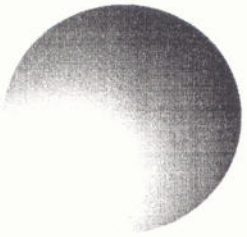
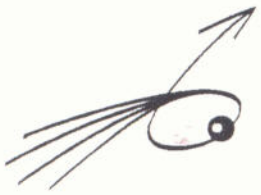
Problemas de Física
Olimpiadas





Sociedad Mexicana de Física, marzo de 2004

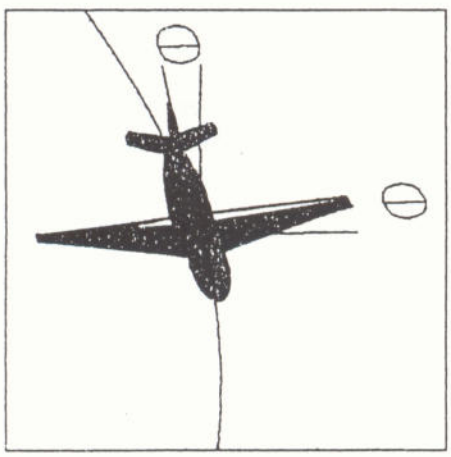


Problemas de la IV Olimpiada Nacional de Física

Con el fin de que los estudiantes interesados en participar en las Olimpiadas Nacionales de la Física, tengan una mejor idea del tipo de problemas que se proponen en los concursos, a partir de este número el Boletín de la SMF publicará problemas que hayan sido usados en concursos locales, estatales regionales, nacionales e internacionales. También se publicarán sus soluciones de manera diferida para dar oportunidad de que evalúen sus propias respuestas.
Se invita a los estudiantes y profesores a que hagan llegar al Boletín comentarios, métodos de solución alternativos, inclusive propuestas de problemas. Las contribuciones interesantes serán publicadas en esta sección.

SERIE 1

Problema 1. Tres concursantes de la Olimpiada se encuentran tranquilamente disfrutando la playa, cuando uno de ellos observa un avión sobrevolando sus cabezas y dice "el avión vuela en círculos completando un ciclo cada 4 minutos". El segundo dice "La línea imaginaria que une un extremo del ala con el otro extremo hace un ángulo $\theta = 20°$ de veinte grados con el horizonte" El tercero dice "La velocidad del avión es..." Cuando una enorme ola revuelca a los tres.



¿Cuál es la velocidad del avión?

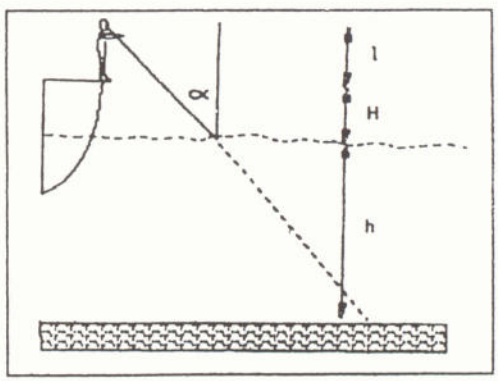
Haga una diagrama de fuerzas de cuerpo libre.

Problema 2. Un muchacho trabaja en Acapulco en una lancha, recogiendo monedas que arrojan los turistas al mar. Si se arroja desde la lancha a una altura H a recoger una moneda a una profundidad h y sus ojos enfocan la moneda de tal manera que ésta aparece en una línea visual haciendo un ángulo α con la vertical.

¿Con qué velocidad horizontal inicial se tiene que arrojar para recoger la moneda?

Suponga que los ojos del muchacho están a una distancia l de las plantas de sus pies y que su centro de masa esta en sus pies. Una vez dentro del agua el muchacho desciende verticalmente.

Deje indicado el índice de refracción del agua como n.

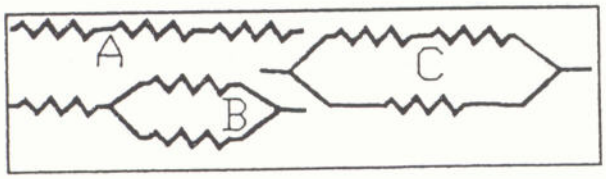


Problema 3. A una delegación estatal le toma 5 horas en automóvil llegar de la capital de su estado, al hotel sede de la Olimpiada en Acapulco.

Ya de camino se acuerdan que han olvidado sus trajes de baño al salir. Si continúan viajando llegarán con dos horas de anticipación al aburrido discurso de bienvenida, pero si deciden regresar por los trajes llegarán 3 horas después de iniciado el discurso y sólo escucharán el final.

¿Que fracción del recorrido total habían ya viajado al momento de acordarse de los trajes de baño?

Problema 4. Un cilindro horizontal cerrado en un extremo y en el otro extremo con un pistón muy ligero de superficie S, tiene un mol de gas ideal a una temperatura T_0 y una presión P_0. La presión externa es constante e igual a P_0.
Por medio de una resistencia una cantidad de calor es transferida lentamente al gas. El gas se calienta y en consecuencia a cierta presión que llamaremos "crítica" P_{crit} el pistón se mueve. La fuerza de fricción F entre el pistón y las paredes del cilindro es constante; la mitad del calor generado por la fricción se transmite al gas.
Se considera que tanto las paredes del cilindro como el pistón están aisladas térmicamente y se desprecia su capacidad calorífica de ambas.



Nota: puede contestar los incisos en distinto orden.

A) Calcule la presión crítica P_{crit} en función de la fuerza de fricción.

B) Calcule la temperatura crítica T_{crit} correspondiente. Llamamos temperatura "crítica" a aquella para la cual el pistón comienza a moverse.

C) Suponiendo que la capacidad térmica del gas por mol $C = \Delta Q / \Delta T$ es una constante, calcule la cantidad de calor transferido Q_{crit} para que el pistón se mueva.

D) Grafique cualitativamente cómo depende T en función de Q antes de que el pistón se mueva. Recuerde que C es constante.

E) Calcule la cantidad de calor Q_{fr} que se transmite al gas por fricción.

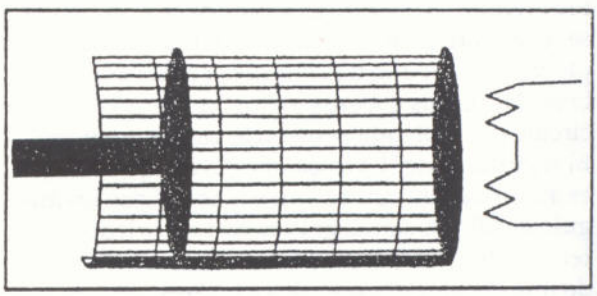
F) Calcule la cantidad de calor total transferida en ambos procesos.

G) Haga una gráfica cualitativa de la temperatura T en función de Q para todo el proceso; esto es, antes y después de que el pistón se mueva.

H) Si la resistencia R está conectada a una Fuente de *fem* de E voltios ¿Cuánto tiempo deberá estar conectada la fuente para que empiece a moverse el pistón?

Problema 5. Suponga que en el problema anterior con tres resistencias en paralelo, el gas se calienta y comienza a mover el pistón a los seis minutos.

¿En cuánto tiempo moverán el pistón las diferentes conexiones indicadas a continuación? Todas las resistencias son iguales.



Nota: no es necesario resolver el problema anterior para resolver este problema.

☐ PROBLEMAS DE LA IV OLIMPIADA DE FÍSICA, FASE ESTATAL ZONA METROPOLITANA (1o. de Octubre de 1993)

Problema 1. Una persona desea conocer la profundidad de un pozo del que no puede ver su fondo, así que decide medir el tiempo que pasa desde que suelta una piedra al nivel del piso hasta que escucha que toca fondo. Esta persona sabe que cuando la piedra llega al agua tiene que esperar a que el sonido suba para que se pueda escuchar ¡Splash!, entonces la altura x estará determinada por la fórmula de Galileo con una modificación:

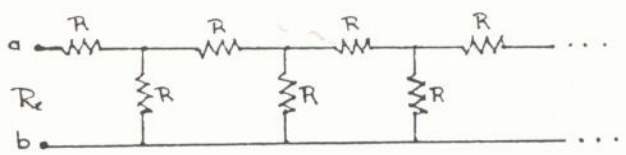
$$x = \frac{1}{2}gt^2 + e$$

Donde g es el valor de la aceleración de la gravedad, t es el tiempo total que mide desde que soltó la piedra hasta que escuchó ¡Splash! y paró el cronómetro. La e es un término de corrección que puede ser negativo o positivo y es debido al tiempo que tarda el sonido en llegar al oído de la persona. Considerando que t_c es el tiempo de caída y t_s es el tiempo que tarda en subir el sonido, el tiempo total es:

$$t = t_c + t_s$$

A) Expresa la distancia x en términos de los datos que se conocen, como el tiempo t medido por el cronómetro de la persona.
B) ¿Qué características debe tener el término de correción e?
C) ¿A partir de qué profundidad x es importante el factor de corrección de manera que se contribuya en un 10% o más en la ecuación de distancia propuesta?

Problema 2. Los griegos encontraron que el número $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ conocido como la "razón dorada" caracteriza a muchas figuras de la naturaleza entre las que se encuentran las espirales de un girasol o las hechas por el hombre como el frontón del Partenón en Grecia. Hay evidencias de que este número irracional era conocido por los antiguos egipcios y los babilonios.
Este número sorprendente puede construirse a partir de una sucesión de números que recibe el nombre de "serie de Fibonacci", donde el número siguiente de la serie se obtiene sumando los dos números anteriores: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... La "razón dorada" se encuentra dividiendo el último número de la serie entre el penúltimo número. Esta aproximación mejora si se consideran números grandes para la serie.
La siguiente figura describe un circuito con una cantidad infinita de resistencias de igual valor R. Si se calcula la resistencia equivalente del circuito entre los puntos a y b aparece de nuevo la razón dorada.



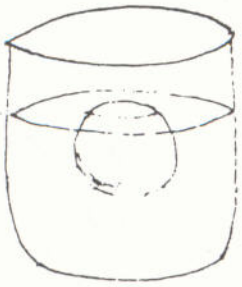
Mostrar que $R_e = \left\{\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\} R$

donde R_e es la resistencia equivalente del circuito.

Problema 3. Se tienen dos esferas de madera de encino, la más grande desplaza un volumen de agua de 150 ± 25 ml, tiene una masa de 140.5 ± 0.05 g y un diámetro de 65.65 ± 0.0025 mm.
La esfera chica desplaza un volumen de agua de 50 ± 12.5 ml, tiene una masa de 39.0 ± 0.05 g y un diámetro de 43.75 ± 0.0025 mm.

¿Se tienen los datos suficientes para saber cuántas veces cabe la esfera chica en la grande? Si esto es posible, entonces ¿Cuál es esta cantidad?
Las esferas sumergidas en el agua se ven de acuer-

do a el siguiente esquema:



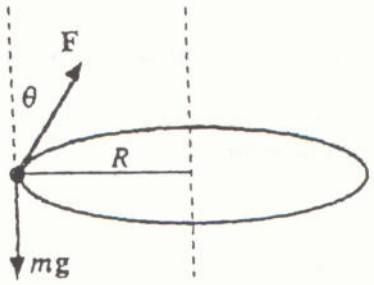
Problema 4. Una balanza de brazos iguales se encuentra dentro de una campana en la cual se ha evuacuado el aire (campana de vacío). En uno de los brazos de la balanza está suspendida una pieza de metal y el otro lado una pieza de espuma de plástico. La balanza está en equilibrio y las dos piezas están a la misma distancia del pivote de la balanza.
Si se repite el experimento al aire sin la campana, la balanza queda desequilibrada.

A) ¿Por qué la balanza está equilibrada dentro de la campana?
B) Dibuja el diagrama de fuerzas del sistema dentro de la campana.
C) ¿Qué supones que provoca que la balanza se desequilibre?
D) Dibuja el diagrama de fuerzas del sistema cuando está al aire.

☐ SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA NACIONAL 1993. (SERIE 1)*

Problema 1. Considere el siguiente diagrama de cuerpo libre. De la figura se tiene:

$$F\cos\theta = mg$$
$$F\,\mathrm{sen}\,\theta = \frac{(mV^2)}{R}$$
$$2\pi R = VT$$



donde F es la fuerza que sustenta al avión, R el radio de la trayectoria circular del avión, V la rapidez del mismo, T el periodo, θ el ángulo con el horizonte. Dividiendo la segunda ecuación entre la primera y sustituyendo la tercera se obtiene

$$\tan\theta = \frac{V^2}{gR} = \frac{2\pi V}{gT}$$

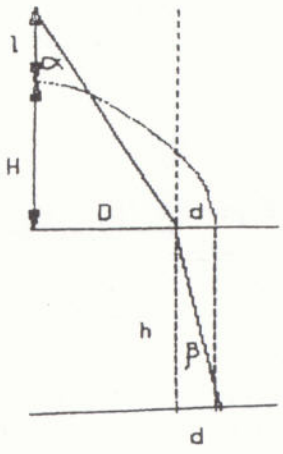
de donde

$$V = \frac{gT}{2\pi}\tan\theta$$

Sustituyendo valores numéricos

$$V = 136.38\ \mathrm{m/s} = 491\ \mathrm{km/h}.$$

Problema 2. Se considera la siguiente figura. Se calcula el tiempo que el muchacho tarda en caer al agua, este es:



$$H = \frac{1}{2}gt^2$$

de donde

$$t = (2H/g)^{\frac{1}{2}}$$

Durante el tiempo t, el muchacho recorre la distancia horizontal

$$V_0 t = D + d$$

* Esta primera serie de "Problemas de la Olimpiada Nacional 1993" apareció publicada en el *Bol. Soc. Mex. Fís.* 7-4 (1993) 176-177.

$$Q + \tfrac{1}{2}(P_{crit} - P_0)(V - V_0)$$
$$= C(T - T_0) + P_{crit}(V - V_0)$$

En esta ocasión aparecen T y Q además de las constantes V_0, P_0, P_{crit}, T_0, y la variable V. Como se busca una relación funcional entre Q y T, se deben transformar las expresiones en términos de T_0 y T. Esto se puede hacer recordando la ley general de los gases ideales $P_i V_i = R\,T_i$, por lo que se efectúan los productos PV en la ecuación anterior, quedando,

$$Q = C(T - T_0) + \tfrac{1}{2}(P_{crit}V + P_0V - P_{crit}V_0 - P_0V_0)$$

se realizan las siguientes sustituciones:

i) $P_{crit}V = PV = RT$

ii)
$$P_0V = (P_0V_0PV)/(PV_0)$$
$$= (P_0V_0PV)/(P_{crit}V_0)$$
$$= (P_0V_0PV)/(P_{crit}V_{crit})$$
$$= (RT_0RT)/(RT_{crit}) = R(T_0T)/T_{crit}$$

iii) $P_{crit}V_0 = P_{crit}V_{crit} = RT_{crit}$

iv) $P_0V_0 = RT_0$ quedando

$$Q = C(T - T_0) + \tfrac{1}{2}R(T + (T_0T)/T_{crit} - T_{crit} - T_0)$$

arreglando,

$$Q = C(T - T_0) + \tfrac{1}{2}R/T_{crit} + \{(T - T_{crit})(T_{crit} + T_0)\}$$

sumando un cero al primer miembro de la ecuación,

$$Q = C(T - T_{crit} + T_{crit} - T_0)$$
$$+ \tfrac{1}{2}R/T_{crit}\{(T - T_{crit})(T_{crit} + T_0)\}$$

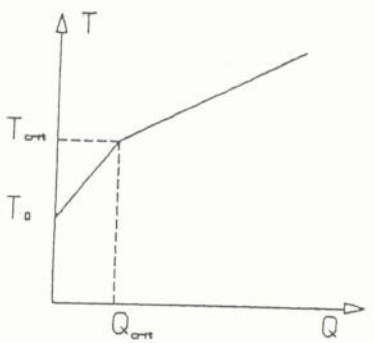
simplificando,

$$T = T_{crit} + \frac{Q - Q_{crit}}{C + R\frac{T_{crit}+T_0}{2T_{crit}}}$$

que al igual que el caso del inciso 'D' representa también una recta de pendiente,

$$\text{pendiente} \quad (Q \geq Q_{crit}) = \frac{1}{C + R\frac{T_{crit}+T_0}{2T_{crit}}}$$

menor que la pendiente para $Q \leq Q_{crit}$ que es igual a $1/C$. Se hace notar que para $Q = Q_{crit}$ el valor de T es $T = T_{crit}$. De estas consideraciones se obtiene la gráfica.



H) La energía transferida para que el pistón se empiece a mover es Q_{crit}. Esta debe ser igual al producto de la potencia que disipa el circuito por el tiempo que el mismo deberá estar conectado. Entonces, $t = (RQ_{crit}) / (E^2)$

Problema 5. El valor de la resistencia total en los distintos arreglos es:

$$R_{\text{paralelo}} = R/3$$
$$R_A = R$$
$$R_B = 3/2R$$
$$R_C = 2/3R$$

Sean t_{para}, t_A, t_B, t_C los tiempos necesarios para calentar el gas. Como la energía transferida en cada caso es la misma y ésta es el producto de la potencia disipada por el tiempo se tiene:

$$t_{\text{para}}/(R/3) = t_A/(3R) = t_B/(3/2R) = t_C/(2/3R)$$

sustituyendo el valor de t_{para}

$$t_A = 54 \text{ min.}$$
$$t_B = 27 \text{ min}$$
$$t_C = 12 \text{ min.}$$

mostrar más claramente la disposición del conjunto de cuadrantes). En cada revolución, los cuadrantes aislados quedan expuestos al campo dos veces, y luego 1/4 de periodo más tarde, por el contrario, quedan completamente apantallados por el disco. Sea T el período de revolución del disco, y sean los radios interior y exterior de los cuadrantes aislados r_1, y r_2 como se muestra en la Fig. 2. Considere que $t = 0$ es un instante en que los cuadrantes aislados están apantallados completamente. Obtenga expresio- nes que den la carga total $q(t)$ inducida en la superficie superior de los cuadrantes aislados como fun- ción del tiempo entre $t = 0$ y $t = T/2$, y haga un gráfico de esta variación.

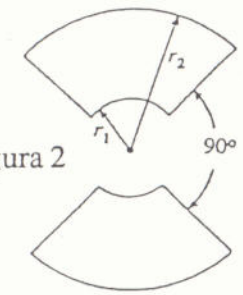


figura 2

[Los efectos de la corriente de iones atmosféricos pueden ser ignorados en esta situación]

5) El sistema descrito en (4) está conectado a un amplificador cuyo circuito de entrada equivalente es un condensador C y una resistencia eléctrica R conectadas en paralelo (Fig. 3). (Usted puede suponer que la capacitancia del sistema de cuadrantes es despreciable comparada al valor de C). Dibuje los gráficos de las curvas que describen el voltaje V entre los puntos M y N en función de t para una revolución del disco, inmediatamente después que el disco se ha puesto a girar con período de revolución T, si:

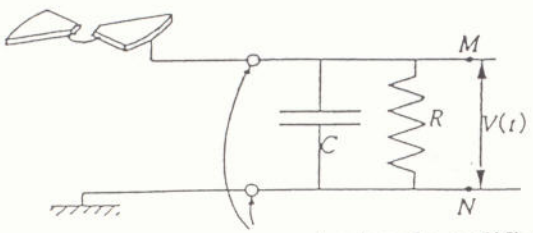


figura 3

a) $T = T_a < CR$
b) $T = T_b < CR$

[Suponga que C y R tienen valores fijos, solamente T cambia entre las situaciones (a) y (b)]. Obtenga una expresión aproximada para el cociente, V_a/V_b, para los valores máximos de $V(t)$ en los casos (a) y (b).

6) Suponga que $E_0 = 150$ V/m, $r_1 = 1$ cm, $r_2 = 7$ cm C = 0.01 μF, $R = 20$ MΩ, y suponga además que el disco gira a 50 revoluciones por segundo.

Calcule aproximadamente cuál es el valor máximo de V durante una revolución para este caso.

Problema teórico 2: ***Fuerzas debidas al láser en un prisma transparente***

Por refracción de un haz láser intenso se puede ejercer una fuerza apreciable sobre objetos transparentes pequeños. Para ver que esto es así, considere un pequeño prisma triangular de vidrio con un ángulo en el vértice $A = \pi - 2\alpha$, una base de longitud $2h$ y un ancho w (Fig. 1). El prisma tiene un índice de refracción n y una densidad de masa ρ.

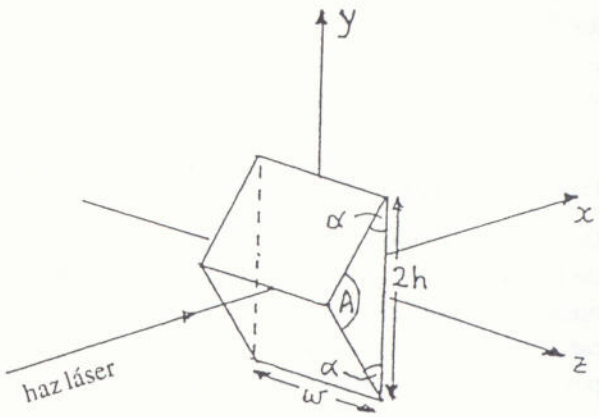


figura 1

Suponga que este prisma se interpone en el camino de un haz láser que viaja horizontalmente en la dirección del eje x. [Para todo el problema suponga que el prisma no rota (no gira), es decir, su vértice apunta siempre en el sentido opuesto del haz láser,

sus caras triangulares son paralelas al plano xy, y su base es paralela al plano yz, como se muestra en la Figura 1.] El prisma está inmerso en el aire para el cual el índice de refracción es $n_{aire} = 1$. Considere que las caras del prisma están cubiertas con un material antireflectante de modo que sobre ellas no ocurre ninguna reflexión.

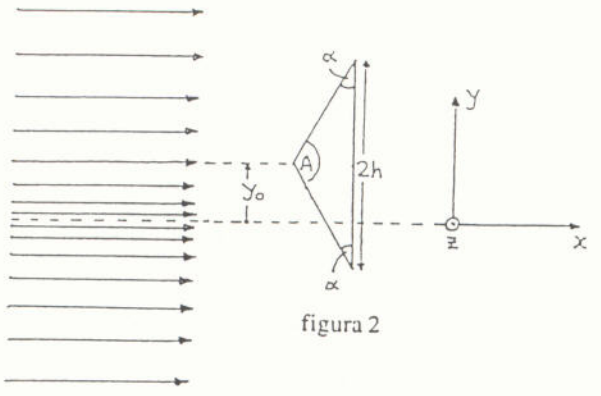


figura 2

La intensidad del haz es uniforme a lo largo de su ancho en la dirección z, pero disminuye linealmente con la distancia y al eje x (Fig. 2). La intensidad tiene su máximo valor I_0 cuando $y = 0$ y es nula en $y = 4h$. [Intensidad es potencia por unidad de área, y se expresa en $W \cdot m^{-2}$].

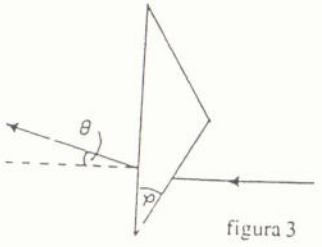


figura 3

1) Para el caso en que el haz láser incida sobre la cara superior del prisma, escriba las ecuaciones a partir de las cuales el ángulo θ (Fig. 3) puede determinarse en función de α y n.

2) Exprese en función de I_0, θ, h, w e y_0, las componentes F_x y F_y de la fuerza resultante ejercida sobre el prisma por la luz láser cuando el vértice del prisma se desplaza una distancia y_0 a partir del eje x, siendo $|y_0| \leq 3h$. Dibuje los gráficos de las componentes horizontal y vertical de la fuerza como función del desplazamiento vertical y_0 (Fig. 2).

