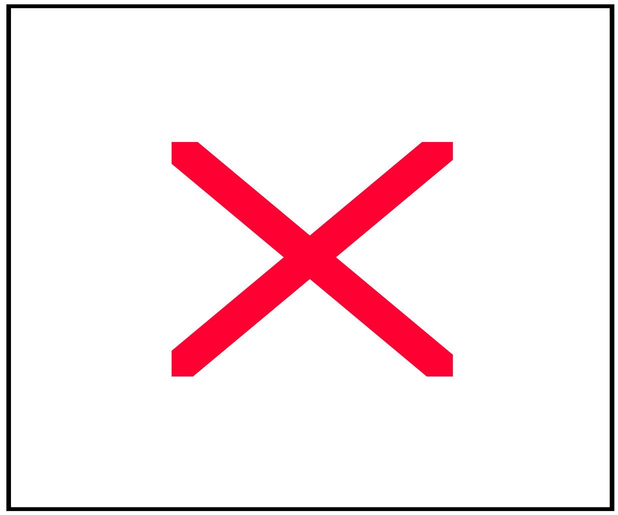


Determinar geométricamente la posición del espejo y de su foco.

¿El espejo es cóncavo o convexo?

SOLUCION: Primero trazaremos rectas que pasen por los extremos del objeto y de la imagen, por los puntos A y A_l , B y B_1. Estas líneas son perpendiculares a la superficie del espejo y su punto de intersección 0 es el centro óptico de la curvatura del espejo.

Tomemos un punto A', simétrico al punto A respecto del eje B B_1. La recta $A'A_1$ corta al eje en el punto C, que se encuentra en la superficie del espejo. El arco de radio OC con centro en el punto 0 es la superficie del espejo. Como se ve por la construcción es cóncavo y la imagen A_1 B_1 , real. Dividiendo por la mitad el segmento OC se halla el foco F del espejo.

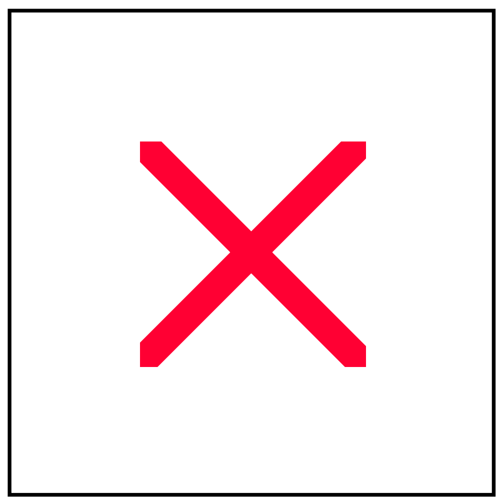


<u>PROBLEMA 50</u>

Unos rayos convergentes inciden sobre un espejo esférico convexo de, radio de curvatura R= 60 cm. de modo que sus prolongaciones se cortan en un punto S del eje del sistema, a la distancia a=15 cm detrás del espejo.

<¿A que distancia del espejo se encontrarán estos rayos después de reflejarse?, ¿Será real su punto de intersección? Resuelva también este problema para R = 60 cm y a = 40 cm.

SOLUCION: Para determinar la distancia b desde el espejo hasta la imagen SI utilizamos la fórmula del espejo:



$$-\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{f},\ f=-\frac{R}{2},\frac{1}{b}=\frac{1}{f}+\frac{1}{a}$$

$$b=\frac{fa}{f+a},b=\frac{\frac{-Ra}{2}}{\frac{-R}{2}+a},b=\frac{Ra}{R-2a}$$

Cuando a = 15 cm y R = 60 cm,

entonces b = 30 cm

Como b > 0 la imagen es real. Cuando a= 40 cm y R = 60 cm

b = -120 cm como b < 0 la imagen es virtual.