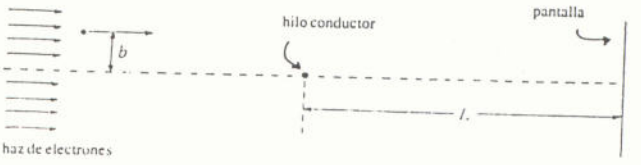
3) Suponga que el haz láser tiene 1 mm de ancho en la dirección z y 80 μm de espesor (en la dirección y). El prisma tiene $\alpha = 30°$, $h = 10$ μm, $n = 1.5$, $w = 1$ mm y $\rho = 2.5\ g \cdot cm^{-3}$.

¿Qué potencia (en watts) debe tener el láser para mantener al prisma sin que se caiga debido a la gravedad (en la dirección $-y$) cuando el vértice del prisma está en la posición $y_0 = -h/2$ (=-5 μm) por debajo del eje central del rayo láser?

4) Suponga que este experimento se realiza en ausencia de la gravedad ($g = 0$) con el mismo prisma y con un rayo láser de idénticas dimensiones que el el punto 3), pero con $I_0 = 10^8\ W \cdot m^{-2}$. ¿Cuál será el período de las oscilaciones que realiza el prisma cuando se le separa respecto al eje central del haz láser y se le suelta a una distancia $y = h/20$?

Problema teórico 3: *Haz de Electrones*

Un voltaje V_0 acelera un haz uniforme y paralelo de electrones. Perpendicular al haz se encuentra un alambre (hilo conductor) de cobre cargado positivamente, como indica la figura. La letra b indica la distancia a la que pasaría un electrón si el alambre no estuviera cargado. Los electrones llegan a una pantalla situada a una distancia ($L >> b$) del alambre como se muestra en la figura. El haz inicialmente se extiende hasta las distancias $\pm b_{max}$ con respecto al eje del alambre. En la dirección perpendicular a la hoja de papel, tanto la anchura del haz como la longitud del alambre se consideran infinitas.



Use los siguientes valores numéricos, además de los que necesite de la tabla de "constantes físicas".

Radio del alambre = $r_0 = 10^{-6}$ m
Valor máximo de $b = b_{max} = 10^{-4}$ m
Carga eléctrica por unidad de longitud del alambre = $q_{lineal} = 4.4 \cdot 10^{-11}$ C/m
Voltaje acelerador = $V_0 = 2 \cdot 10^4$ V
Distancia del alambre a la pantalla = $L = 0.3$ m

CONSTANTES FÍSICAS

MAGNITUD	SÍMBOLO	VALOR
Radio medio terrestre	R_T	6.4×10^6 m
Aceleración de la gravedad	g	9.8 m s^{-2}
Constante gravitacional	G	6.67×10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}
Permitividad del vacío (constante dieléctrica)	ε_0	8.85×10^{-12} C^{2}N^{-1} m^{-2}
Permeabilidad del vacío	μ_0	$4\pi\ 10^{-7}$ NA^{-2}
Velocidad de la luz en el vacío (aire)	c	3.00×10^8 ms^{-1}
Carga del electrón	e	1.60×10^{-19} C
Masa del electrón	m_e	9.11×10^{-31} kg
Masa del protón	m_p	1.67×10^{-27} kg
Constante de Planck	h	6.63×10^{-34} J s
Número de Avogrado	N_A	6.02×10^{23} mol^{-1}
Constante de Boltzman	k	1.38×10^{-23} J K^{-1}
Constante de los gases	R	8.31 J mol^{-1} K^{-1}

Nota: Para las partes 2, 3 y 4 realice las aproximaciones adecuadas para que pueda encontrar soluciones tanto analíticas como numéricas.

1) Calcule el campo eléctrico E que produce el alambre a su alrededor como función de la distancia. Dibuje la gráfica de la magnitud de E como función de la distancia al eje del alambre.

2) Calcule la desviación angular de un electrón (θ_{final}), que es el ángulo (muy pequeño) entre la dirección de la velocidad inicial del electrón y la dirección de la velocidad con que llega a la pantalla. Considere valores de b tales que el electrón no choque con el alambre.

3) Represente gráficamente la distribución de impactos (intensidad relativa) a lo largo de la pantalla, de acuerdo con la física clásica. Proporcione los detalles cuantitativos que pueda acerca de la distribución.

4) La física cuántica predice una distribución de la intensidad muy distinta, respecto a la física clásica. Represente gráficamente la predicción cuántica con los detalles cuantitativos que pueda.

☐ SOLUCION A LOS PROBLEMAS DE LA *IV OLIMPIADA DE FISICA* FASE ESTATAL, ZONA METROPOLITANA (1o. de octubre de 1993)

Propuestas de Roberto Sayavedra, FC-UNAM

Solución Problema 1

Sea t_1 el tiempo que le toma a la piedra llegar al fondo del pozo, es decir recorrer la distancia x. Y sea t_2 el tiempo que le toma al sonido subir desde el splash hasta el oído del experimentador, por cierto la misma distancia x. El tiempo que mide el cronómetro t es el intervalo entre el que se suelta la piedra y se oye el splash, es decir,

$$t = t_1 + t_2.$$

Galileo dice que la distancia recorrida es

$$x = \frac{1}{2} g t_1^2.$$

Se supone, con justa razón, que el sonido se mueve en línea recta con una velocidad constante, c. Por lo que

$$t_2 = \frac{x}{c}.$$

Dados t, g, c, el problema es encontrar x. Se desconocen t_1, t_2, x, y se tienen 3 ecuaciones, por lo que es factible conocer x. Y como no es interés del problema determinar los valores de t_1 y t_2, se eliminan. De la segunda ecuación se obtiene

$$t_1 = \sqrt{\frac{2x}{g}}.$$

Sustituyendo en la primera ecuación a t_1 y t_2, se obtiene

$$t = \sqrt{\frac{2x}{g}} + \frac{x}{c}.$$

Es una ecuación donde se conocen t, g, c, entonces se puede conocer x.

A partir de este momento siguen puras matemáticas. La última ecuación contiene $\sqrt{x}$ y $x = (\sqrt{x})^2$. Por lo que se tiene una ecuación de segundo grado en $\sqrt{x}$, por lo tanto

$$\frac{1}{c}(\sqrt{x})^2 + \sqrt{\frac{2}{g}}\sqrt{x} = t.$$

Si se obtiene $\sqrt{x}$, se tiene x . Completando cuadrados y con un poco de álgebra.

$$\frac{1}{c}(\sqrt{x})^2 + 2\frac{1}{\sqrt{2g}}(\sqrt{x}) = t$$
$$(\sqrt{x})^2 + 2\frac{c}{\sqrt{2g}}(\sqrt{x}) = ct$$

Ahora se completa el cuadrado

$$(\sqrt{x})^2 + 2\frac{c}{\sqrt{2g}}(\sqrt{x}) + \frac{c^2}{2g} = \frac{c^2}{2g} + ct$$
$$\left(\sqrt{x} + \frac{c}{\sqrt{2g}}\right)^2 = \frac{c^2}{2g} + ct$$
$$\sqrt{x} + \frac{c}{\sqrt{2g}} = \pm\sqrt{\frac{c^2}{2g} + ct}$$
$$\sqrt{x} = -\frac{c}{\sqrt{2g}} \pm \sqrt{\frac{c^2}{2g} + ct}$$

Como el pozo sólo tiene una profundidad, x tiene un sólo valor. Para escoger el signo, se deben variar los datos. ¿Qué pasa cuando $t = 0$? La profundidad debe ser 0. Si se toma el signo negativo y $t = 0$ se llega a un absurdo.

$$\sqrt{x} = -\frac{2c}{\sqrt{2g}} \neq 0.$$

En cambio si se toma el signo positivo y $t = 0$

$$\sqrt{x} = 0.$$

Por lo que

$$\sqrt{x} = -\frac{c}{\sqrt{2g}} + \sqrt{\frac{c^2}{2g} + ct}$$

¡Se ha encontrado $\sqrt{x}$!

Si se elevan al cuadrado los dos lados de la igualdad

$$x = \frac{c^2}{2g} - \frac{2c}{\sqrt{2g}}\sqrt{\frac{c^2}{2g} + ct} + \frac{c^2}{2g} + ct.$$

Simplificando

$$x = \frac{c^2}{g} + ct - \frac{2c}{\sqrt{2g}}\sqrt{\frac{c^2}{2g} + ct} \qquad (1)$$

Si se hace álgebra en $\frac{2c}{\sqrt{2g}}\sqrt{\frac{c^2}{2g} + ct}$, se simplifica ya que

$$\frac{c^2}{2g} + ct = \frac{1}{2g}(c^2 + 2gct)$$

sacando raíz

$$\sqrt{\frac{c^2}{2g} + ct} = \frac{1}{\sqrt{2g}} \cdot \sqrt{c^2 + 2gct},$$

y por lo tanto,

$$\frac{2c}{\sqrt{2g}}\sqrt{\frac{c^2}{2g} + ct} = \frac{2c}{\sqrt{2g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2g}} \cdot \sqrt{c^2 + 2gct}$$
$$= \frac{c}{g}\sqrt{c^2 + 2gct} = \frac{c}{g}\sqrt{c^2\left(1 + \frac{2gct}{c^2}\right)}$$
$$= \frac{c}{g}\sqrt{c^2}\sqrt{1 + \frac{2gt}{c}} = \frac{c^2}{g}\sqrt{1 + \frac{2gt}{c}}$$

Sustituyendo en (1)

$$x = \frac{c^2}{g} + ct - \frac{c^2}{g}\sqrt{1 + \frac{2gt}{c}} \qquad (2)$$

Por análisis dimensional:

$$\text{cm} = \frac{\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}} + \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot s - \frac{\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}}\sqrt{1 + \frac{\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \cdot s}{\frac{\text{cm}}{\text{s}}}}$$
$$\text{cm} = \text{cm} + \text{cm} - \text{cm}\sqrt{1 + 1}$$
$$\text{cm} = \text{cm}$$

¿Y donde está $x = \frac{1}{2}gt^2$+ corrección?

Si $\sqrt{1 + y}$ se cumple $-1 < y < 1$ entonces el radical se puede desarrollar en una serie por el teorema del binomio ¿qué pasa con $\sqrt{1 + \frac{2gt}{c}}$? Para pozos del orden de 5 a 8 metros de profundidad, pozos normales, el tiempo es del orden de 1.5 s, por lo que al sonido le toma del

orden de 2 centésimas de segundo en recorrer la distancia de un pozo cualquiera. Entonces $\frac{2gt}{c} < 1$.

Con $a = \frac{1}{2}$ el teorema del binomio queda como sigue:

$$(1+x')^{\frac{1}{2}} = 1 + \tfrac{1}{2}x' + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)}{2}x'^2 + \frac{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}-1)(\frac{1}{2}-2)}{6}x'^3 + \ldots = 1 + \tfrac{1}{2}x' - \frac{1}{8}x'^2 + \frac{1}{16}x'^3 + \ldots$$

Si $x' = \frac{2gt}{c}$, se sustituye en (2) y junto con esta expansión

$$x = \frac{c^2}{g} + ct - \frac{c^2}{g}\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2gt}{c}\right) - \frac{1}{8}\left(\frac{2gt}{c}\right)^2 + \frac{1}{16}\left(\frac{2gt}{c}\right)^3 + \ldots\right\}$$

$$x = \frac{c^2}{g} + ct - \frac{c^2}{g} - ct + \frac{1}{2}gt^2 \quad - \frac{c^2}{g}\left\{\frac{1}{16}\left(\frac{2gt}{c}\right)^3 + \ldots\right\},$$

todos los términos que siguen de la fórmula anterior son de la forma $\left(\frac{2gt}{c}\right)^n \ll 1$.

Simplificando

$$x = \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g^2t^3$$

es una buena aproximación cuando se cumple que $2gt/c$ es pequeño

resistencia equivalente entre los puntos a' y b' sigue siendo R_e. Por lo que se puede representar a todo el circuito como un circuito equivalente igual al de la figura 3.

Las resistencias R y R_e del lado derecho de la figura 3, están conectadas en paralelo, con lo que la resistencia combinada está dada por

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_e}\right)} = \frac{RR_e}{R + R_e}.$$

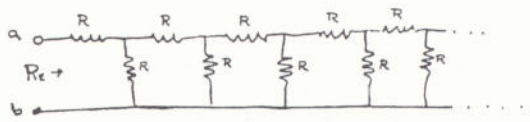


Figura 1

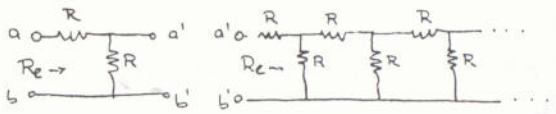


Figura 2

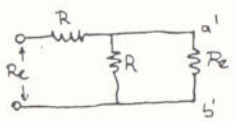


Figura 3

Solución problema 2

Solución al problema de las resistencias.

En la figura 1 se describe una serie infinita de resistencias conectadas entre sí, cada una de ellas tiene el mismo valor de resistencia en ohms. El problema es encontrar el valor de la resistencia R_e que se mide entre los puntos a y b.

Una forma de realizarlo es separar en dos secciones al circuito como se muestra en la figura 2, donde la parte izquierda está formada por dos resistencias que tienen valor R, cada una de ellas.

La parte derecha del circuito de esta figura continúa siendo una colección infinita de resistencias como las de la figura 1. Por lo tanto la

Y esta resistencia combinada, a su vez está en serie con la resistencia R, por lo que la resistencia total entre a y b es: $R + [R \cdot R_e/(R + R_e)]$. Por lo tanto:

$$R_e = R + \frac{RR_e}{R + Re}.$$

Esto se expresa como

$$R_e^2 - RR_e - R^2 = 0,$$

cuyas raíces son:

$$R_e = \left(\frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}\right) R.$$

Como las resistencias no pueden ser negativas, la solución es:

$$R_e = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) R.$$

Otra forma de resolver el problema es proceder de manera inductiva y encontrar con cada arreglo cada uno de los términos de la serie de Fibonacci.

Solución al problema 3

El cálculo de cuántas veces cabe una esfera en la otra, se puede realizar con cualquiera de estos datos; ya sea a través de la comparación de los volúmenes de agua desplazada o de la comparación de las masas o de la comparación de los volúmenes.

Pero si se desea obtener un valor exacto, se deben considerar los siguientes aspectos. Las esferas, por ser de encino, al sumergirse en agua flotan, por lo que el volumen calculado no corresponde al de las esferas completas. Esto ocasiona que se carezca de precisión.

Las lecturas de los diámetros tienen una alta precisión (0.0038% y 0.0057%). Para hacer una comparación de volúmenes, se necesita utilizar una fórmula (la del volumen de una esfera) esto implica que el resultado final tendrá una incertidumbre debida a la propagación de errores, por lo que la precisión de los diámetros se pierde al utilizarse esta fórmula. Si se realiza el cálculo de los volúmenes de las esferas y luego se divide uno, entre el otro, de un valor de 3.4 veces.

La precisión de los valores obtenidos para las masas son: 0.035% y 0.13%; y para compararlas sólo se necesita hacer la división de la masa de la esfera grande entre la masa de la esfera chica. Este valor es de 3.5 ± 0.006 veces.

Solución problema 4

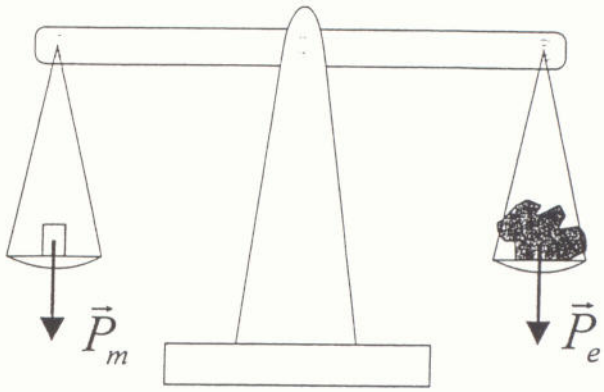
Propuesta de Eduardo Vega, CI-UNAM

a) Dentro de la campana al vacío se equilibra la balanza porque sobre las piezas de metal y de espuma sólo actúa la fuerza de gravedad y sus pesos son iguales.

b)

$\vec{P}_m$ = peso metal

$\vec{P}_e$ = peso espuma



c) Al entrar aire a la campana sobre las piezas de metal y de espuma no sólo actúa la fuerza de gravedad sino que ahora al encontrarse sumergidas en un fluido (aire) existen fuerzas de empuje. Ya que las fuerzas de empuje dependen del volumen de fluido desalojado, la fuerza de empuje es mayor para la espuma.

d)

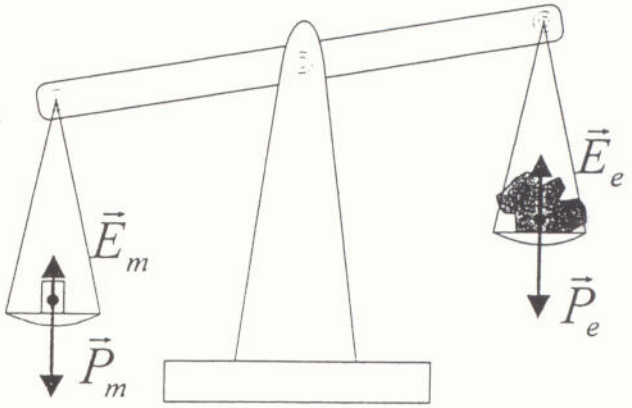
Fuerza de

$\vec{E}_e$ = empuje espuma

$\vec{E}_m$ = fuerza de empuje metal

$\vec{P}_m$ = peso metal

$\vec{P}_e$ = peso espuma



☐ XXV OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA BEIJING, REPÚBLICA POPULAR DE CHINA

A continuación se presentan las versiones finales en español de las pruebas teórica y experimental de la XXV Olimpiada Internacional de Física que se realizó del 12 al 18 de julio de este año en Beijing, República Popular China. Esta fue la única versión en español y se realizó conjuntamente entre los profesores de Argentina, Colombia, Cuba, España y México. Debido a que algunas palabras podrían crear confusión entre los estudiantes de las distintas nacionalidades, en ocasiones se presentan entre paréntesis las palabras utilizadas en los otros países.

Prueba teórica: 13 de julio de 1994
Duración: 5 horas

Problema teórico 1: *Partícula relativista*

En la teoría de la relatividad especial (o restringida) la relación entre la energía E, el momento lineal (cantidad de movimiento) p y la masa en reposo m de una partícula libre es

$$E = (pc + mc)$$

Cuando sobre dicha partícula actúa una fuerza conservativa la energía total de la partícula, que es igual a la suma de $(pc + mc)$ y la energía potencial, se conserva. Si la energía de la partícula es muy alta la energía en reposo puede despreciarse (tales partículas se denominan partículas ultrarelativistas).

1) Considere el movimiento unidimensional de una partícula ultrarelativista (la masa en reposo se desprecia) sujeta a una fuerza central de magnitud (módulo) f constante. Suponga que la partícula en el instante $t = 0$ se encuentra en la posición $x = 0$ y tiene momento lineal p. Describa el movimiento de la partícula construyendo: 1) la gráfica del momento lineal p en función de la coordenada espacial x (p *vs.* x), y 2) la gráfica de x como función de t (x *vs.* t), por lo menos para un intervalo de tiempo igual a un período del movimiento. Especifique el valor de las coordenadas de los puntos de retorno expresándolas en función de los parámetros p y f, e indique con flechas, en la gráfica de p en función de x (p *vs.* x), el sentido en el que se realiza el movimiento. Utilice la hoja de respuestas 1.

2) Un mesón es una partícula compuesta por dos quarks. La masa en reposo M del mesón es igual a la energía total del sistema formado por los dos quarks dividida por c.

Considere un modelo unidimensional para un mesón en reposo en el cual se supone que los dos quarks se mueven sobre el eje x y se atraen entre sí con una fuerza de magnitud (módulo) constante f; se supone que los quarks, cuando se encuentran, pueden interpenetrarse libremente. Para el análisis del movimiento ultrarelativista de los quarks, la masa en reposo de los mismos puede despreciarse. En $t = 0$ los dos quarks se encuentran en $x = 0$. Construya por separado las gráficas de x en función de t (x *vs.* t) y de p en función de t (p *vs.* t) correspondientes a los movimientos de cada quark. Especifique en las gráficas las coordenadas de los puntos de retorno en función de los parámetros M y f e indique en las gráficas de p en función de x (p *vs.* x) el sentido en el que se realiza el movimiento y determine la distancia máxima entre los dos quarks. Utilice la hoja de respuestas 2.

3) El sistema de referencia usado en el apartado 2 (inciso 2) lo designamos como el sistema S. El sistema de referencia del laboratorio se denominará con S' y se mueve en la dirección negativa del eje x con una velocidad constante $V = 0.60\,c$. Las coordenadas se eligen de tal manera que el punto $x = 0$ en S coincide con el punto $x' = 0$ en S' al tiempo $t = t' = 0$. Construya las gráficas de x' en función de t' (x' *vs.* t') para cada uno de los quarks y especifique las coordenadas de los puntos de retorno en términos de M, f y c. Determine la distancia máxima entre los dos quarks en el sistema de referencia S'. Utilice la hoja de respuestas 3.

Las coordenadas de una partícula en los sistemas de referencia S y S' están relacionadas por la transfor-

mación de Lorentz:

$x' = g(x + \beta ct)\ t' = g(t + \beta x/c)$

donde $\beta = V/c$, $g = 1/(1-\beta)$ y V es la velocidad del sistema S relativa al sistema S'.

4) Para un mesón con una energía en reposo Mc =140 MeV y velocidad relativa al sistema de laboratorio S' igual a 0.60c, determine su energía E' en el sistema de laboratorio S'. Utilice la hoja de respuestas 4.

Problema Teorico 2: *El Imán Superconductor*

Los imanes superconductores son ampliamente usados en los laboratorios. Los más comunes son solenoides de alambre (hilo superconductor). Lo maravilloso de estos imanes superconductores es que producen fuertes campos magnéticos sin que exista disipación de energía debido al calentamiento por efecto Joule, dado que la resistencia eléctrica de los alambres superconductores es cero cuando el imán se sumerge en helio líquido a 4.2 K. Usualmente el imán se conecta a un interruptor superconductor de diseño especial, tal como se muestra en la figura 1. El valor de la resistencia r del interruptor puede controlarse: $r = 0$ en el denominado "estado superconductor", y $r = r$ en el denominado "estado normal". Cuando la resistencia está en el "estado superconductor" ($r = 0$), el imán puede funcionar en el "modo permanente", circulando la corriente eléctrica indefinidamente a través del imán (solenoide) y del interruptor superconductor. Este "modo permanente" produce un campo magnético muy estable que puede mantenerse por largos periodos con la fuente de voltaje externa desconectada.

Los detalles del interruptor superconductor no aparecen en la Figura 1, pero suele ser un alambre superconductor de pequeña longitud en un baño de helio líquido. Al calentarse, la temperatura del alambre superconductor aumenta y pasa al "estado normal". El valor típico de r es de algunos ohms y supongamos que en este caso su valor es de 5. La inductancia (coeficiente de autoinducción) del imán superconductor depende de su tamaño y la tomaremos igual a 10 H (henry). Se puede variar la corriente total I mediante la resistencia R (Fig. 1).

Advertencia: La calificación de este problema se basará UNICAMENTE en las gráficas que se presenten.

1) Suponga que la corriente total I y la resistencia r del interruptor superconductor varian con el tiempo de la forma que muestran las Figs. 2a y 2b respectivamente, y que las corrientes I_1 e I_2que circulan por el imán y por el interruptor respectivamente son iguales al principio. ¿Cómo varian entre t_1 y t_4? Represente la respuesta mediante las gráficas 2c y 2d respectivamente.

2) Supongamos que el interruptor K (Véase Fig. 1) se cierra en el instante $t = 0$, cuando $r = 0$, $I_1 = 0$ y $R = 7.5$ Ω, y la corriente total I es 0.5 A. Manteniendo K cerrado, la resistencia r del interruptor superconductor varia en la forma mostrada en la Fig. 3b. Construya las gráficas que representan la dependencia de I, I_1 e I_2 con el tiempo, en las figuras 3a, 3c y 3d respectivamente.

3) El interruptor superconductor puede únicamente permitir el paso de corrientes pe-

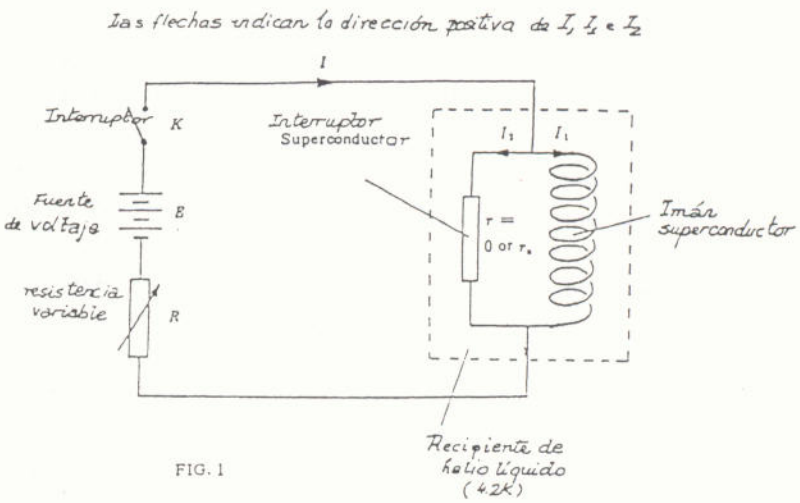
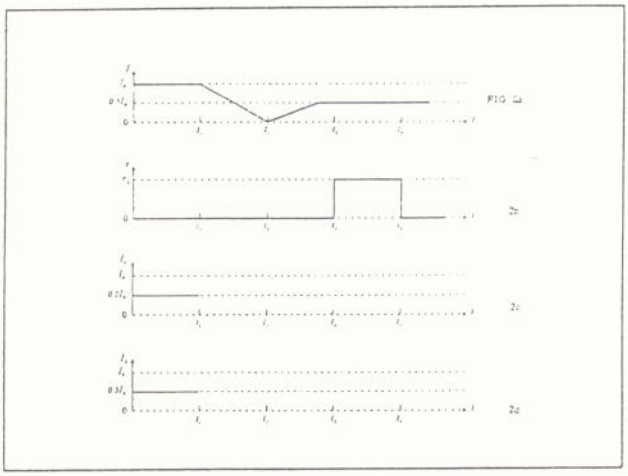
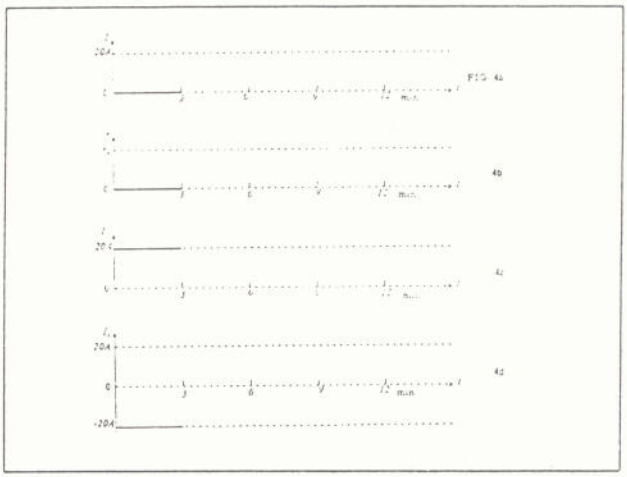
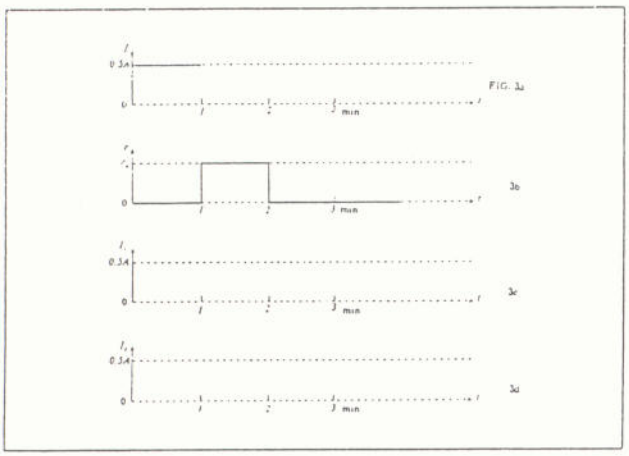


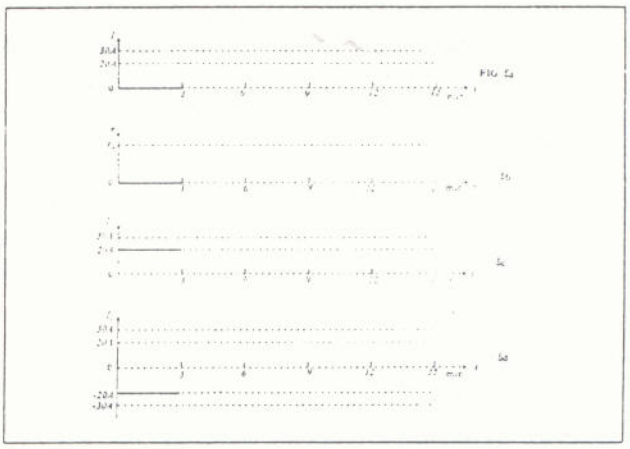
FIG. 1

queñas, menores que 0.5 A ya que con corrientes mayores se quemaría. Suponga que el imán superconductor está funcionando en un "modo permanente", es decir, $I = 0$, $I_1 = i_1$ (por ejemplo 20 A) e $I_2 = -i_1$, como se muestra en la Fig. 4 en el intervalo $t = 0$ a $t = 3$ minutos. Si se









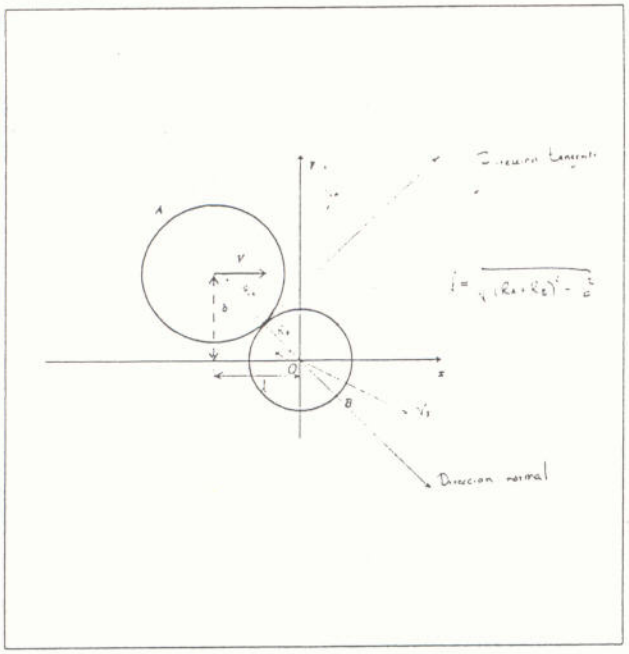
quiere detener el experimento mediante la reducción a cero de la corriente en el imán, ¿Cómo lo haría? Este proceso debe realizarse en varias etapas operativas. Construya las gráficas correspondientes a los cambios con el tiempo de I, r, I_1 e I_2 en las gráficas de la Fig. 4

4) Suponga que el imán está funcionado en un "modo permanente" con una corriente circulando por la bobina de 20 A, entre $t = 0$ y $t = 3$ minutos (Fig. 5). ¿Cómo se podría cambiar a un modo permanente con una corriente de 30 A? Construya las gráficas correspondientes en las Figuras 5a a 5d.

Problema Teórico 3: *Colisión De Discos con Fricción Superficial*

Un disco homogéneo A de masa m y radio R_A se translada sin rotar sobre un plano horizontal (x, y), sin rozamiento y con velocidad V paralela al eje x, y a una distancia b del mismo.

Dicho disco choca con otro disco B de la misma masa m y espesor, pero de distinto radio R_B situado en reposo, con su centro en el origen de coordenadas (véase la Figura). Se supone que después del choque y debido a la fricción, resultan iguales las componentes de las velocidades de los puntos de contacto de ambos discos según la dirección perpendicular a la recta que une los centros de los discos en el mo-



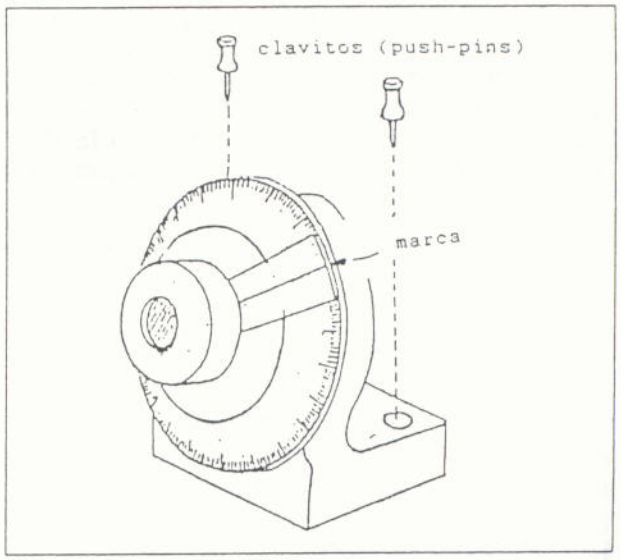


Fig. 1 Polarizadores con disco graduado. La marca en el disco del polarizador sirve para definir ángulos y no indica la dirección del eje de polarización.

mento de la colisión (componentes tangenciales). Por otra parte se supone que las magnitudes (módulos) de las velocidades relativas de los centros de los discos, antes y después del choque, son iguales a lo largo de la línea que une dichos centros (componentes normales).

1) Para el choque así descrito, determine las componentes x e y de las velocidades de translación de los dos discos después del choque, V'_{AX}, V'_{AY}, V'_{BX} y V'_{BY} en función de m, R_A, R_B, V y b.

2) Determine a continuación las energías cinéticas E'_A y E'_B de los discos A y B respectivamente después de la colisión, en función de m, R_A, R_B, V y b.

Prueba Experimental: 15 de Julio de 1994.
Tiempo Disponible: 2.5 horas para cada problema.

Problema Experimental 1: *Determinación del coeficiente de reflexión de una superficie de un dieléctrico transparente*

ELEMENTOS

1. Láser He-Ne (aprox. 1.5 mW). La luz del láser no está polarizada.
2. Dos polaroides con disco graduado en grados

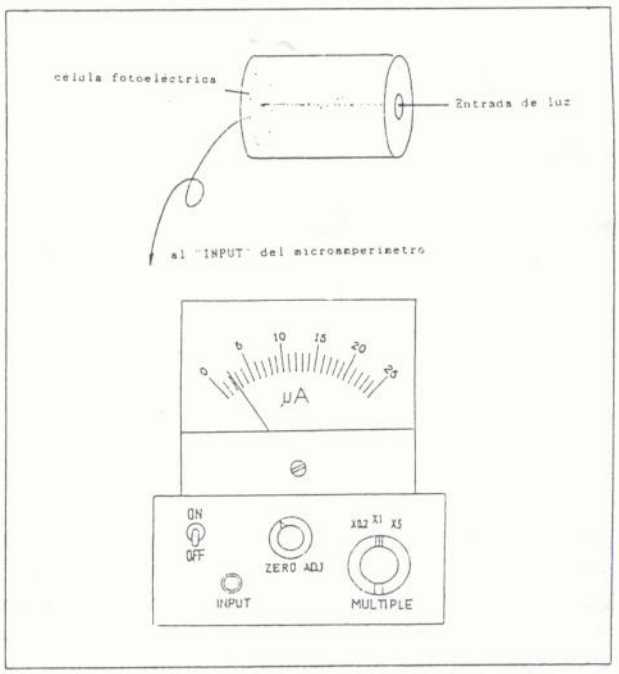


Fig. 2 Detector de intensidad de la luz.
1. Inserte el conector de la célula fotoeléctrica en el INPUT del microamperímetro.
2. Cambie la llave a la posición ON.
3. Tape el agujero de entrada de la luz de la célula y ajuste a "0" la posición de la aguja de lectura del amperímetro.
4. Sitúe el mando MULTIPLE en la posición adecuada.

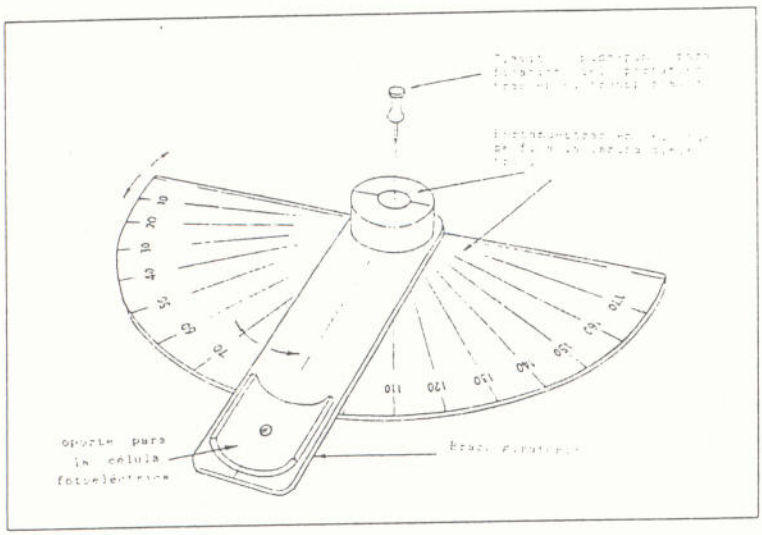


Fig.3 Portamuestras montado en un transportador graduado.

(Fig. 1). Uno de ellos (que llamaremos A) está montado en la ventana de salida del láser y el otro se puede fijar al tablero en donde sea necesario con ayuda de clavitos.

3. Dos detectores de la intensidad luminosa que consisten en una célula fotoleléctrica y un microamperímetro (Fig. 2).

4. Divisor del haz luminoso de vidrio (glass beam splitter).

5. Lámina transparente dieléctrica (transparent dielectric plate), para la cual el coeficiente de reflexión e índice de refracción deben medirse.

6. Soporte de la lámina dieléctrica montado en un transportador semicircular con un brazo giratorio (Fig. 3).

7. Algunos clavitos (push-pins) para fijar los elementos a la base de madera.

8. Una rendija y una pantalla que puede utilizar para ajustar el rayo láser en la dirección horizontal y para alinear los elementos ópticos.

9. Plastilina para fijar los elementos ópticos.

10. Tablero de madera.

13. Papel para gráficas.

NOTA: Se incluyó entre paréntesis el nombre en inglés del material porque éste fue entregado a los alumnos en sobres rotulados en inglés.

PREGUNTAS SOBRE EL EXPERIMENTO

1. Determinación del coeficiente de reflexión de la componente p (componente del campo eléctrico paralela al plano de incidencia) de la luz polarizada en función del ángulo de incidencia sobre la placa. Para ello:

(a) Encuentre el eje de transmisión del polaroide (A) mediante la escala graduada del disco. (El eje de transmisión es la dirección de vibración del vector de campo eléctrico de la luz transmitida.)

(b) Elija cualquiera de los medidores de intensidad y coloque su microamperímetro en el rango de "×5". Verifique la relación lineal entre la intensidad de la luz incidente sobre la célula fotoeléctrica y la lectura del microamperímetro. Dibuje un diagrama de su montaje óptico. Muestre sus datos y círculos en forma de tabla e incluya la fórmula de cálculo. Grafique la relación lineal.

(c) Determine el coeficiente de reflexión de la componente *p*, en función del ángulo de incidencia.

Dibuje el esquema óptico. Muestre sus datos y cálculos (incluyendo la fórmula de cálculo) en forma de tabla. Grafique el coeficiente de reflexión en función del ángulo de incidencia.

2. Determine el índice de refracción con la mayor precisión posible.

ACLARACIONES Y SUGERENCIAS

1. Evite la exposición directa de sus ojos a la radiación láser.
2. Dado que la potencia de salida de la luz del láser puede fluctuar en el tiempo, deberá ser constantemente registrada durante la realización del experimento a fin de permitir la corrección (normalización) de los valores experimentales medidos.
3. El láser debe funcionar todo el tiempo. Incluso cuando ud. concluya el experimento y abandone la sala, debe dejar en funcionamiento el láser.
4. Si el ángulo de incidencia θ_B es tal que $tg\theta_B = n$ (índice de refracción) la luz reflejada está totalmente polarizada en un plano.

Problema Experimental 2: *Una "caja negra"*

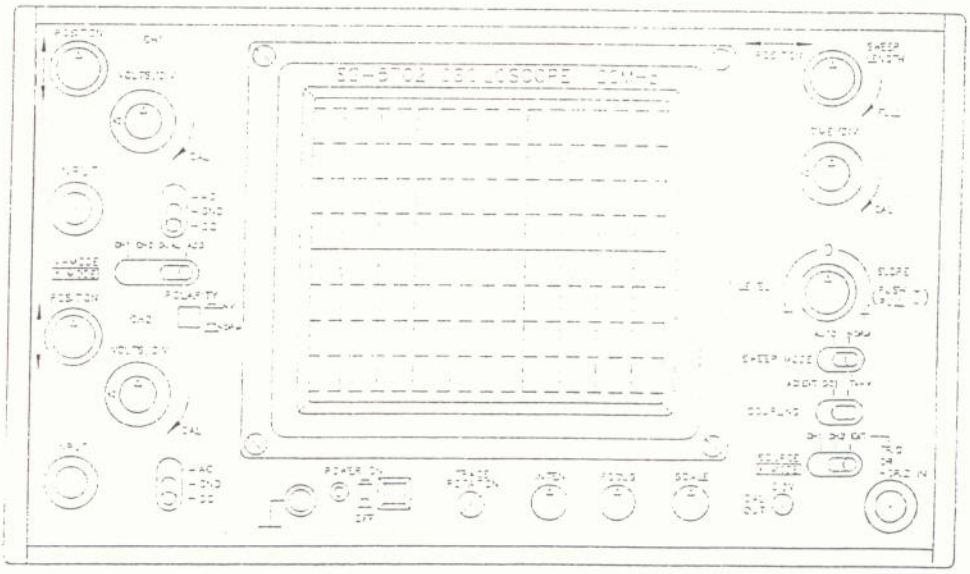
Se entrega una "caja negra" con dos terminales de conexión (bornes). En el interior de la caja negra hay como máximo tres elementos pasivos. Se pide encontrar la naturaleza de los elementos que constituyen el circuito equivalente entre ambos terminales, así como sus valores. No se permite abrir la caja.

DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

1. Un osciloscopio de dos canales en cuyo panel frontal se muestran el nombre y la función de cada uno de los selectores.
2. Un generador de señales en cuyo panel frontal se muestran el nombre y la función de cado uno de los selectores.
3. Una caja de resistencias patrón con un valor fijo de 100 ohm (05%)
4. Varios cables de conexión
5. En los cables coaxiales el conductor de color negro es el conectado a tierra.
6. Tiene a su disposición papel log-log, papel semilog y papel milimetrado por si es necesario.

PROBLEMA A RESOLVER

1. Dibujar el esquema del circuito que usted monte para realizar el experimento.
2. Presente en forma de tablas tanto los datos obtenidos así como los resultados que con ellos calcule.



☐ PROBLEMAS DE LA V OLIMPIADA METROPOLITANA DE FISICA
8 de octubre de 1994, UAM-I

A continuación se presenta el examen realizado en la Universidad Metropolitana Unidad Iztapalapa, sede de la V Olimpiada Metropolitana de Física. El examen fue propuesto por un comité formado por el M. en C. José Luis Jiménez, el Dr. Jorge Sánchez, el Dr. Francisco Uribe y el Dr. Eliezer Braun, profesores de la UAM-I; la fís. Adriana Bravo de Universum, Museo de las Ciencias, UNAM; el M. en C. Roberto Sayavedra y la fís. Margarita Puente (Coordinadora de la Olimpiada de Física en el DF), ambos profesores de la Facultad de Ciencias, UNAM.

Problema 1. Suponga que un vagón abierto se mueve sin fricción bajo un aguacero y una cantidad considerable de agua cae dentro del vagón y se acumula (véase Fig. 1).

¿Cómo varían la velocidad, el momento y la energía cinética del vagón al acumularse el agua?

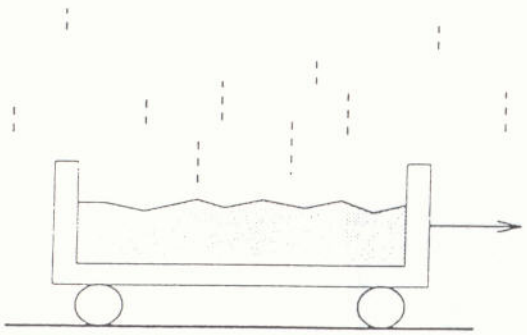


Fig. 1

Ahora dejó de llover y se abrió el desagüe en el fondo del vagón para permitir que el agua acumulada salga (véase Fig. 2).

¿Cómo varían entonces la velocidad, el momento y la energía cinética del vagón?

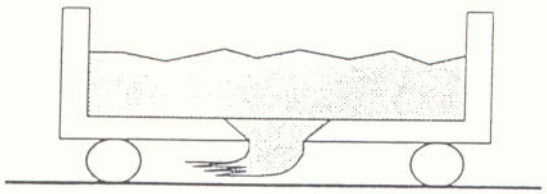


Fig. 2

Problema 2. Carlos, Luis y José están sentados a la orilla de un estanque sin vegetación, dicha orilla se levanta sólo unos pocos cm sobre el nivel del agua.

Carlos: "Si nos tumbamos boca abajo el pez nos verá".

Luis: "¡Claro que nos ve si mira en la dirección correcta!"

Carlos: "No, sólo tenemos que alejarnos un paso de la orilla y quedaremos por debajo del ángulo de refexión total".

José: "Sí, desde luego, pero esto sólo se cumple para los peces que no nadan muy cerca de la superficie".

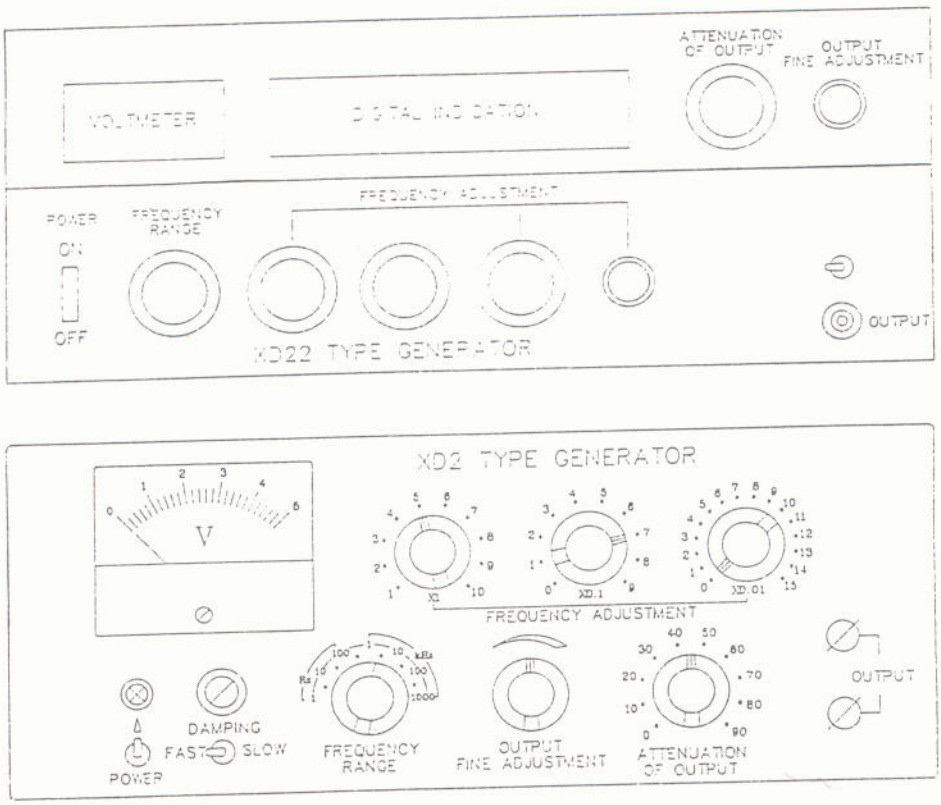
Luis: "No, cualquier pez no puede ver siempre que no esté demasiado próximo a la orilla".

¿Quién tiene razón?

¿Cómo ve un pez el mundo que está por encima de la superficie del agua?

Problema 3. Un estudiante tiene una brillante idea para un generador: en un arreglo como el que se muestra en la Fig. 3, el imán se jala hacia abajo y se suelta. Con un resorte muy elástico, el estudiante piensa que habrá una corriente eléctrica relativamente contínua.

¿Qué es lo que está mal en esta idea? (Discuta en términos de la energía).



Construya las gráficas de las curvas experimentales con los resultados obtenidos, utilizando para ello el tipo de papel para gráficas que considere conveniente. Identifique cada gráfica con el título y ponga el nombre de las variables con sus correspondientes unidades en los ejes de coordenadas.

3. Indique cual es el circuito equivalente de la caja negra y los nombres de los diferentes elementos pasivos con sus valores. Escriba todos los cálculos realizados y las fórmulas utilizadas para llegar a dichos valores.

INSTRUCCIONES

1. Realice el experimento trabajando en el intervalo de frecuencias comprendido entre 100 Hz y 50 kHz.

2. El voltaje de salida pico a pico del generador de señales debe ser inferior a 1.0 V. Coloque el selector "Attenuation of output" en la posición "20 db" y no lo cambie.

3. Al conectar los cables, colóquelos de modo que la interferencia de 50 Hz procedente de la red de sumistro eléctrico sea mínima.

En el caso de la versión final en español también se anexan las instrucciones para el manejo del osciloscopio y del generador de señales. Ya que estas instrucciones sólo son particulares a los instrumentos usados, se omite esta parte del enunciado.

$$\begin{aligned} x &= ct, && 0 \le t \le \tau \\ x &= 2L - ct, && \tau \le t \le 2\tau \\ x &= 2L - ct, && 2\tau \le t \le 3\tau \\ x &= ct - 4L, && 3\tau \le t \le 4\tau \end{aligned} \qquad (7)$$

Por lo tanto, las gráficas de x vs t y p vs t:

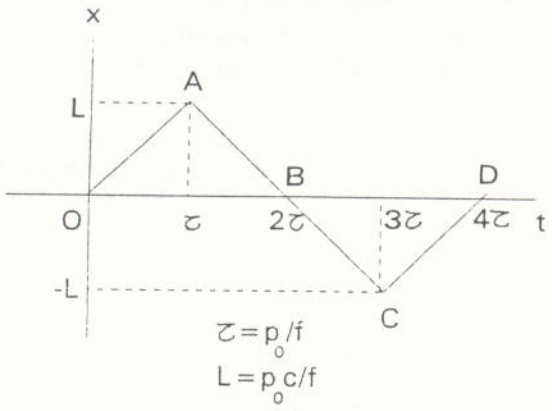


Figura 1

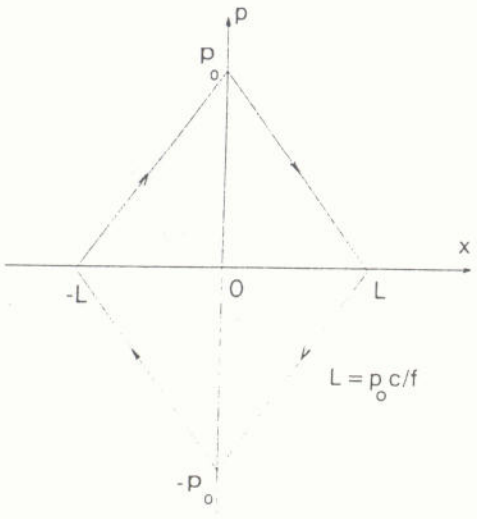


Figura 2

2.La energía total del sistema formado por los dos quarks se puede expresar como

$$Mc^2 = |p_1|c + |p_2|c + f|x_1 - x_2| \qquad (8)$$

donde x_1, x_2 son las coordenadas de la posición y p_1, p_2 son los momentos del quark 1 y el quark 2. Para el mesón en reposo, el momento total de los dos quarks es cero y los dos quarks se mueven simétricamente en direcciones opuestas, tenemos

$$p = p_1 + p_2 = 0, \quad p_1 = -p_2, \quad x_1 = -x_2 \qquad (9)$$

Sea p_0 el momento del quark 1 en x = 0,

$$Mc^2 = 2p_0c \quad \text{o} \quad p_0 = Mc/2 \qquad (10)$$

De las ecuaciones 8, 9 y 10, la mitad de la energía total puede expresarse en términos de p_1 y x_1 del quark 1:

$$p_0c = |p_1|c + f|x_1| \qquad (11)$$

como si se tratara de un problema de una partícula como en la parte 1 (ec. 3) con un momento inicial $p_0 = Mc/2$. De los resultados obtenidos en la primera parte se obtienen las gráficas (x,t) y (p,x) del movimiento del quark 1 como se muestra en las figuras 3 y 4. Para el quark 2 la situación es similar excepto que tanto x y p tienen signos opuestos; las gráficas (x,t) y (p,x) correspondientes se muestran en las figuras 3 y 4.

La distancia máxima entre los dos quarks como se muestra en la figura 3 es

$$d = 2L = 2p_0c/f = Mc^2/f \qquad (12)$$

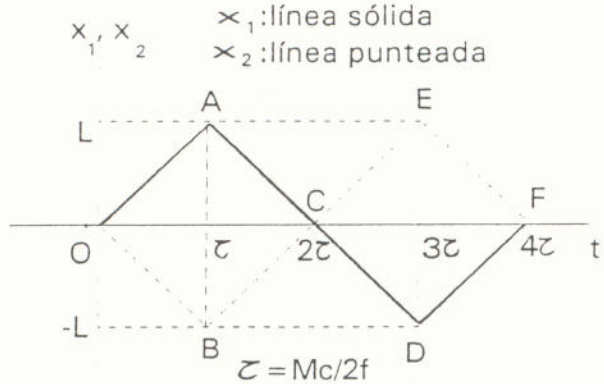


Figura 3

La distancia máxima entre quarks es

$$d = 2L = Mc^2 / f$$

3.El sistema de referencia S se mueve con velocidad constante V=0.6c relativa al sistema de referencia del laboratorio S' en la dirección x'. Los orígenes de los dos sistemas de referencia coinciden en al inicio, t=t'=0. La transformación de Lorentz entre los dos sistemas está dada por:

$$x' = \gamma(x + \beta ct)$$

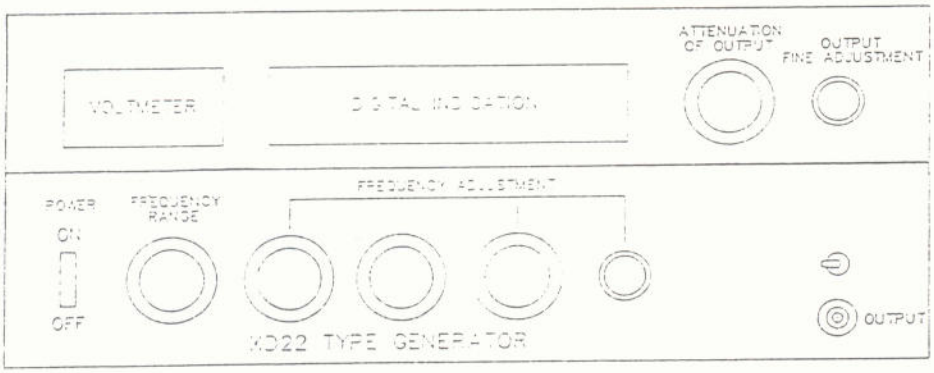
$$t' = \gamma(t + \beta x / c)$$

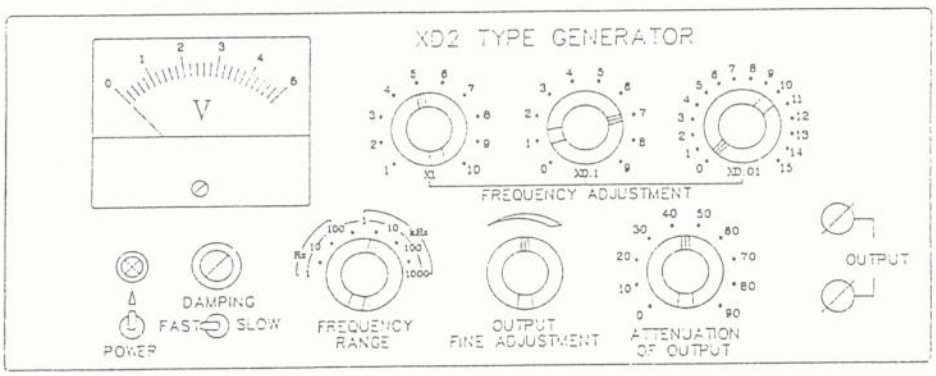
donde $\beta = V/c$ y $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Con V=0.6c, se obtiene $\beta = 3/5$ y $\gamma = 5/4$. Puesto que la transformación de Lorentz es lineal, una línea recta en la gráfica (x,t) se transforma en una recta línea recta en la gráfica (x',t'), por lo tanto sólo se necesitan calcular las coordenadas de los puntos de retorno en el sistema de referencia S'.

Para el quark 1, las coordenadas de los puntos de retorno en los sistemas de referencia S y S' están dadas por:

Sistema de referencia S		**Sistema de referencia S'**	
x_1	t_1	$x_1' = \gamma(x_1 + \beta c t_1) = \frac{5}{4}x_1 + \frac{3}{4}ct_1$	$t_1' = \gamma(t_1 + \beta x_1/c) = \frac{5}{4}t_1 + \frac{3}{4}x_1/c$
0	0	0	0
L	τ	$\gamma(1+\beta)L = 2L$	$\gamma(1+\beta)\tau = 2\tau$
0	2τ	$2\gamma\beta L = \frac{3}{2}L$	$2\gamma\tau = \frac{5}{2}\tau$
-L	3τ	$\gamma(3\beta - 1)L = L$	$\gamma(3-\beta)\tau = 3\tau$
0	4τ	$4\gamma\beta L = 3L$	$4\gamma\tau = 5\tau$

donde $L = p_0 c/f = Mc^2/2f$, $\tau = p_0/f = Mc/2f$.





Construya las gráficas de las curvas experimentales con los resultados obtenidos, utilizando para ello el tipo de papel para gráficas que considere conveniente. Identifique cada gráfica con el título y ponga el nombre de las variables con sus correspondientes unidades en los ejes de coordenadas.

3. Indique cual es el circuito equivalente de la caja negra y los nombres de los diferentes elementos pasivos con sus valores. Escriba todos los cálculos realizados y las fórmulas utilizadas para llegar a dichos valores.

INSTRUCCIONES

1. Realice el experimento trabajando en el intervalo de frecuencias comprendido entre 100 Hz y 50 kHz.

2. El voltaje de salida pico a pico del generador de señales debe ser inferior a 1.0 V. Coloque el selector "Attenuation of output" en la posición "20 db" y no lo cambie.

3. Al conectar los cables, colóquelos de modo que la interferencia de 50 Hz procedente de la red de sumistro eléctrico sea mínima.

En el caso de la versión final en español también se anexan las instrucciones para el manejo del osciloscopio y del generador de señales. Ya que estas instrucciones sólo son particulares a los instrumentos usados, se omite esta parte del enunciado.

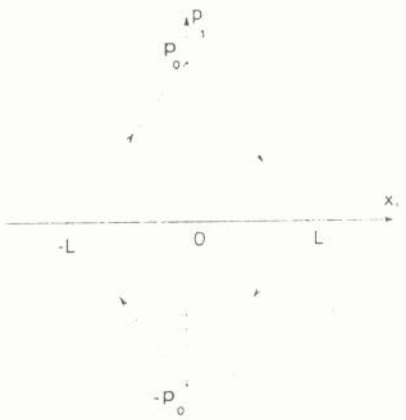


Figura 4a
Quark1



Figura 4b
Quark2

Para el quark 2, se obtiene

x_2	t_2	$x_2' = \gamma(x_2 + \beta c t_2) = \frac{5}{4}x_2 + \frac{3}{4}ct_2$	$t_2' = \gamma(t_2 + \beta x_2 / c) = \frac{5}{4}t_2 + \frac{3}{4}x_2 / c$
0	0	0	0
-L	τ	$-\gamma(1-\beta)L = -\frac{1}{2}L$	$\gamma(1-\beta)\tau = \frac{1}{2}\tau$
0	2τ	$2\gamma\beta L = \frac{3}{2}L$	$2\gamma\tau = \frac{5}{2}\tau$
L	3τ	$\gamma(3\beta+1)L = \frac{7}{2}L$	$\gamma(3+\beta)\tau = \frac{9}{2}\tau$
0	4τ	$4\gamma\beta L = 3L$	$4\gamma\tau = 5\tau$

Con los resultados anteriores, la gráfica (x',t') de los dos quarks se muestra en la figura 5.

Las ecuaciones de las líneas rectas OA y OB son:

$x_1'(t') = ct'$; $0 \le t' \le \gamma(1+\beta)\tau = 2\tau$; (14a)

$x_2'(t') = -ct'$; $0 \le t' \le \gamma(1-\beta)\tau = \frac{1}{2}\tau$ (14b)

La distancia entre los dos quarks alcanza su máximo d' cuando $t' = \frac{1}{2}\tau$, por lo tanto se tiene una distancia máxima:

$$d' = 2c\gamma(1-\beta)\tau = 2\gamma(1-\beta)L = \frac{Mc^2}{2f} \quad (15)$$

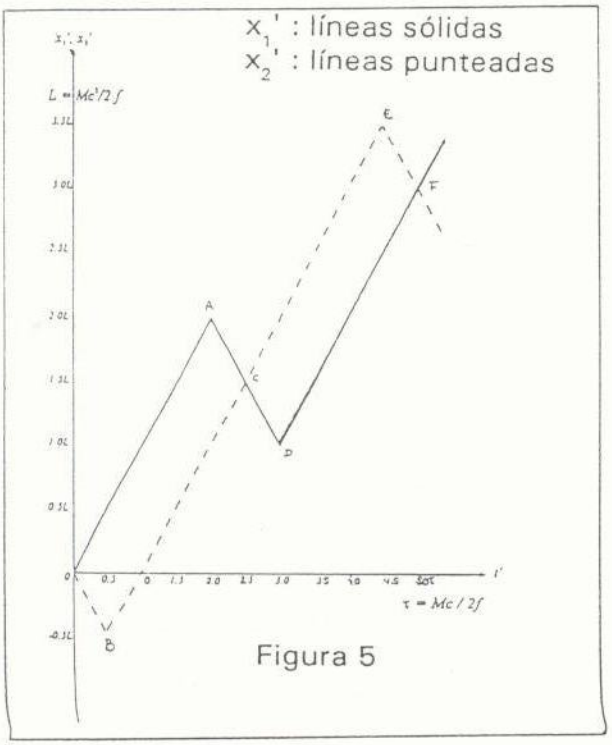


Figura 5

4.Como el mesón se mueve con velocidad V=0.60c relativa al sistema de referencia del laboratorio, la energía medida en el sistema de referencia del laboratorio es

$$E=\sqrt{p^2c^2+M^2c^4}$$

$$=\sqrt{\frac{M^2V^2c^2}{1-V^2/c^2}+M^2c^4}$$

$$=\left[\sqrt{\frac{0.36}{0.64}+1}\right]Mc^2$$

$$=\frac{5}{4}Mc^2=\frac{5}{4}\times 140=175MeV$$

Solución al problema teórico 2:

1.Para $t_1 \le t \le t_3$

Ya que r=0, el voltaje a través del imán es $V_M = L\frac{dI_1}{dt} = 0$, por lo tanto,

$$I_1 = I_1(t_1)=\frac{1}{2}I_0;$$

$$I_1 = I - I_1 = I - \frac{1}{2}I_0.$$

Para $t_3 \le t \le t_4$

Puesto que $I_2 = 0$ a $t = t_3$, e I se mantiene igual a $\frac{1}{2}I_0$ después de $t = t_3$, $V_M = I_2 r_n = 0$, por lo tanto, I_1 e I_2 no cambiarán.

$$I_1 = \frac{1}{2}I_0;$$

$$I_2 = 0.$$

Estos resultados se muestran en la figura 6.

2.De t=0 a t=1 min:

Puesto que r=0, $V_M = LdI_1/dt = 0$,

$$I_1 = I_1(0)= 0;$$

$$I_2 = I - I_1 = 0.5A.$$

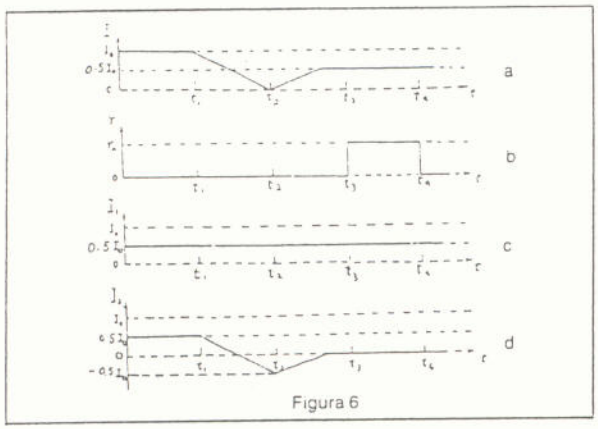


Figura 6

A t=1min, r pasa repentinamente de 0 a r_n, I descenderá de E/R a $E/(R+r_n)$ instantáneamente, ya que I_1 no puede cambiar abruptamente debido a la inductancia de la bobina. Para E/R=0.5 A, R=7.5Ω, I descenderá a 0.3 A.

De t=1min a t=2 min:

I,I_1 e I_2 gradualmente se aproximan a los valores:

$$I = \frac{E}{R} = 0.5A,$$

$$I_1 = I = 0.5A,$$

$$I_2 = 0.$$

La constante de tiempo

$$\tau = \frac{L(R+r_n)}{Rr_n}$$

Cuando L=10H, R=7.5Ω, r_n = 5Ω, τ=3s.

De t=2min a t=3min:

Puesto que r=0, I_1 e I_2 no cambiarán. esto es:

$$I_1 = 0.5A, \qquad I_2 = 0.$$

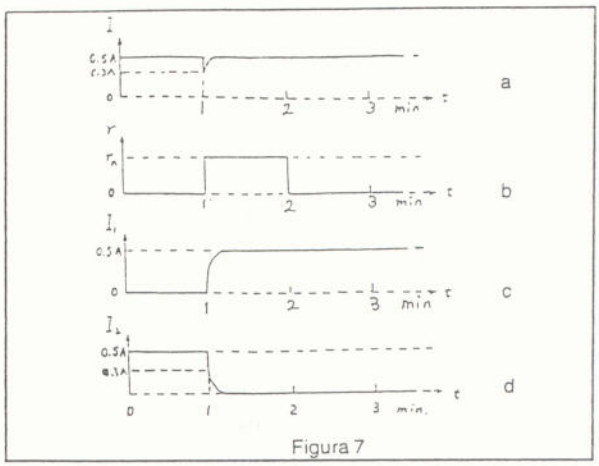


Figura 7

3.Los pasos son:

Primer paso:

Cerrar el circuito con el interruptor K, y aumentar la corriente total I a 20A, i.e. igual a I_1. Puesto que el interruptor superconductor está en el estado r=0, entonces, $V_M = LdI_1/dt = 0$, es decir, I_1 no puede cambiar e I_2 aumenta 20A, en otras palabras, I_2 cambia de -20A a cero.

Segundo paso:

Cambiar r de 0 a r_n.

Tercer paso:

Reducir I a cero gradualmente mientras se mantiene $I_2<0.5A$: ya que $I_2 = V_M/r_n$ y $V_M = LdI_1/dt$, cuando L=10H, $r_n = 5\Omega$, el requisito $I_2<0.5A$ corresponde a

$dI_1/dt<0.25A/s$, lo que significa una caída menor de 15 A por minuto. En la figura 8 $dI/dt \approx 0.1A/s$ y dI_1/dt también se aproxima a este valor, por lo que la condición se satisface.

Paso final:

Cambiar r a cero cuando $V_M = 0$ y abrir el circuito con el interruptor K. Estos resultados se muestran en la figura 8.

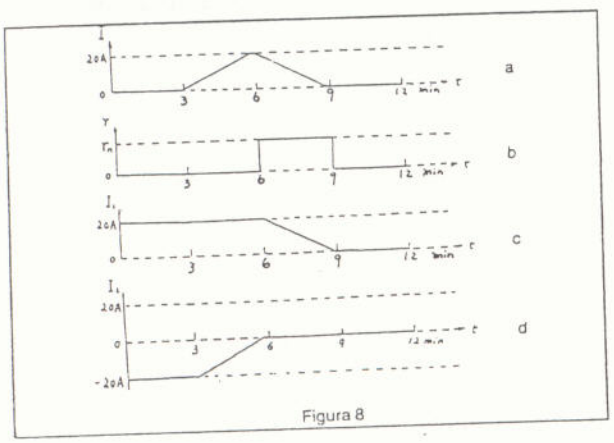


Figura 8

4.El primero y el segundo paso son iguales a la parte 3, resultando $I_2 = 0$.

Tercer paso:

Aumentar I de 10 a 30 A con la condición que $I_2<0.5A$.

Cuarto paso:

Cambiar r a cero cuando $V_M = 0$.

Quinto paso:

Reducir I a cero. $I_1 = 30A$ no cambiará porque V_M es cero, $I_2 = I = -I_1$ cambiará a 30A. La corriente que fluye a través del imán superconductor se suspende por medio del interruptor superconductor.

Paso final:

Apagar el interruptor K. El imán opera en el modo persistente.

Estos resultados se muestran en la figura 9.

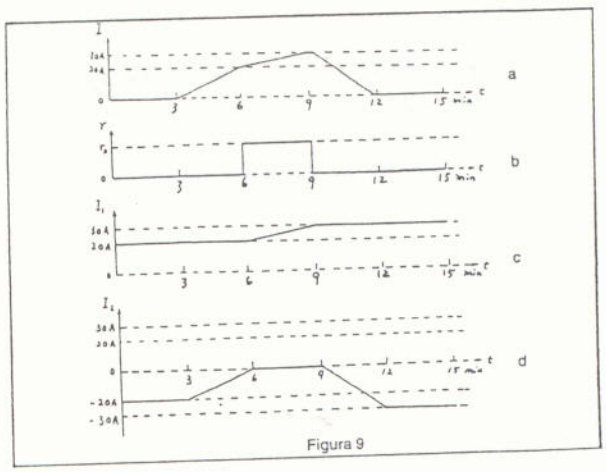


Figura 9

Solución al Problema Teórico 3:

1.Cuando el disco A choca con el disco B, sea n el vector unitario a lo largo de la normal a las superficies en el punto de contacto y sea t el vector unitario tangencial como se muestra en la figura. Sea φ el ángulo entre n y el eje x. Entonces se tiene

$$b = (R_A + R_B)\operatorname{sen}\varphi$$

Las componentes del momento de A y B a lo largo de n y t antes de la colisión son:

$$mV_{An} = mV\cos\varphi, \qquad mV_{Bn} = 0,$$

$$mV_{At} = mV\operatorname{sen}\varphi, \qquad mV_{Bt} = 0.$$

Denotando las componentes del momento correspondientes a A y a B después de la

colisión por mV'_{An}, mV'_{Bn}, mV'_{At} y mV'_{Bt}. Sean ω_A y ω_B las velocidades angulares de A y B alrededor de los ejes que pasan por sus centros después de la colisión, e I_A e I_B sus respectivos momentos de inercia. Entonces,

$$I_A = \frac{1}{2}mR_A^2 \qquad I_B = \frac{1}{2}mR_B^2$$

La conservación del momento da

$$mV\cos\varphi = mV'_{An} + mV'_{Bn} \tag{1}$$

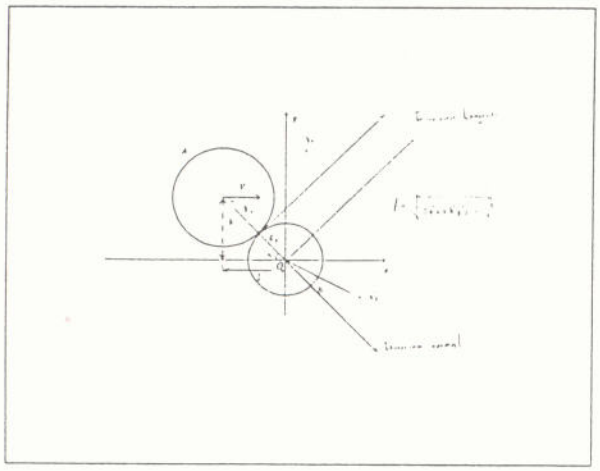
$$mV\,\text{sen}\,\varphi = mV'_{At} + mV'_{Bt} \tag{2}$$

La conservación del momento angular alrededor del eje que pasa por O da

$$mVb = mV'_{At}(R_A + R_B) + I_A\omega_A + I_B\omega_B \tag{3}$$

El impulso de la fuerza de fricción ejercida en B durante la colisión producirá un cambio de momento de mV'_{At} a lo largo de t y produce un momento angular $I_B\omega_B$ simultáneamente. Estos se relacionan por medio de

$$mV'_{Bt} = I_B\omega_B \tag{4}$$



Durante la colisión en el punto de contacto A y B adquieren las mismas velocidades tangenciales, por lo tanto

$$V'_{At} - \omega_A R_A = V'_{Bt} + \omega_B R_B \tag{5}$$

se encuentra que las magnitudes de las velocidades relativas a lo largo de la dirección normal de los dos discos antes y después de la colisión son iguales, i. e.

$$V\cos\varphi = V'_{Bn} - V'_{An} \tag{6}$$

De las ecuaciones 1 y 6 se obtiene

$$V'_{An} = 0,$$

$$V'_{Bn} = V\cos\varphi$$

De las ecuaciones 2 y 5 se obtiene

$$V'_{At} = \frac{5}{6}V\,\text{sen}\,\varphi,$$

$$V'_{Bt} = \frac{1}{6}V\,\text{sen}\,\varphi,$$

$$\omega_A = \frac{V\,\text{sen}\,\varphi}{3R_A},$$

$$\omega_B = \frac{V\,\text{sen}\,\varphi}{3R_B}.$$

Las componentes x e y de las velocidades después de la colisión son:

$$V'_{Ax} = V'_{An}\cos\varphi + V'_{At}\,\mathrm{sen}\,\varphi = \frac{5Vb^2}{6(R_A + R_B)^2} \tag{7}$$

$$V'_{Ay} = -V'_{An}\,\mathrm{sen}\,\varphi + V'_{At}\cos\varphi = \frac{5Vb\sqrt{(R_A + R_B)^2 - b^2}}{6(R_A + R_B)^2} \tag{8}$$

$$V'_{Bx} = V'_{Bn}\cos\varphi + V'_{Bt}\,\mathrm{sen}\,\varphi = [1 - \frac{5b^2}{6(R_A + R_B)^2}\ ] \tag{9}$$

$$V'_{By} = -V'_{Bn}\,\mathrm{sen}\,\varphi + V'_{Bt}\cos\varphi = -\frac{5Vb\sqrt{(R_A + R_B)^2 - b^2}}{6(R_A + R_B)^2} \tag{10}$$

2.Después de la colisión, la energía cinética del disco A es

$$E'_A = \frac{1}{2}m(V'^2_{Ax} + V'^2_{Ay}) + \frac{1}{2}I_A\omega_A^2 = \frac{3mV^2b^2}{8(R_A + R_B)^2} \tag{11}$$

mientras la energía cinética del disco B es

$$E'_B = \frac{1}{2}m(V'^2_{Bx} + V'^2_{By}) + \frac{1}{2}I_B\omega_B^2 = \frac{1}{2}mV^2[1 - \frac{11b^2}{12(R_A + R_B)^2}\ ] \tag{12}$$



Participantes de la V Olimpiada Nacional de Física. Fotografía: Archivo de la Academia de la Investigación Científica.

SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DE LA XXV OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA

12-18 de julio de 1994
Beijing, República Popular de China.

E. Margarita Puente Leos
Facultad de Ciencias, UNAM

A continuación se presenta la traducción de las soluciones oficiales a los problemas del examen experimental correspondiente a la XXV Olimpiada Internacional de Física que tuvo lugar en Beijing, República Popular de China, del 12 al 18 de julio de 1994, y cuyos enunciados se presentaron en el *Boletín* Vol. 8, Núm. 3, 1994.

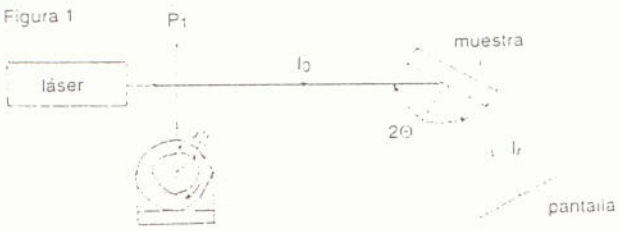
Solución al problema experimental 1.

1.a. Usando $R_p = 0$ en el ángulo de Brewster, donde R_p es el coeficiente de reflexión de la componente p Rotando $\Psi_1 \rightarrow 2\theta \rightarrow \Psi_1$ 2θ hasta $I_r = 0$

Ψ_1	140.0°	322.0°	141.0°	322.5°
θ	56.4°	56.4°	56.2°	56.2°

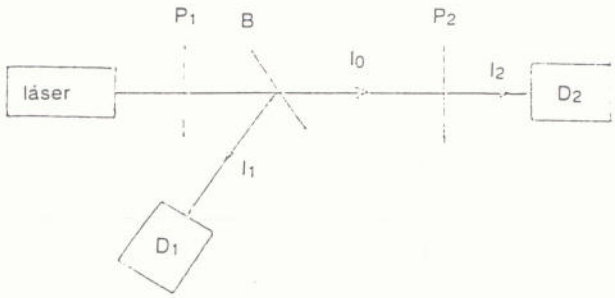
$\Psi_1 = 140.5°$ ó $322.3°$ para la componente p. El ángulo de Brewster θp es $56.3°$

Figura 1



1.b.

Figura 2



donde

$P_1 P_2$	Dos polarizadores.
B	Divisor de haz.
D_1	Detector de intensidad luminosa para corregir los cambios del rayo incidente I_0.
D_2	Detector de intensidad luminosa para medir la intensidad de luz del rayo transmitido.

Usando la ley de Haws $I(\theta) = I0 \cos^2\theta$ y con

$i_1(\theta)$	Lectura de D_1.
$i_2(\theta)$	Lectura de D_2.
$\Psi_2(\theta)$	El ángulo de rotación de P_2.

Si $i_2(90) = 0$ en $\Psi_2(90)$,

entonces

$$\theta = | \Psi_2 - \Psi_2(90) \pm 90° |.$$

VALORES EXPERIMENTALES. $\Psi_2(90) = 4°$

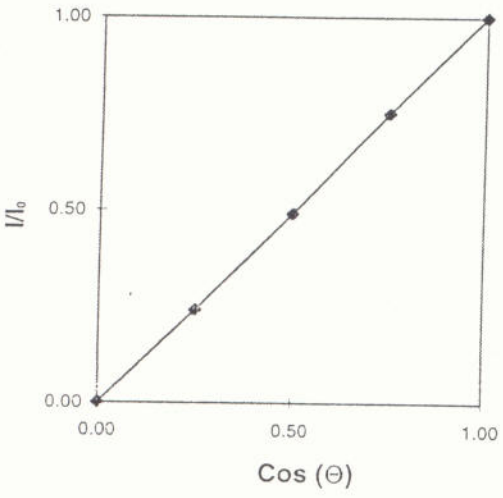
Ψ_2	94.0°	64.0°	49.0°	34.0°	4.0°
θ	0.0°	30.0°	45.0°	60.0°	90.0°
$i_1(\theta)$ μA	6.3 x 1	5.7 x 1	5.7 x 1	5.7 x 1	5.7 x 1
$i_2(\theta)$ μA	18.7 x 5	12.7 x 5	8.2 x 5	4.0 x 5	0.0 x 5

VALORES CALCULADOS:

$$\frac{I(\theta)}{I_0} \equiv \frac{i_2(\theta)}{i_1} \cdot \frac{i_1(0^\circ)}{i_2(0^\circ)}$$

θ	0.0°	30.0°	45.0°	60.0°	90.0°
$\cos^2\theta$	1.00	0.75	0.50	0.25	0.00
$I(\theta) / I_0$	1.00	0.75	0.49	0.24	0.00

Figura 3

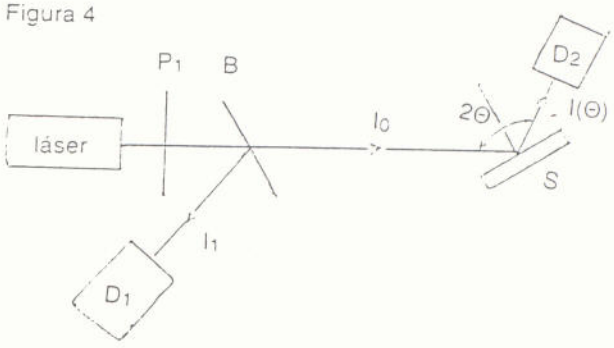


1.c.

de la figura

P_1	Polarizador
B	Divisor de haz
L	Láser
S	Muestra
D_1	Detector para corregir los cambios del rayo incidente I_0
D_2	Detector para medir la intensidad de luz del rayo reflejado
$i_1(\theta)$	Lectura de D_1
$i_2(\theta)$	Lectura de D_2
$R_p(\theta)$	Coeficiente de reflexión de la componente p

Figura 4



$$Rp(\theta) = \frac{I(\theta)}{I_0} = \frac{i_2(\theta)}{i_0} = \frac{i_2(\theta)/i_1(\theta)}{i_{20}/i_{10}}$$

i_{20} lectura de D_2
i_{10} lectura de D_1, mientras se mide i_{20}
$\Psi_1 = 140.5^\circ$

COEFICIENTE DE REFLEXIÓN DE LA COMPONENTE p

ángulo de incidencia θ(°)	corriente de D_2 $i_2(\mu A)$	corriente de D_1 $i_1(\mu A)$	R(θ)
5	15.1 x 0.2	11.1	0.037
10	14.9 x 0.2	11.2	0.036
20	13.3 x 0.2	11.1	0.032
30	11.4 x 0.2	12.2	0.025
40	7.8 x 0.2	14.7	0.014
50	2.3 x 0.2	16.9	0.0037
53	0.7 x 0.2	11.3	0.0017
55	0.3 x 0.2	11.3	0.00059
56.3 (obscuro)	~0	11.5	~0
58	0.3 x 0.2	11.5	0.0007
60	1.1 x 0.2	13.5	0.0024
64	6.5 x 0.2	16.7	0.011
66	7.8 x 0.2	11.8	0.18
68	16.3 x 0.2	15.0	0.029
72	5.3 x 1	11.7	0.061
76	13.1 x 1	14.0	0.13
80	4.4 x 5	11.7	0.25
84	9.1 x 5	14.5	0.42

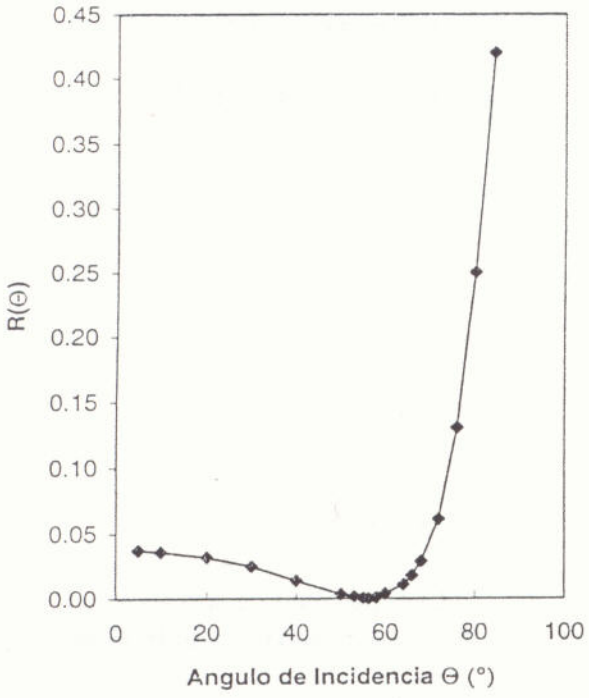


Fig. 5. Gráfica del coeficiente de reflexión de la componente *p* como función del ángulo de incidencia en lucita.

3. El diagrama óptico y la fórmula son las mismas que en el inciso 1.c., pero

$$\Psi_1 \text{ en } (140.5^\circ + 90^\circ) = 230.5^\circ$$

Valores:

$i_{20} = 15.1 \times 5\,\mu A$
$i_{10} = 7.2 \times 1\,\mu A$
$\Psi_1 = 230.5^\circ$

θ	$i_2(\theta)(\mu A)$	$i_1(\theta)(\mu A)$	$Rs(\theta)(\%)$
5.0°	15.5 x 0.2	7.0 x 1	4.2
10.0°	14.5 x 0.2	6.0 x 1	4.6
20.0°	24.0 x 0.2	9.3 x 1	4.9
30.0°	5.5 x 1	9.3 x 1	5.6
40.0°	7.0 x 1	9.0 x 1	7.4
50.0°	10.1 x 1	9.0 x 1	10.7
60.0°	15.7 x 1	9.0 x 1	16.6
65.0°	19.7 x 1	9.0 x 1	20.9
70.0°	5.2 x 5	9.0 x 1	27.5
75.0°	6.9 x 5	9.2 x 1	35.8
80.0°	9.2 x 5	9.2 x 1	47.7
85.0°	12.0 x 5	9.2 x 1	62.2

Método 1

$$n = tg\,\theta_\beta$$

$$\theta_\beta = 56.3 \pm 0.5^\circ$$
$$n = 1.50 \pm 0.02$$

Método 2

$$R(0) = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

$$R(0) = 0.038 \pm 0.004$$

$$\sqrt{0.038} = \frac{n-1}{n+1}$$

$$n = 1.48 \pm 0.04$$

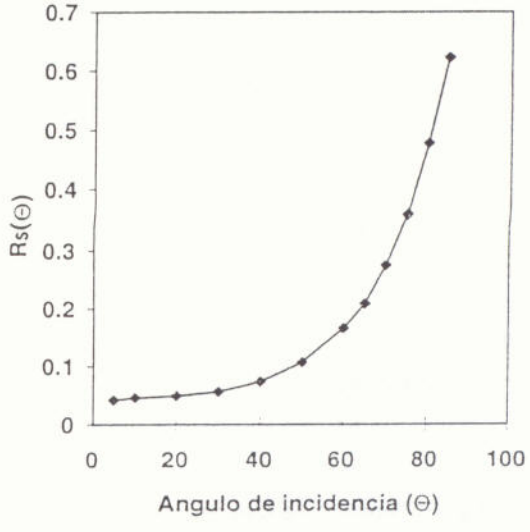


Fig. 6. Coeficiente de reflexión de la componente *s* en función del ángulo de incidencia.

Solución al problema experimental 2

El esquema del circuito se muestra en la figura 7.

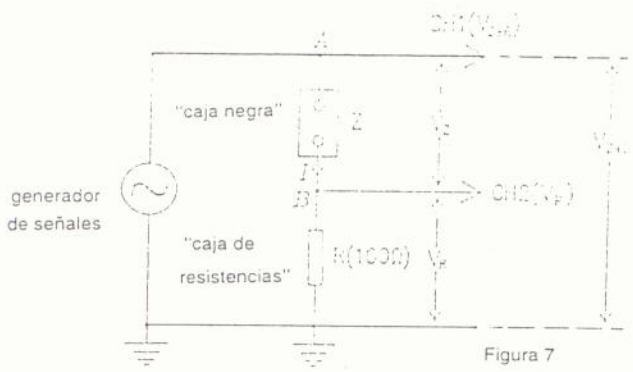


Figura 7

$$I = \frac{V_R}{R}$$

$$Z+R = \frac{V_{Z+R}}{I} = \frac{V_{Z+R}}{V_R} R$$

Esta solución corresponde al circuito de la figura.

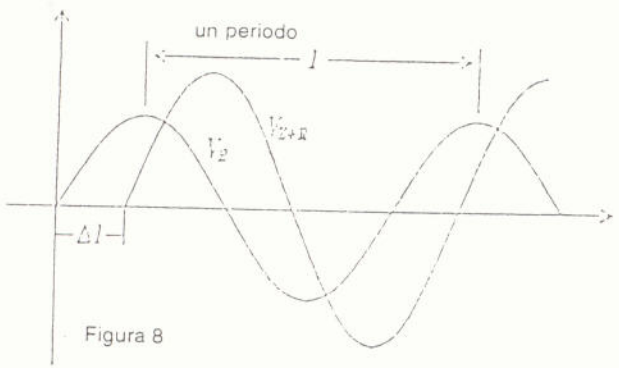


Figura 8

Fig. 8. Diferencia de fase $\Delta\Phi$ entre V_{Z+R} y V_R (*i.e.* I)

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta t}{T} 2\pi$$

A partir de los resultados de la tabla "Magnitud de la impedancia" y la de "Diferencia de fase en función de frecuencia", figuras 9 y 10, obtenemos

1). La resonancia (mínima de Z) ocurre en
$f_0 \equiv 1.20 \times 10^3$ Hz

2). $f \ll f_0$
$Z \propto 1/f$
$\Delta\Phi \equiv \pi / 2$

La impedancia de la caja negra a frecuencias bajas está dominada por una capacitancia

3). $f \equiv f_0$
$Z \propto f$
$\Delta\Phi \equiv \pi/2$

La impedancia de la "caja negra" a frecuencias altas está dominada por una inductancia.

4) Circuito equivalente de la caja negra *r*, *L* y *c* conectados en serie.

Magnitud de la impedancia en función de la frecuencia R = 100 Ω

$f(x10^3 Hz)$	$U_{Z+R}(V_{PP})$	$U_R(mV_{PP})$	$Z+R(x10^3\Omega)$
0.100	0.600	22.0	2.73
0.200	0.600	45.0	1.33
0.400	0.600	94.0	0.638
0.700	0.300	92.0	0.326
0.900	0.300	121	0.248
1.00	0.300	136	0.220
1.10	0.300	140	0.214
1.16	0.300	141	0.213
1.25	0.300	140	0.214
1.50	0.300	120	0.250
2.00	0.300	88.0	0.341
4.00	0.600	78.0	0.769
8.00	0.600	38.0	1.58
15.0	0.600	20.0	3.00
30.0	0.600	10.0	6.00
50.0	0.600	6.0	10.0

A frecuencias bajas $Z_L \approx$ en la figura 11.
La Figura 11 puede considerarse como un circuito *RC* en serie.

De la Fig. 12 $|V_C| = |V_{Z+R}| \operatorname{sen}\Delta\Phi$

$$\frac{1}{\omega C} = Z_C = \frac{V_C}{I} = \frac{|V_{Z+R}|}{V_R}^{x\operatorname{sen}\Delta\Phi} xR$$

$$C \cong 0.583\ \mu f$$

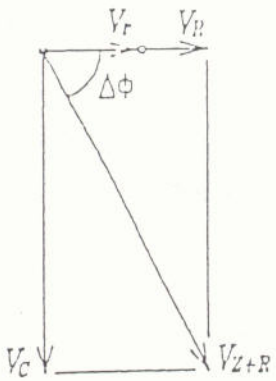


Figura 12

A frecuencias altas $Z_C \approx 0$ en la figura 11.

La figura 11 puede considerarse como un circuito *RC* en serie.

De la figura 7

$$|V_L| = |V_{Z+R}| \operatorname{sen}\Delta\Phi$$

$$\Omega L = Z_L = \frac{V_L}{I} = \frac{|V_{Z+R}|}{V_R}^{x\operatorname{sen}\Delta\Phi} R$$

$$L = 31.8\ \text{mH}$$

Estimación de errores

1). Resistencia *r* a una frecuencia de resonancia f_0

$$r+R = \frac{V_{Z+R}}{V_R} R$$

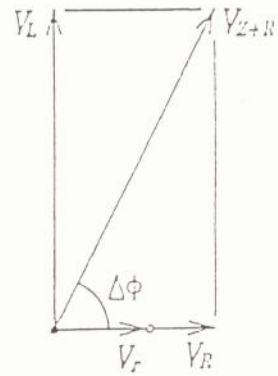


Figura 13

$$\Delta\frac{V_{Z+R}}{V_{Z+R}} \cong 4\%, \Delta\frac{V_R}{V_R} \cong 4\%, \frac{\Delta R}{R} \cong 0.5\% \Delta\frac{r}{r} \cong 13\%$$

$$\frac{\Delta r}{r} 13\%$$

2) **Capacidad C:** (Despreciar el error en la lectura de frecuencia)

$$\frac{1}{\omega C} = Z_C = \frac{|V_{Z+R}|}{V_R}^{x\operatorname{sen}\Delta\Phi} R$$

$$\frac{\Delta V_{Z+R}}{V_{Z+R}} \cong 4\%, \frac{\Delta V_R}{V_R} \cong 4\%, \frac{\Delta R}{R} \cong 0.5\%$$

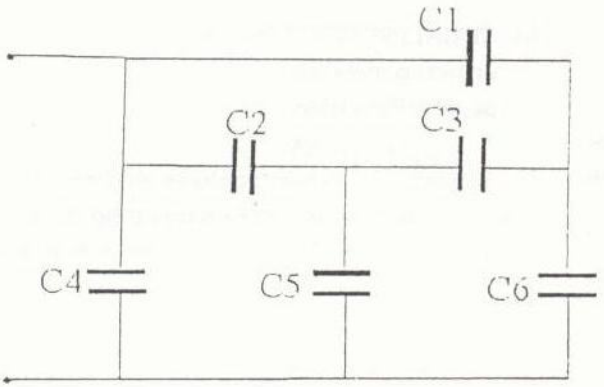
$$\frac{\Delta \operatorname{sen}\Delta\Phi}{\operatorname{sen}\Delta\Phi} \cong 1\%$$

$$\frac{\Delta C}{C} \cong 10\%$$

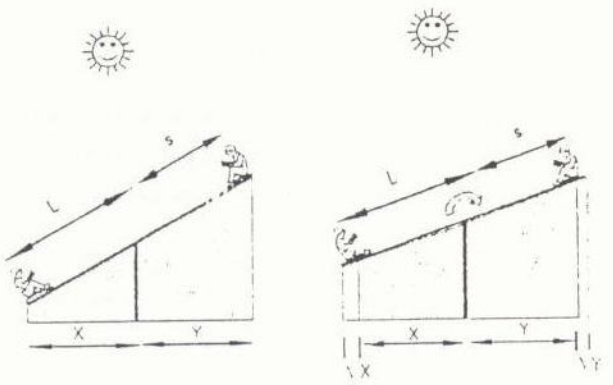
3) **Inductancia L:** Similar a los resultados de la capacidad C.

☐ V OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA
SAN LUIS POTOSÍ, SLP
DICIEMBRE DE 1994

Problema 1. Calcule la capacitancia del sistema de condensadores iguales mostrados en la figura. La capacitancia de cada uno es igual a C.

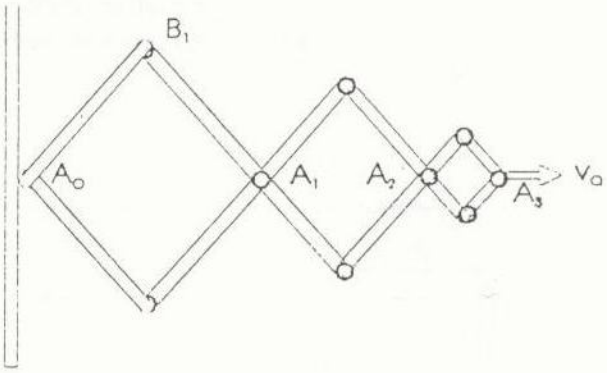


Problema 2. a) Considere el balancín mostrado.



Cuando el sol se encuentra en el cenit, el balancín proyecta una sombra sobre el piso de longitud $X + Y$. Cuando el balancín se inclina a la derecha, la longitud de la sombra se incrementa de un lado por ΔX y del otro por ΔY. Calcule $\Delta X/\Delta Y$ en función de L y de S.

b) Una estructura articulada consiste de ocho varillas que forman tres rombos, como se muestra en la figura. Las longitudes de los lados de los rombos se relacionan como 3:2:1. El vértice A_3 se desplaza horizontalmente con una rapidez V_0. Determine las velocidades de los vértices A_1 y A_2. Determine la velocidad de B_1 cuando los ángulos de los rombos son rectos.

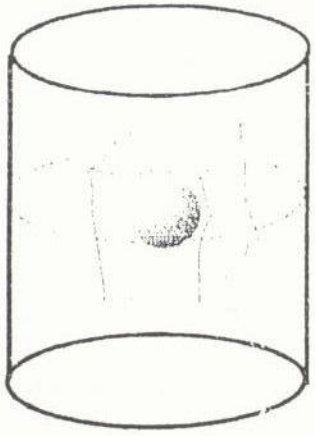


Problema 3. Un cilindro hermético tiene un cubo de hielo de masa $M = 100$ g que flota en agua. La temperatura del agua es de 0° C. Dentro del hielo se halla un balín de plomo de masa $m = 5$ g (véase figura)

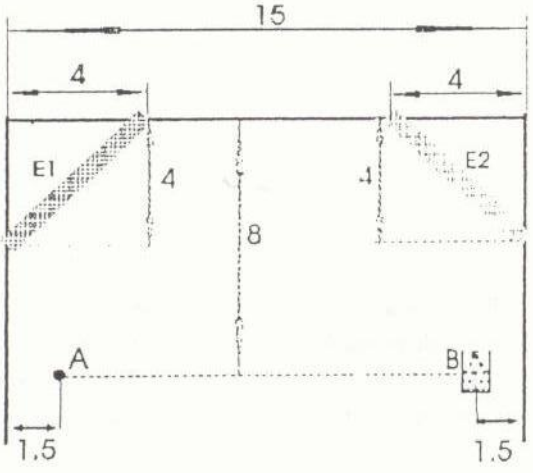
a) ¿Qué cantidad de masa de hielo debe derretirse para que la superficie superior del cubito (sistema balín-hielo) flote a ras del agua?

b) ¿Qué cantidad de calor se necesita para derretir la masa de hielo del inciso anterior?

La densidad del balín de plomo es de 11.3 g/cm^3; la densidad del hielo 0.9 g/cm^3; el calor de fusión del hielo 3.3 x 105 J/kg. (Ayuda, el sistema se hunde si la densidad promedio del sistema balín-hielo es igual a la densidad del agua).



Problema 4. Una persona A, un letrero B y dos espejos se encuentran en un cuarto como se muestra en la figura.



Por construcción a escala investigue lo siguiente:

a) ¿Puede la persona A ver su imagen reflejada en alguno de los dos espejos?

b) El letrero que está en la posición B muestra una letra E. ¿Verá la persona en la posición A la letra E en el espejo E2, invertida (∃)?

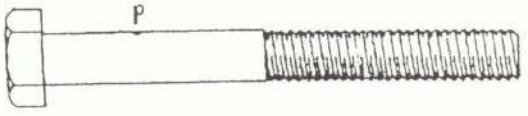
c) La persona A puede ver dos imágenes diferentes de la letra E en el espejo E1.

1. Construya con regla y lápiz la posición de las dos imágenes.
2. ¿Se observan del mismo tamaño? ¿son del mismo tamaño?
3. ¿Se verán invertidas? (∃).
4. ¿Cuál es la distancia de cada imagen al punto A?

Problema experimental 1. *Desplazamiento de un punto.*

MATERIAL PROPORCIONADO:
un perno metálico
papel milimétrico

El propósito del experimento es medir el desplazamiento total de un punto P en un perno metálico. Imagine un punto P en el perno como se muestra en la figura.



Considere que dicho punto se encuentra en el origen, esto es en $P = (0,0,0)$ y que el sentido positivo del eje X esta dirigido hacia afuera del papel, el del eje Y hacia su derecha sobre el papel y el del eje Z hacia arriba también sobre el plano del papel.

a) Encuentre el desplazamiento total D_a y las nuevas coordenadas (X_a, Y_a, Z_a) del punto P cuando el perno avanza una vuelta hacia la derecha.

b) Encuentre (X_b, Y_b, Z_b) y D_b para cuando avanza 1/2 vuelta.

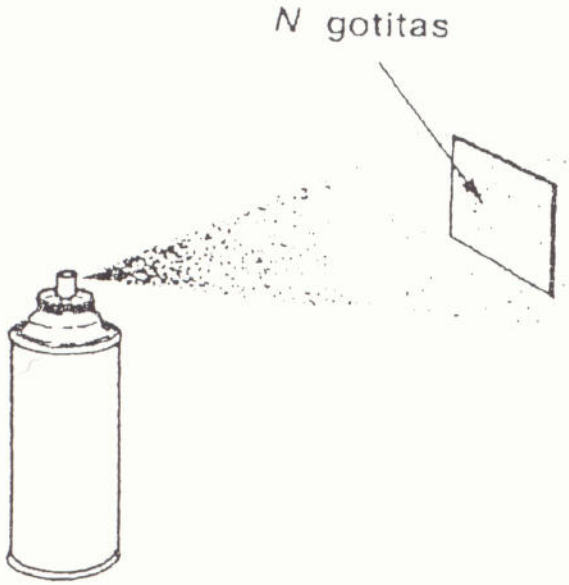
c) Encuentre (X_c, Y_c, Z_c) y D_c para 1/4 de vuelta.

En todos los casos haga un análisis y estimación de errores.

Problema experimental 2. *Decaimiento de un aerosol de pintura.*

La razón de decaimiento de un bote de pintura en aerosol puede ser medida contando su "actividad" en el transcurso del tiempo. Podemos definir "actividad" como el número de gotitas de pintura que el bote emite por unidad de tiempo.

Al accionarse el bote inicialmente, se coloca un cartón por espacio de un segundo enfrente del chorro de pintura como lo muestra la figura.



Al minuto de accionarse continuamente el bote, se coloca un nuevo cartón y se encuentra que el número de gotitas que inciden en el cartón ha descendido a 84%. El proceso de colocación de cartones por un segundo, se repite cada minuto sin que el bote deje de accionarse. De esta manera la pintura se va acabando, o en otras palabras el bote va sufriendo un proceso de decaimiento. Los resultados del proceso se muestran a continuación.

Minutos transcurridos	*Por ciento de la actividad inicial*	*Minutos transcurridos*	*Por ciento de la actividad inicial*
0	100	6	34
1	84	7	27
2	70	8	24
3	59	9	20
4	49	10	17
5	41		

a) Grafique la actividad en función del tiempo.

b) ¿Estime gráfica y analíticamente qué porciento de actividad tendrá el bote después de 12 minutos? Estime errores.

c) ¿Aproximadamente qué fracción de actividad se pierde por minuto?

d) ¿Cuántos minutos deben pasar para que quede sólo la mitad de la pintura?

Salvador Galindo
Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares

B E C A S : BENEFICIOS PARA ESTUDIOS DE POSGRADO

A Matrícula y colegiatura
B Asignación mensual para manutención
C Hospedaje
D Ayuda para gastos de instalación
E Transporte aéreo (viaje redondo)
F Seguro o asistencia médica
G Apoyo para material didáctico
H Asignación para viajes internos
I Ayuda para impresión de tesis
J Ayuda para ropa de invierno
K Transporte aéreo sólo de regreso
L Transporte aéreo sólo de ida

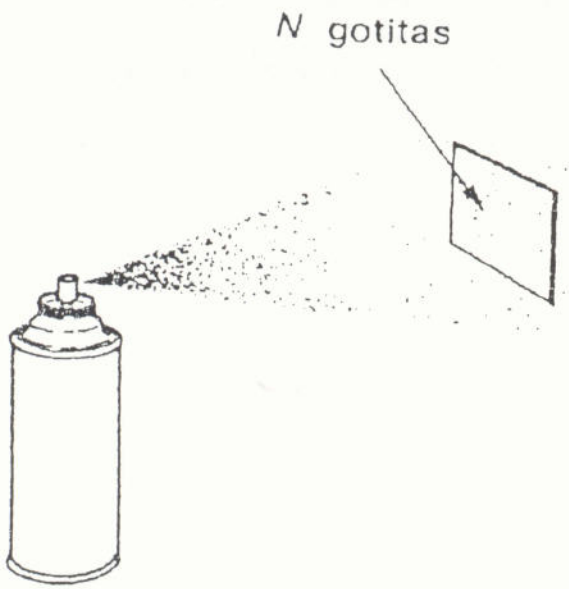
Para confirmación sobre fechas, requisitos y beneficios específicos se deberán consultar los términos de la respectiva convocatoria.

País	Beneficios	Cierre de convocatoria
Argentina	ABF	
Alemania	ABDEF	octubre
Belice	ABF	
Brasil	ABF	
Bulgaria	ABF	
Canadá	ABDEF	noviembre
Costa Rica	ABF	
Ecuador	ABDGH	
Egipto	BDFH	
El Salvador	ABF	
EUA Comisión Mex-EUA		
Guatemala	ABF	
Hungría	ABCFGH	
Israel	ABF	diciembre
Nicaragua	AC	
OEA	ABE	noviembre
Panamá	ABF	
Perú	ABF	
Polonia	ABCF	noviembre
Suecia	BF	noviembre
Suiza	BK	noviembre
Uruguay	ABF	
Venezuela	ABF	

Problema experimental 2. *Decaimiento de un aerosol de pintura.*

La razón de decaimiento de un bote de pintura en aerosol puede ser medida contando su "actividad" en el transcurso del tiempo. Podemos definir "actividad" como el número de gotitas de pintura que el bote emite por unidad de tiempo.

Al accionarse el bote inicialmente, se coloca un cartón por espacio de un segundo enfrente del chorro de pintura como lo muestra la figura.



Al minuto de accionarse continuamente el bote, se coloca un nuevo cartón y se encuentra que el número de gotitas que inciden en el cartón ha descendido a 84%. El proceso de colocación de cartones por un segundo, se repite cada minuto sin que el bote deje de accionarse. De esta manera la pintura se va acabando, o en otras palabras el bote va sufriendo un proceso de decaimiento. Los resultados del proceso se muestran a continuación.

Minutos transcurridos	*Por ciento de la actividad inicial*	*Minutos transcurridos*	*Por ciento de la actividad inicial*
0	100	6	34
1	84	7	27
2	70	8	24
3	59	9	20
4	49	10	17
5	41		

a) Grafique la actividad en función del tiempo.

b) ¿Estime gráfica y analíticamente qué porciento de actividad tendrá el bote después de 12 minutos? Estime errores.

c) ¿Aproximadamente qué fracción de actividad se pierde por minuto?

d) ¿Cuántos minutos deben pasar para que quede sólo la mitad de la pintura?

Salvador Galindo
Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares

B E C A S : BENEFICIOS PARA ESTUDIOS DE POSGRADO

A Matrícula y colegiatura
B Asignación mensual para manutención
C Hospedaje
D Ayuda para gastos de instalación
E Transporte aéreo (viaje redondo)
F Seguro o asistencia médica
G Apoyo para material didáctico
H Asignación para viajes internos
I Ayuda para impresión de tesis
J Ayuda para ropa de invierno
K Transporte aéreo sólo de regreso
L Transporte aéreo sólo de ida

Para confirmación sobre fechas, requisitos y beneficios específicos se deberán consultar los términos de la respectiva convocatoria.

País	Beneficios	Cierre de convocatoria
Argentina	ABF	
Alemania	ABDEF	octubre
Belice	ABF	
Brasil	ABF	
Bulgaria	ABF	
Canadá	ABDEF	noviembre
Costa Rica	ABF	
Ecuador	ABDGH	
Egipto	BDFH	
El Salvador	ABF	
EUA Comisión Mex-EUA		
Guatemala	ABF	
Hungría	ABCFGH	
Israel	ABF	diciembre
Nicaragua	AC	
OEA	ABE	noviembre
Panamá	ABF	
Perú	ABF	
Polonia	ABCF	noviembre
Suecia	BF	noviembre
Suiza	BK	noviembre
Uruguay	ABF	
Venezuela	ABF	

☐ SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DE LA V OLIMPIADA METROPOLITANA DE FÍSICA

8 de octubre de 1994
UAM-Iztapalapa

E. Margarita Puente Leos
Facultad de Ciencias, UNAM

A continuación se presentan las soluciones a los problemas del examen correspondiente a la 5a. Olimpiada de Física en su fase regional en el Distrito Federal y cuyos enunciados se presentaron en un *Boletín* anterior (Vol. 8 Núm. 4, 1994). La sede de la 5a. Olimpiada Metropolitana de Física fue la Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa y se realizó el 8 de octubre de 1994 a las 10 horas. El comité que se encargó de diseñar el examen estuvo formado por el M. en C. José Luis Jiménez, el Dr. Francisco Uribe, el Dr. Jorge Sánchez y el Dr. Eliezer Braun de la UAM- Iztapalapa, la Fís. Adriana Bravo del CUC-UNAM, el M. en C. Roberto Sayavedra y la Fís. Margarita Puente de la Facultad de Ciencias, UNAM[1].

Solución al problema 1

El carro tiene momento sólo en la dirección horizontal. La lluvia cae verticalmente y no tiene ninguna componente horizontal del momento para añadirle al vagón. Por lo tanto, el momento no cambia. Sin embargo, la masa del carro cambia ya que aumenta debido a la masa de agua de lluvia acumulada durante el aguacero. Si hay un aumento de masa, para que el momento permanezca constante, la velocidad debe disminuir. De esta manera, el vagón va frenando conforme se acumula la lluvia y la energía cinética disminuye de igual manera

$$Ec = \frac{1}{2}(mv)v = \frac{1}{2}(\text{momento})v$$

Al dejar de llover, la masa se conserva y la velocidad es constante, aun cuando se abra el desagüe en el fondo del vagón. La velocidad del carro no cambia ya que se trata de un vagón que se mueve sin fricción y por lo tanto ninguna fuerza actúa sobre el vagón.

El agua cae con la misma velocidad horizontal que llevaba cuando estaba en el vagón. De la misma manera que sucede con un objeto que se arroja por la ventana de un auto en movimiento. Por lo tanto, el agua que sale lleva consigo su momento y su energía cinética y el vagón se queda con un momento y una energía cinética menores.

Solución al problema 2

Luis tiene razón: siendo una superficie lisa, el pez ve todo lo que sobresale sobre la línea de la orilla, independientemente de la profundidad a la que nade. De todas formas, ve todo el "semimundo" que hay por encima del agua dentro de un cono de ángulo de abertura θ, de tal manera que $\text{sen}\theta = 1/n = 3/4$, o sea $q = 48.5°$. (Con un ángulo algo mayor ve objetos bajo el agua que se reflejan totalmente en la superficie, en donde aparecen brillantes.

Solución al problema 3

(Problema y solución propuestos por el M. en C. Roberto Sayavedra Soto)

De acuerdo al arreglo, basta jalar el imán y soltarlo para tener generación de energía eléctrica durante largo tiempo, ya que el resorte tiene una alta elasticidad.

Se sabe que los motores, al igual que los generadores, tienen una armadura o rotor que gira dentro de un campo magnético. Por lo que los motores, cuando funcionan, generan también una fuerza electromotriz. Esta FEM inducida se llama FEM opuesta, debido a que su polaridad es contraria a la

1 Debido al tipo de problemas, no se tienen soluciones únicas y aquí sólo se presentan algunas posibles soluciones.

que produce el voltaje de línea y tiende a reducir la corriente que existe en la bobinas de la armadura. (¿Qué ocurriría si esta corriente contraria no existiera?)

Puesto que los motores y los generadores son dos mecanismos opuestos, ya que los dos tienen un estator y un rotor, y bajo ciertas condiciones un motor puede funcionar como generador y al revés, se puede afirmar que también en los generadores se produce una fuerza electromotriz que se opone al movimiento del rotor.

En el caso del problema, el imán produce una corriente en la bobina debido a su movimiento vertical, esta corriente circula por los alambres y enciende al foco, pero también se produce una FEM que se va a oponer al flujo de corriente y, por lo tanto, se generará un campo magnético contrario al del imán y lo frenará, a pesar de que el resorte sea muy elástico.

Conforme aumente la cantidad de corriente que circula por la bobina, mayor es la fuerza electromotriz que se opone al movimiento del imán, por lo que se requerirá de un mayor esfuerzo para jalar al imán.

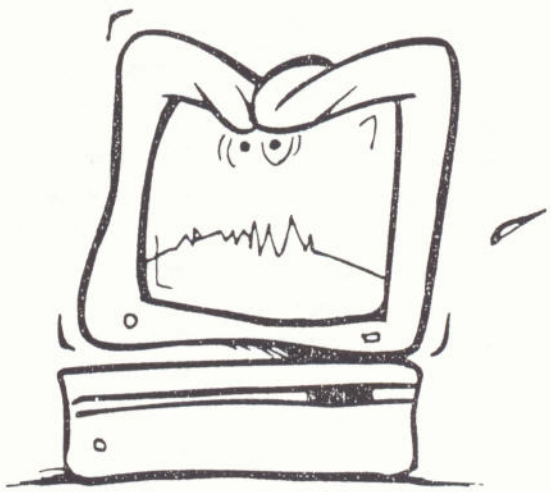
Solución al problema 4

Si las distancias entre las esferas a partir del extremo inferior de la cuerda (que al principio tocaba el suelo) siguen una serie cuadrática 1,4,9,..., los tiempos de caída están en relación lineal 1,2,3,... Se oye un tamborileo uniforme que en el problema tendrá un intervalo de 0.325s entre cada dos golpes. Si el extremo de la cuerda con la esfera más baja cuelga a una cierta altura (h), el tiempo de caída aumenta más sensiblemente en los tramos cortos que en los largos y el tamborileo va haciéndose más lento hacia el final. Lo inverso sucede cuando el extremo de la cuerda se arrastra algo por el suelo.

Solución al problema 5

Después de realizar el experimento lo que se encontró es que depende del tiempo que transcurre antes de beber el café. Si el tiempo es corto, menos de 10 min., conviene poner la crema justo antes de beberlo. Si el tiempo es de aproximadamente 10 min., es indiferente cuándo se ponga la crema, y si se tarda más de 10 min., conviene poner la crema cuando sirven el café. Cuando se agrega la crema, la temperatura del café desciende bruscamente. Además, debido a la ley de enfriamiento de Newton, al aumentar la masa, agregando la crema, la rapidez de descenso de la temperatura se vuelve menor. La crema también provoca un cambio, aunque ligero en el color del café, lo cual ya no lo hace tan cuerpo negro.

Las respuestas de los alumnos a este problema fueron muy variadas y lo que se evaluó fue el análisis que hicieron. Hay muchas opciones.



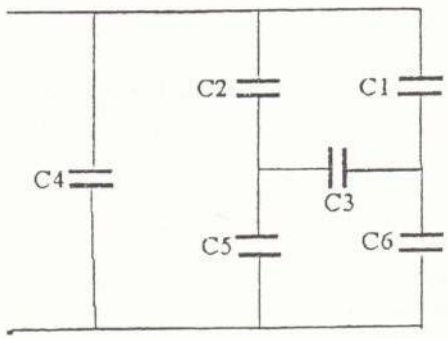
SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DE LA V OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA

San Luis Potosí, SLP
Diciembre de 1994*

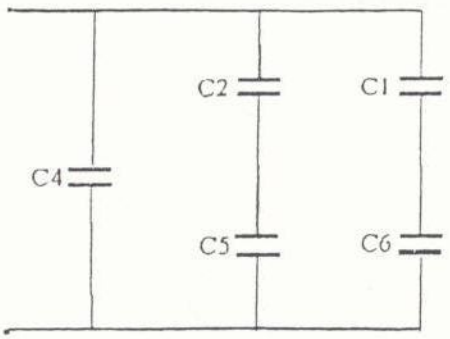
Salvador Galindo, ININ

Solución al problema 1

Es conveniente dibujar el diagrama eléctrico como se muestra en la figura (a). De la simetría de la gráfica se deduce que la diferencia de potencial entre las placas del condensador C3 es cero. Por lo tanto el condensador no está cargado, lo que implica que puede quitarse como lo muestra la figura (b). Utilizando esta gráfica se obtiene que la capacitancia es igual a 2C.



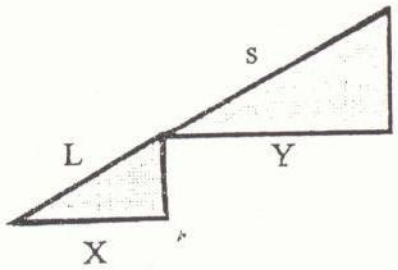
(a)



(b)

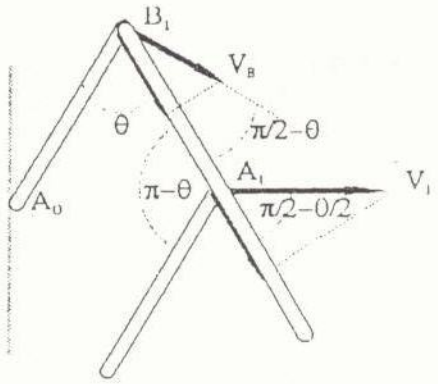
Solución al problema 2

a) Considere la siguiente figura.



Por ser triángulos semejantes $X/Y = L/s$.
De manera análoga $(X + \Delta X)/(Y + \Delta Y) = L/s$.
Por lo que, $X/Y = (X + \Delta X)/(Y + \Delta Y)$.
De donde $\Delta Y/\Delta X = Y/X$, o bien, $\Delta Y/\Delta X = s/L$.

b) El desplazamiento ΔX del punto A_3 es igual a $V_0\Delta T$ y es consecuencia de los "alargamientos" (desplazamientos relativos) individuales de los puntos A_1, A_2 y A_3. De manera que $\Delta X = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$. Como los lados de los rombos tienen una relación 3:2:1, utilizando el resultado del problema anterior podemos escribir, $\Delta X = 3\Delta l_3 + 2\Delta l_3 + \Delta l_3$.



* Solución a los problemas aparecidos en el *Boletín de la SMF* Vol. 9, Núm. 3, julio-septiembre, 1995.

Simplificando $\Delta 1_3 = (V_0\Delta t)/6$. Entonces la velocidad del punto A_1 será igual a

$$V_1 = \frac{3\Delta 1_3}{\Delta t} = \frac{3V_0\Delta t}{6\Delta t} = \frac{V_0}{2};$$

la velocidad del punto A_2 será igual a

$$V_2 = \frac{2\Delta 1_3 + 3\Delta 1_3}{\Delta t} = \frac{5}{6}V_0.$$

Para hallar la velocidad V_B del punto B_1 hacemos notar que dicho punto se mueve a lo largo de una circunferencia de radio A_0B_1 con el centro en el punto A_0. Por lo tanto, la velocidad V_B es tangente a A_0B_1. Además, como los puntos B_1 y A_1 están sobre la misma varilla, las proyecciones de los puntos B_1 y A_1 sobre ésta deben ser iguales.

Sea θ el ángulo $A_0B_1A_1$; entonces se puede escribir:

$$V_B \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = V_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}\right),$$

de donde

$$V_B = V_1 \frac{sen\,\frac{\theta}{2}}{sen\theta} = \frac{V_1}{2\cos\frac{\theta}{2}} = \frac{V_0}{4\cos\frac{\theta}{2}}.$$

Para $\theta = \pi/2$ se tiene:

$$V_B = \frac{V_0\sqrt{2}}{4}.$$

Solución al problema 3

Al irse derritiendo el hielo, el sistema se irá hundiendo. El sistema comienza a ser cubierto por el agua cuando la densidad promedio del sistema balín-hielo es igual a la del agua, esta condición puede expresarse como:

$$\frac{M_R + m}{V} = \rho_{H_2O},$$

donde m es la masa del balín y M_R es la masa del hielo que no se ha derretido.

Pero el volumen del sistema es igual a la suma de sus volúmenes individuales,

$$V = \frac{M_R}{\rho_H} + \frac{m}{\rho_{pb}}$$

Por ello,

$$M_R + m = \rho_{H_2O}\left(\frac{M_R}{\rho_H} + \frac{m}{\rho_{pb}}\right)$$

Despejando se obtiene M_R,

$$M_R = \left(\frac{(\rho_{pb} - \rho_{H_2O})\,\rho_H}{(\rho_{H_2O} - \rho_H)\,\rho_{pb}}\right) m = 8.2 \times m.$$

La masa de hielo m que debe derretirse es:

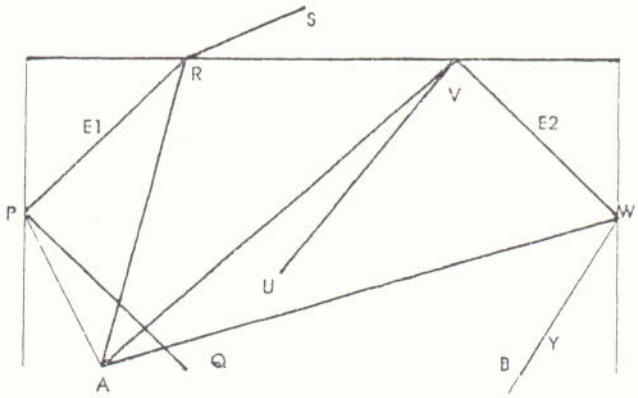
$$\Delta m = M - M_R = 100g - (8.2 \times 5g) = 59g.$$

Para derretir esa masa es necesario emplear la siguiente cantidad de calor:

$$Q = K \cdot \Delta m = 3.3 \cdot 10^5 J/Kg \cdot 59 \cdot 10^{-3} g = 19.5 \cdot 103\ J.$$

Solución al problema 4

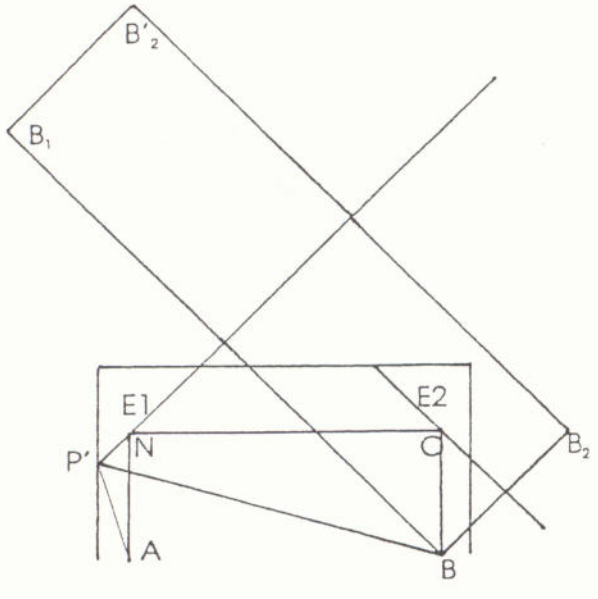
a) Una manera de resolver el problema es considerar al espejo como una "ventana" que asoma al espacio de las imágenes. En la figura inferior la persona en A dirige su mirada al espejo E1 a lo largo de las direcciones AP y AR. Lo que observa se encuentra limitado por las direcciones PQ y RS. Evidentemente la persona A no se encuentra en el campo de visión. De manera análoga, si observa al espejo E2 a lo largo de AV y AW, el campo de visión se encuentra limitado por VU y WY. Igual que el caso anterior, esta región no contiene a la persona en A. Por lo tanto, A no se observa a sí mismo reflejado en ninguno de los dos espejos.



b) El observador verá la imagen de una E invertida, esto es, Ǝ.

c)

1. En la figura inferior, los rayos de luz viajan de B hacia A desde el espejo E1 de dos maneras distintas. Los rayos van de B a P' a A de manera que al observador en A le parecen venir de la imagen B_1. También viajan de B a O y de O a N (de manera que al observador en A le parecen venir de la imagen B en E2, esto es, desde B_2) y de ahí de N a A, de manera que al observador en A le parecen venir de la imagen B'_2. La imagen B'_2 es la imagen de B_2 en el espejo E1.



2. Puesto que las imágenes en un espejo plano son del mismo tamaño que el objeto, las imágenes B_1 y B'_2 son del mismo tamaño. Como B'_2 está más alejada del punto A que B_1, la primera debe parecer más pequeña. Esto es lo mismo que decir que BONA es más larga que BP'A.

3. B_1 aparece invertida (Ǝ), pero B'_2 ha sido reflejada dos veces por lo que permanece inalterada (E).

4. Un sencillo cálculo nos indica que B_1 se encuentra a 18.4 unidades de A, mientras que B'_2 está a 23 unidades de A.

Solución al problema experimental 1

El papel milimétrico se usará a manera de regla. El perno seleccionado para el experimento tiene 24 hilos (vueltas) por pulgada y un diámetro de 1/4 de pulgada (el estudiante no conoce estos datos). En consecuencia, para conocerlos deberá medirlos. Primero, el estudiante deberá contar el número de hilos que caben en, digamos, 3 cm de papel milimétrico y estimar el error.

En este caso caben 28 ± 1 vueltas en 3 cm, por lo que el paso del perno es de $3/28 \pm (3/27 - 3/29) = 0.107 \pm 0.008$ cm.

Para conocer el diámetro (2R), una posible forma es la de medirlo directamente. Sin embargo, los errores de paralaje pueden ser significativos. Quizás otra manera más eficaz sea la de medir directamente la circunferencia del perno, enrollando una tira de papel milimétrico sobre el mismo. Siguiendo este procedimiento se obtiene $(2R) \times \pi = 2.0 \pm 0.2$ cm, lo que implica un diámetro de $2R = 0.6 \pm 0.1$ cm

a) Para una vuelta completa el desplazamiento del punto P será $D = 0.107 \pm 0.008$ cm. Las nuevas coordenadas serán $(X_a, Y_a, Z_a) = (0, 0.107, 0)$.

b) En este caso se tiene que para 1/2 vuelta el punto P se mueve $(0.107 \pm 0.008)/2 = 0.054 \pm 0.004$ cm en dirección del eje Y, además se mueve hacia abajo $2R = 0.6 \pm 0.1$ cm, por lo que las coordenadas del punto (X_b, Y_b, Z_b) son (0, 0.054, -0.6).

El desplazamiento es igual a $D_b = (Y^2 + Z^2)^{1/2} = ((.054)^2 + (0.6)^2)^{1/2} = (.003 + .36)^{1/2} = (0.363)^{1/2} \approx 0.6$ cm.

La incertidumbre se puede calcular a partir de

$$\Delta D = \frac{\partial D}{\partial X}\Delta X + \frac{\partial D}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial D}{\partial z}\Delta z,$$

por lo que $\Delta D = [y\Delta y + z\Delta z]/D = [0.054 \times 0.004 + 0.6 \times 0.1]/0.6 \approx 0.1$.

Finalmente podemos escribir $D_b = 0.6 \pm 0.1$ cm.

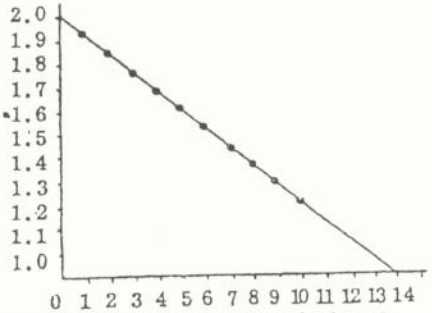
c) Para 1/4 de vuelta de un perno de rosca dextrógira el punto P se mueve $(0.107 \pm 0.008)/4 = 0.027 \pm 0.002$ cm en dirección del eje Y, además se mueve hacia abajo R y hacia el observador $R = (0.3 \pm 0.05)$ cm, por lo que las coordenadas del punto (X_c, Y_c, Z_c) son (0.3, 0.027, -0.3). El desplazamiento es

igual a $D_c = (X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2} = ((0.3)^2 + (.027)^2 + (0.3)^2)^{1/2} = 0.43$. La incertidumbre se puede calcular a partir de $\Delta D = [x\Delta x + y\Delta y + z\Delta z]/D = [0.3 \times 0.05 + 0.027 \times 0.002 + 0.3 \times 0.05]/0.43 = 0.07$ cm.

Finalmente podemos escribir $D_c = 0.43 \pm 0.07$ cm.

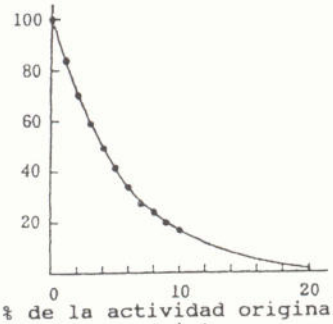
Solución al problema experimental 2

La gráfica será aproximadamente lineal si se grafica en papel semi-logarítmico o bien si se grafica el logaritmo de la actividad relativa contra el tiempo.



Logaritmo de la actividad relativa vs. tiempo (min)

Sin embargo, el número total de partículas emitidas no puede ser estimado del área bajo la curva en este tipo de gráfica. Para esto se requiere de una gráfica con ambas escalas lineales como se muestra abajo.



% de la actividad original vs. tiempo (min)

b) Para obtener la actividad después de 12 días debemos encontrar la ecuación que describe la recta logaritmo de actividad = m (tiempo) + logaritmo de actividad inicial, esto es

$$\log A = mt + \log b.$$

El valor de $\log b$ se obtiene de inmediato, ya que la actividad inicial es $b = 100\%$, por lo que $\log 100 = 2$. El valor de la pendiente puede obtenerse por mínimos cuadrados,

$$m = \frac{N\Sigma(t_i A_i) - \Sigma t_i \Sigma A_i}{N\Sigma t_i^2 - (\Sigma t_i)^2}.$$

La desviación estándar de la pendiente σ_m se calcula en términos de la desviación estándar de la distribución de valores de ΔA_i alrededor de la mejor recta, que llamaremos σ_A. Esta última está dada por

$$\sigma_A = \left(\frac{\Sigma(\Delta y_i)^2}{N-2} \right)^{1/2}.$$

El valor de σ_m está dado entonces por

$$\sigma_m = \sigma_A \times \left(\frac{N}{N\Sigma t_i^2 - (\Sigma t_i)^2} \right)^{1/2}$$

La siguiente tabla nos permite calcular los valores arriba mencionados.

t_i	$\log A_i$	$t_i \log A_i$	$(t_i)^2$
0	2	0	0
1	1.924	1.924	1
2	1.845	3.69	4
3	1.771	5.313	9
4	1.690	6.76	16
5	1.613	8.065	25
6	1.531	9.186	36
7	1.431	10.017	49
8	1.380	11.04	64
9	1.301	11.709	81
10	1.230	12.3	100
$\Sigma t_i = 55$	$\Sigma \log A_i = 17.72$	$N\Sigma t_i \log A_i = 880.04$	$N\Sigma (t_i)^2 = 4235$
$n = 11$		$\Sigma t_i \Sigma \log A_i = 974.6$	$(\Sigma t_i)^2 = 3025$

Entonces $m = (880.04\text{-}974.6)/(4235\text{-}3025)$
$= -94.56/1210 = -0.078$,

por lo que la ecuación que describe a la recta está dada por $log\ A = -0.078\ t + 2$.

Extrapolando la gráfica se obtiene que después de 12 minutos la actividad es aproximadamente de $(-0.078) \times (12) + 2 = 1.064$. Tomando el antilogaritmo $A_{12} = 11.59\%$, por lo que aproximadamente 11.6% de la cantidad original de pintura quedará en el recipiente después de 12 minutos.

Para calcular el error en esta cantidad debemos primero calcular el error en la pendiente σ_m. La siguiente tabla nos sirve para este propósito.

t_i	$logA_i$	$logA = mt_i + 2$	$(logA_i - logA)^2 = (\Delta y_i)^2$
0	2	2	0
1	1.924	1.922	4.0 E-06
2	1.845	1.844	1.0 E-06
3	1.771	1.766	2.5 E-05
4	1.690	1.688	4.0 E-06
5	1.613	1.61	9.0 E-06
6	1.531	1.532	1.0 E-06
7	1.431	1.454	5.3 E-04
8	1.380	1.376	1.2 E-05
9	1.301	1.298	9.0 E-06
10	1.230	1.22	1.0 E-04
			$\Sigma(\Delta y_i)^2 = 6.67$ E-04

Por lo que

$$\sigma_A = ((6.67 \times 10^{-4})/(11 - 2))^{1/2} = 8.6 \times 10^{-3}$$

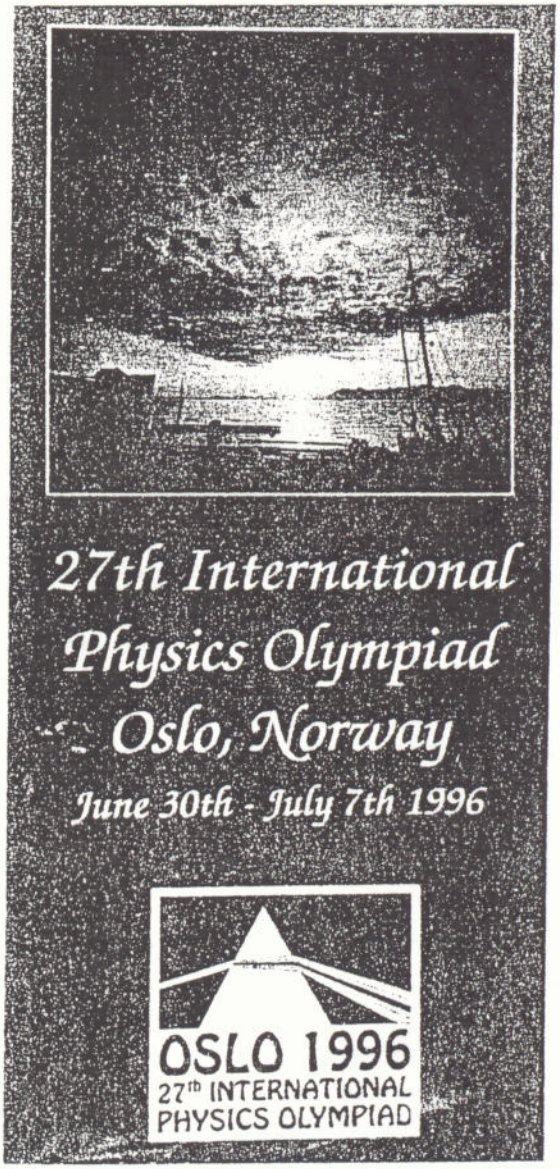
El valor de σ_m según la fórmula presentada anteriormente será

$$\sigma_m = (8.6 \times 10^{-3})\ (11/(4235 - 3025))^{1/2} = 8.2 \times 10^{-4},$$

lo que implica un error muy pequeño. ¿Cuánto afecta ese error al valor de A a los 12 minutos? Veamos, $log\ A_{12} = (-0.078 - 8.2 \times 10^{-4}) \times 12 + 2 = 1.063016$, lo que implica que $A_{12} = 11.6\%$, el otro extremo será $log\ A_{12} = (-0.078 + 8.2 \times 10^{-4}) \times 12 + 2 = 1.07384$, lo que implica que $A_{12} = 11.9\%$, por lo que finalmente podemos decir que $A_{12} = 11.6\% \pm 0.3$.

c) La fracción de la actividad que cambia por minuto es aproximadamente de 16%. Esto es, (100 - 84)/100; (84 - 70)/84; (70 - 59)/70, etc.

d) Una forma de estimar cuánto tiempo debe pasar para que sólo quede la mitad de la pintura en el bote, es notando que el área bajo la curva de actividad *versus* tiempo es proporcional a la pintura que ha salido del recipiente (en la gráfica de escala lineal). De esta manera se puede estimar que se necesitan aproximadamente 4 minutos para que quede la mitad del área (vida media de aproximadamente 4 minutos).



☐ XXVI OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA

7 de Julio de 1995
Canberra, ACT Australia

M. en C. Raúl Gómez
Facultad de Ciencias, UNAM

COMPETENCIA TEÓRICA

Problema 1. Corrimiento gravitacional hacia el rojo y medición de la masa de una estrella.

(a) (3 puntos) Un fotón de frecuencia f posee una masa inercial efectiva m cuyo valor queda determinado por su energía. Se puede suponer que su masa gravitacional es igual a su masa inercial. En consecuencia, un fotón emitido desde la superficie de una estrella perderá energía a medida que se aleje de ella hasta escapar de su campo gravitacional. Demuestre que el cambio Δf en la frecuencia de un fotón cuando escapa desde la superficie de una estrella hasta el infinito, queda determinado por

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{GM}{Rc^2},$$

cuando $\Delta f << f$; en esta ecuación,

G = constante de gravitación universal,

R = radio de la estrella,

c = velocidad de la luz,

M = masa de la estrella.

En consecuencia, el corrimiento hacia el rojo de una determinada línea espectral, medido a una gran distancia de la estrella, se puede utilizar para medir el cociente M/R. El conocimiento de R permitiría calcular la masa de la estrella.

(b) (12 puntos) Para realizar un experimento, se lanza una nave espacial no tripulada para medir tanto la masa M como el radio R de una estrella de nuestra galaxia. Conforme la nave se aproxima (radialmente) hacia la estrella, se van detectando los fotones emitidos por átomos de helio ionizado He^+ en la superficie de la estrella, mediante la absorción resonante de esta radiación por iones de helio He^+ que se encuentran en una cámara dentro de la nave. La absorción resonante sólo se produce si a los iones He^+ se les imprime una velocidad hacia la estrella tal que compense exactamente sus corrimientos hacia el rojo. La velocidad ($v = \beta c$) de los iones He^+ respecto a la estrella se mide como una función de la distancia d a la superficie más cercana de la estrella. En la siguiente tabla se muestran los datos experimentales. Utilice estos datos para dibujar una gráfica, mediante la cual determine la masa M y el radio R de la estrella. No es necesario estimar los errores en los resultados.

Datos para la condición de resonancia						
Parámetro de velocidad	$\beta=v/c$ (10^{-5})	3.352	3.279	3.195	3.077	2.955
Distancia a la superficie de la estrella	d $(10^{8}m)$	38.90	19.98	13.32	8.99	6.67

(c) En la determinación de R y de M en un experimento de este tipo, es común considerar la corrección a la frecuencia debida al retroceso del átomo emisor.

(i) (4 puntos) Sea E la diferencia de energía entre dos niveles atómicos. Suponga que el átomo en reposo decae energéticamente emitiendo un fotón en una cierta dirección por lo que el átomo retrocede en la dirección y sentido contrario. Obtenga la expresión relativista para la energía hf del fotón emitido en términos de E y de la masa inicial en reposo m_0 del átomo.

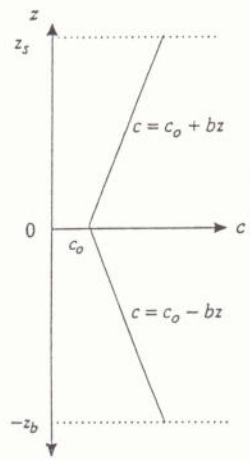
(ii) (1 punto) A partir del resultado anterior, calcule el corrimiento en frecuencia $(\Delta f/f)_{retro}$ relativista para el caso de los iones de He^+. La respuesta que obtenga debe ser mucho menor que el corrimiento gravitacional hacia el rojo que se obtuvo en la parte (b).

DATOS	
Velocidad de la luz	$c = 3.0 \times 10^8$ m/s.
Energía en reposo del helio	$m_0c^2 = 4 \times 938$ MeV.
Energía de Bohr	$En = -13.6\ Z^2/n^2$ en eV.
Constante de gravitación universal	$G = 6.7 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$.

Problema 2. Propagación del sonido

Introducción

La velocidad de propagación del sonido en el océano depende de la profundidad, la temperatura y la salinidad. La figura 1(a) muestra la gráfica de la velocidad del sonido en función de la profundidad z



para el caso en que el valor mínimo de la velocidad c_0 tiene lugar en el punto medio entre la superficie y el fondo. Por comodidad se toma $z = 0$ en esta profundidad siendo $z = z_s$ en la superficie y $z = -z_b$ en el fondo. Para z mayor que cero la velocidad está dada por:

$$c = c_0 + bz$$

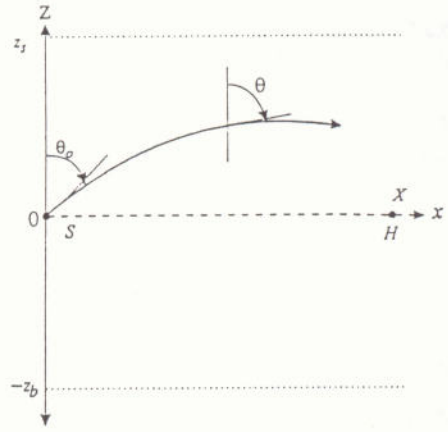
y para $z < 0$,

$$c = c_0 - bz$$

En ambos casos $b = \left| \frac{dc}{dz} \right|$, es decir b es la magnitud del gradiente de la velocidad del sonido; b se considera constante.

La figura 1(b) muestra una sección del plano z-x en el océano, donde x es un eje horizontal. En todos los puntos de cualquier sección z-x la velocidad del sonido $c(z)$ es la que se deduce de la gráfica de la figura 1(a).

Una fuente de sonido está situada en la posición $z = 0$, $x = 0$ (figura 1(b)). La onda sonora emitida por



la fuente se puede describir como un rayo de sonido que emerge de este punto con un ángulo inicial θ_0 como se muestra en la figura 1(b). Debido a la variación de la velocidad del sonido con z, el rayo se refracta de manera que el ángulo θ varía en función de z a lo largo de la trayectoria mostrada.

(a) (6 puntos) Demuestre que la trayectoria del rayo que emerge de la fuente, en el plano z-x, es un arco de circunferencia cuyo radio es:

$$R = \frac{c_o}{b} \operatorname{sen}\theta_0 \text{ para } 0 \leq \theta_0 < \frac{\pi}{2}$$

(b) (3 puntos) Obtenga una expresión que permita obtener el mínimo valor de θ_0, a partir de z_s, c_0 y b, para que el rayo se pueda transmitir a través del agua sin que la onda sonora se refleje en la superficie del mar.

(c) (4 puntos) En la figura 1(b) se muestra también un receptor de sonido H en la posición $z = 0$, $x = X$. Obtenga una expresión que, a partir de b, X y c_0, permita obtener una serie de valores del ángulo θ_0 para los cuales el rayo que emerge de S alcanza al receptor H. Suponga que z_s y z_b son suficientemente grandes como para eliminar la posibilidad de reflexiones en la superficie o en el fondo.

(d) (2 puntos) Calcule los cuatro valores más pequeños de θ_0 para los rayos refractados que, emitidos desde S, alcanzan H cuando

$X = 10000$ m,

$c_0 = 1500$ m/s,

$b = 0{,}02000\ \text{s}^{-1}$

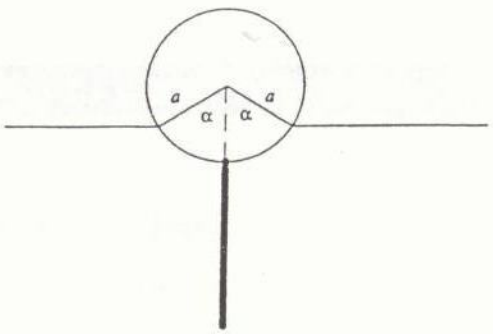
(e) (5 puntos) Obtenga una expresión que le permita calcular el tiempo que tarda el sonido en viajar de S a H siguiendo la trayectoria asociada con el valor más pequeño del ángulo θ_0, determinado en la parte (c). Calcule el valor de este tiempo con las condiciones dadas en la parte (d). La siguiente expresión puede serle útil:

$$\int \frac{dx}{\operatorname{sen} x} = \ln \tan\left(\frac{x}{2}\right).$$

Calcule el tiempo que emplea el rayo directo desde S hasta H a lo largo de $z = 0$. ¿Cuál de los dos rayos llegará primero, el rayo directo para el cual $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, o el rayo con el menor valor de θ_0 calculado en la parte (d)?

Problema 3. Boya cilíndrica

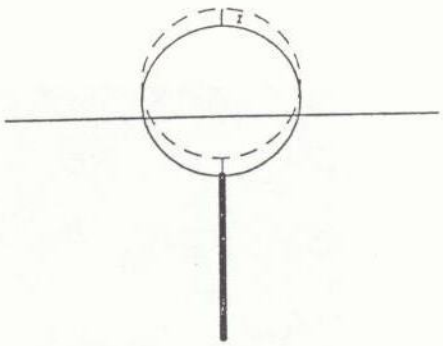
(a) (3 puntos) Esta boya consiste en un cilindro sólido de radio a y longitud l construída de un material liviano de densidad d. El cilindro tiene adosado en su parte inferior y a la mitad de su longitud, una varilla perpendicular al eje del cilindro, como se muestra en la figura.



La masa de la varilla es igual a la masa del cilindro y su longitud es igual al diámetro del cilindro. Esta boya está flotando en agua de mar (de densidad ρ).

Para la situación de equilibrio, encuentre una expresión que relacione el ángulo de flotación α con la relación de densidades d/ρ. Para estos cálculos considere despreciable el volumen de la varilla.

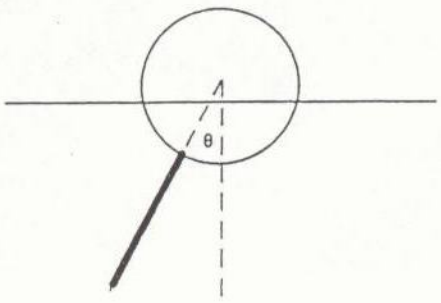
(b) (4 puntos) Suponga ahora que, mediante una acción externa momentánea, la boya es hundida verticalmente una distancia pequeña z. Una vez liberada, la boya experimentará un empuje neto hacia arriba, que la hará oscilar verticalmente alrededor de su posición de equilibrio.



Determine la frecuencia de oscilación en términos de g, α y a, siendo g la aceleración de la gravedad. Suponga que la influencia del movimiento del agua en la dinámica de la boya es equivalente a un incremento de su masa inercial en un valor igual a un tercio de la misma. Considere que α no es pequeño.

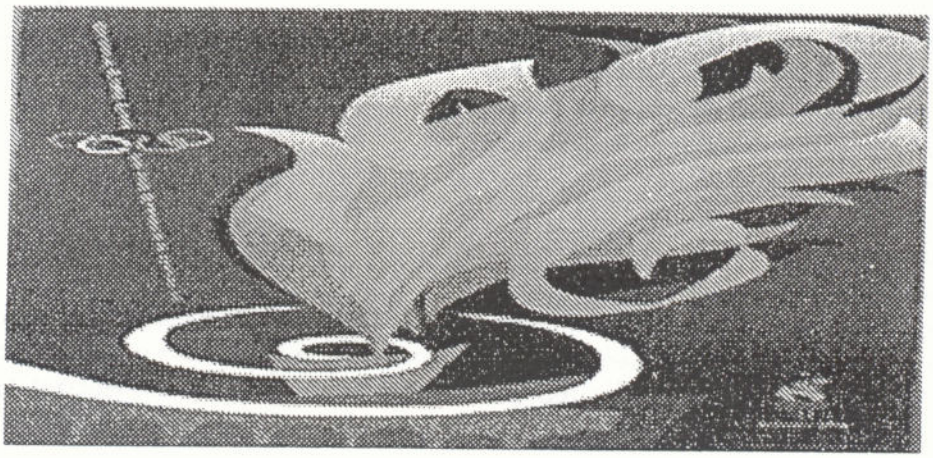
(c) (8 puntos) Suponga ahora que la boya oscila alrededor de un eje horizontal como se ilustra en la figura. En la aproximación de que este eje coincida con el que pasa por el centro del cilindro, determine la frecuencia de oscilación en términos de ϱ y a. En este caso, desprecie el movimiento y la viscosidad del agua y considere que el ángulo de oscilación es pequeño.

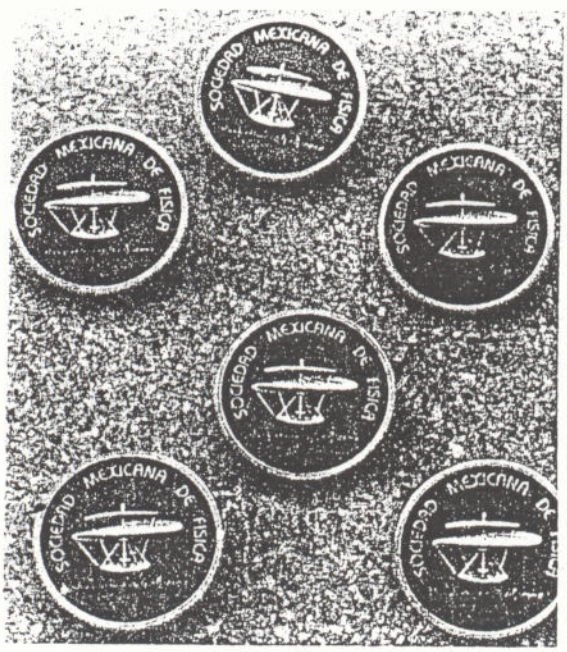
(d) (5 puntos) La boya contiene dispositivos que pueden medir los parámetros de los movimientos



oscilatorios vertical y horizontal. Esta información puede ser enviada por radio a un puesto en la costa. En aguas relativamente calmas se registra que la oscilación vertical tiene un periodo de aproximadamente 1s y el movimiento de balanceo tiene un periodo de aproximadamente 1.5 s. A partir de esta información, pruebe que el ángulo de flotación tiene un valor cercano a 90° y calcule el radio de la boya y su masa total, considerando que el cilindro tiene una longitud l igual a su radio a.

Considere que $\rho \cong 1000\ \text{kg m}^{-3}$ y $g \cong 9.8\ \text{m s}^{-2}$.





Se encuentran a la venta

los **distintivos para solapa** (*pin*) de la SMF.

Son de 1.8 cm de diámetro, cuentan con broche de seguridad y están acuñados en plata Ley 99.

El motivo usado es el de la Medalla Académica de la SMF: *La máquina voladora* de Leonardo Da Vinci.
$50.00

SOCIEDAD MEXICANA DE FÍSICA
Departamento de Física, 2o. piso
Facultad de Ciencias, UNAM
Ciudad Universitaria, Coyoacán
04510 México, D.F.

XXVI OLIMPIADA INTERNACIONAL DE FÍSICA

9 de Julio de 1995
Canberra, ACT Australia

M. en C. Raúl Gómez
Facultad de Ciencias, UNAM

COMPETENCIA EXPERIMENTAL
(tiempo máximo 2.5 horas)

Experimento 1. Velocidad terminal (límite) en un líquido viscoso.

Un objeto que cae en un líquido alcanzará eventualmente una velocidad constante, llamada *velocidad terminal*. El objetivo de este experimento es medir las velocidades terminales de diferentes objetos que caen en glicerina.

La fuerza viscosa F sobre una esfera de radio r, que se mueve con una velocidad v a través de un líquido viscoso, está dada por $F = 6\pi\eta rv$, donde η es una propiedad del líquido llamada *viscosidad*. En este experimento se medirá la velocidad terminal de algunos cilindros metálicos (ya que los cilindros se pueden fabricar con mayor facilidad que las esferas). El diámetro $2r$ de cada cilindro es igual a su longitud y se supone que la fuerza viscosa sobre tal cilindro es semejante a la fuerza viscosa sobre una esfera del mismo diámetro:

$$F_{\text{cilindro}} = 6\pi\eta k r^m v;$$

(para una esfera, $k = 1$ y $m = 1$)

ACTIVIDAD PRELIMINAR: Cálculo de la velocidad terminal (2 puntos).

Demostrar que la velocidad terminal v_T de estos cilindros queda determinada por

$$v_T = C r^{3-m} (\rho - \rho'),$$

en donde ρ es la densidad del cilindro, ρ' la del líquido y C es una constante; determinar, además, la expresión de C.

EXPERIMENTO

Utilizar el equipo disponible para determinar el valor del exponente m (10 puntos) y el de la densidad de la glicerina (8 puntos).

NOTAS

- Por consistencia, trate de dejar caer los cilindros siempre con la misma orientación (es decir con su eje horizontal).
- Las tolerancias en las dimensiones de los cilindros son de 0.05 mm (no es necesario corroborarlo).
- Dentro de la probeta se encuentra una red de bronce para extraer los cilindros metálicos. Es importante que la red se encuentre dentro de la probeta antes de dejar caer los cilindros, ya que de otra manera no se podrán extraer de ella para hacer más medidas.
- Si la glicerina absorbe agua de la atmósfera, su viscosidad disminuye. Cuando no se esté usando, hay que cubrir la probeta con la película plástica proporcionada.
- Al concluir el experimento no mezcle los cilindros de diferentes tamaños y materiales.

MATERIAL	DENSIDAD (kg m^{-3})
Aluminio	2.70×10^3
Titanio	4.54×10^3
Acero inoxidable	7.87×10^3
Cobre	$.96 \times 10^3$

APARATOS

- Una probeta de 1000 ml llena con glicerina.
- Un recipiente con glicerina para rellenar la probeta.
- Un cronómetro electrónico.
- Una regla de 30 cm.
- Una pinza para ropa.
- Una red para extraer los cilindros.
- Una pinza de plástico.
- Seis cilindros de aluminio de 10.00 mm de diámetro.
- Seis cilindros de aluminio de 8.00 mm de diámetro.

- Seis cilindros de aluminio de 5.00 mm de diámetro.
- Seis cilindros de aluminio de 4.00 mm de diámetro.
- Seis cilindros de titanio de 4.00 mm de diámetro.
- Seis cilindros de acero inoxidable de 4.00 mm de diámetro.
- Seis cilindros de cobre de 4.00 mm de diámetro.
- Hojas de papel milimetrado y doble logarítmico.

INSTRUCCIONES DE OPERACIÓN
PARA CRONÓMETROS ELECTRÓNICOS

Medida de intervalos de tiempo

- Para iniciar el cronómetro oprima el botón C (que se encuentra del lado derecho).
- Para detener el cronómetro vuelva a oprimir el botón C. El tiempo transcurrido aparece en pantalla.
- Para poner en ceros oprimir el botón A que se encuentra a la izquierda del cronómetro.

Si por accidente detiene el cronómetro por oprimir el botón A (botón LAP RESET):

- Vuelva a oprimir el botón A (para reiniciar el cronómetro).
- Oprimir el botón C (para parar el cronómetro).
- Oprimir el botón A para volver a ceros.

Si por accidente oprimió el botón B (el botón MODE) de tal manera que el cronómetro cambia al modo TIME, SET TIME o SET ALARM:

- Oprima el botón B hasta que la pantalla regrese al modo STOPWATCH. (La pantalla no cambia y el dígito de la derecha, centésimas de segundo, cambia rápidamente).

Experimento 2. Difracción y dispersión de la luz láser.

El objetivo de este experimento es el de demostrar y cuantificar, hasta cierto punto, la difracción, dispersión y reflexión de la luz utilizando radiación visible proveniente de un láser. Se empleará una regla metálica como red de difracción. Un recipiente de plástico, conteniendo agua y leche diluida, se usará para determinar el fenómeno de reflexión y dispersión.

SECCION 1 (8 puntos)

Coloque verticalmente la regla metálica de 150 mm de manera que la normal a su superficie forme un ángulo pequeño con la dirección del rayo láser incidente. Haga incidir la luz del láser sobre la porción pulida de la regla, de manera tal que el rayo láser ilumine varias divisiones de la misma. Usted deberá observar una serie de puntos luminosos sobre la pantalla de papel blanco que se le ha proporcionado. Estos puntos son causados por el fenómeno de la difracción.

Mida la posición y separación entre estos puntos con la pantalla a una distancia aproximada de un metro y medio desde la regla y dibuje un esquema completo del dispositivo experimental que ha empleado.

Usando la relación $N\lambda = h \operatorname{sen} b$, donde N es el orden de la difracción, λ es la longitud de onda de la radiación láser, h es la menor división de la regla y b es el ángulo de difracción; y usando la información obtenida de sus mediciones, determine la longitud de onda λ de la radiación láser y el error experimental en esa determinación.

SECCION 2 (2 puntos)

Coloque el recipiente de plástico vacío, entre el láser y la pantalla blanca, con una de sus caras aproximadamente perpendicular a la dirección del rayo láser.

i) Observe la reducción en la intensidad del rayo emergente y estime visualmente el porcentaje del valor de esta reducción. Para ayudarse en la estimación use los filtros de transmisión calibrados que han sido provistos. Recuerde que el ojo humano tiene una respuesta logarítmica a la intensidad de la luz.

ii) Esta reducción en la intensidad es causada principalmente por reflexiones en las interfases aire-plástico, de las cuales hay cuatro. El coeficiente de

reflexión R para incidencia normal en cada superficie, definido como el cociente entre la intensidad del haz reflejado y la intensidad del haz incidente, está dado por

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2,$$

donde n_1 y n_2 son los índices de refracción de los respectivos medios. El correspondiente coeficiente de transmisión para cada reflexión está dado por

$$T = 1 - R.$$

Suponga que la luz no sufre absorción dentro del plástico.

A partir de esta información calcule la intensidad final transmitida a través del recipiente de plástico vacío. Suponga que el índice de refracción del plástico es 1.59 y desprecie los efectos de reflexiones múltiples e interferencia. Compare el resultado obtenido con la estimación que Ud. hizo en la parte (i) de esta sección.

SECCION 3 (1 Punto)

Sin mover el recipiente de plástico de donde está colocado, agregue al mismo 50 ml de agua y repita las observaciones y los cálculos realizados en la sección 2.

SECCION 4 (9 puntos)

i) Agregue 0.5 ml (12 gotas) de leche (la sustancia que causará la dispersión) a los 50 ml de agua en el recipiente de plástico y mezcle bien. Mida el ángulo total de dispersión del haz de luz con tanta precisión como le sea posible y también mida el diámetro de la mancha luminosa sobre la pared del recipiente cuando el haz sale de él. Observe que estas dos últimas mediciones están relacionadas entre sí. Estime también la reducción en la intensidad de la luz transmitida como en las secciones anteriores.

ii) Agregue ahora 0.5 ml más de leche al recipiente y repita las mediciones que se le pidieron en la parte i).

iii) Repita el procedimiento de la parte ii) hasta que se observe muy poca (o casi ninguna) luz.

iv) Determine la relación entre el ángulo de dispersión y la concentración de leche en la mezcla del recipiente.

v) Utilice los resultados obtenidos anteriormente y la siguiente relación:

$$I = I_0 e^{-\mu z} = T_{leche} \cdot I_0 ,$$

donde

- I_0 es la intensidad del haz incidente,
- I es la intensidad del haz emergente,
- z es la distancia entre las paredes internas del recipiente,
- μ es el coeficiente de atenuación (que es igual al producto de una constante por la concentración de leche) y
- T_{leche} es el coeficiente de transmisión de la leche,

para estimar el valor de μ correspondiente a una concentración de 10% de leche en la mezcla.

APARATOS

- Un láser como fuente de luz.
- Una regla de metal para ser usada como una red de difracción por reflexión.
- Un recipiente de plástico.
- Leche y agua para estudiar los fenómenos de reflexión y dispersión.
- Una cinta métrica.
- Una pantalla de papel blanco.
- Una lente divergente.
- Una lente convergente.
- El transportador de ángulos.
- Filtros de transmisión.
- Un recipiente de vidrio y un gotero.
- Un agitador.
- Papel para gráficar milimetrado y semilogarítmico.

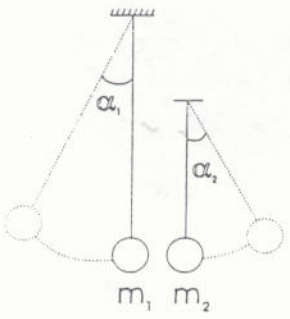
☐ VII OLIMPIADA ESTATAL DE FISICA

11 de julio de 1997
Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingeniería, (CUCEI)
Universidad de Guadalajara

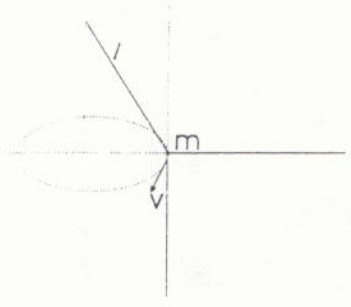
Examen experimental

PROBLEMAS

1. Dos bolitas elásticas penden de sendos hilos delgados de modo tal que se hallan a la misma altura y están en contacto. Las longitudes de los hilos son $L_1 = 10$ cm y $L_2 = 6$ cm. Las masas de las bolitas son $m_1 = 8$ g y $m_2 = 20$ g. La bolita de masa m_1 es desviada en un ángulo de 60 grados y después se suelta. Determine el ángulo máximo de las bolitas después de la colisión. Suponga que el choque es perfectamente elástico.



2. Una masa puntual m gira en un círculo horizontal con una velocidad constante v en el extremo de una cuerda de longitud l. Al girar, el cuerpo describe un cono. Hallar el tiempo que tardará el cuerpo en efectuar una revolución completa.

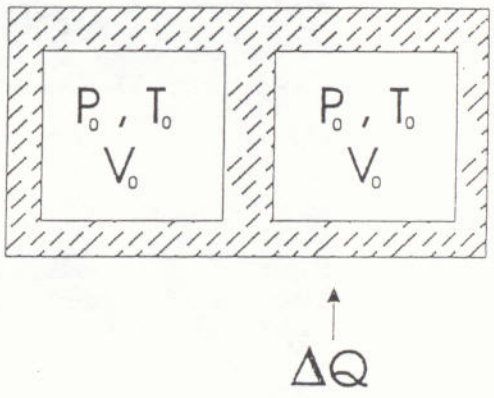


3. Un cilindro con paredes adiabáticas, cerrado por ambos extremos, se divide en dos volúmenes por medio de un pistón sin fricción, el cual está, también, térmicamente aislado. Inicialmente el volumen, la presión y la temperatura del gas ideal en cada división del cilindro son V_0, P_0 y T_0, respectivamente. Se utiliza una bobina de calentamiento en el volumen del lado derecho para calentar lentamente el gas en dicho lado hasta que la presión alcanza

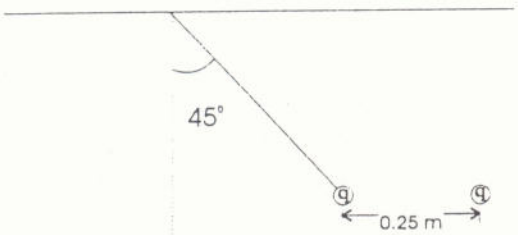
$$\frac{64}{27}P_0.$$

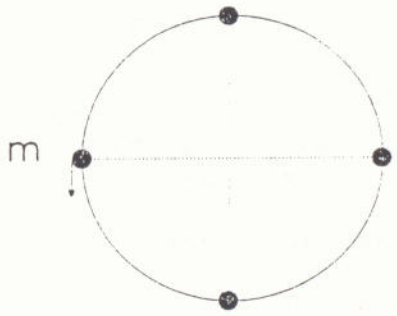
Si la capacidad calorífica a volumen constante del gas es independiente de la temperatura y $\gamma = 1.5$, encuentre en función de V_0, P_0 y T_0:

a) El cambio de entropía del gas en el lado izquierdo.
b) El volumen final del lado izquierdo.
c) La temperatura final en el lado izquierdo.
d) La temperatura final en el lado derecho.
e) El trabajo hecho sobre el gas en el lado izquierdo.

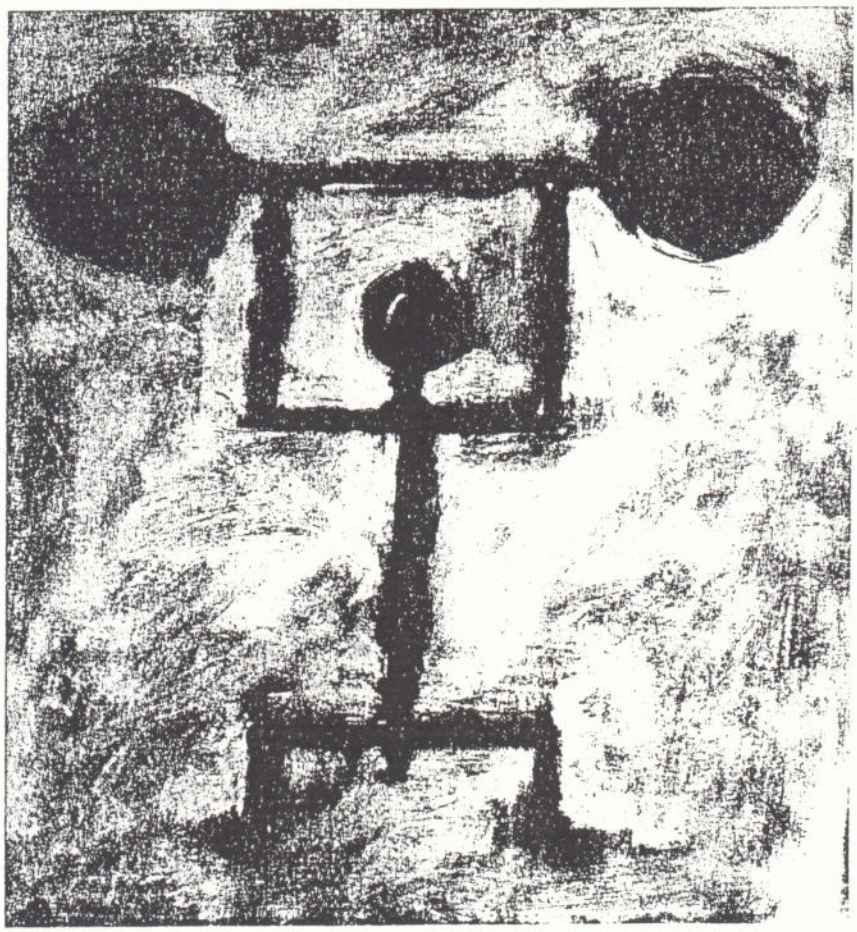


4. Dos partículas tienen masas iguales de 2.6 g y cargas de igual valor q, pero de signos contrarios. La partícula a está colgada del techo por medio de un hilo de 35 cm de longitud de masa despreciable. Cuando ambas partículas están separadas horizontalmente a una distancia de 25 cm a se encuentra en equilibrio estable, formando el hilo un ángulo de 45 grados con la vertical, como se ve en la figura de la siguiente página. Determine la carga q.





5. Una bola de masa 0.5 kg unida a un resorte inextensible gira describiendo un círculo de radio = 0.75 m, con una velocidad de 5 m/seg cuando el resorte es horizontal. Calcule la velocidad de la bola y la tensión en el resorte en el punto más alto y en el punto más bajo de su trayectoria circular. Evalúe el trabajo hecho por la fuerza gravitacional de la Tierra y por la tensión en el resorte al moverse la bola de la parte más elevada a la más baja.



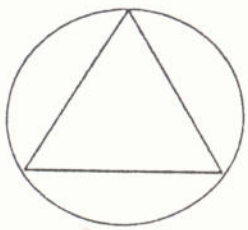
II OLIMPIADA IBEROAMERICANA

29 de septiembre al 2 de octubre de 1997
Oaxtepec, Morelos, México

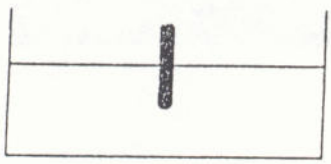
Exámen Teórico

PROBLEMAS

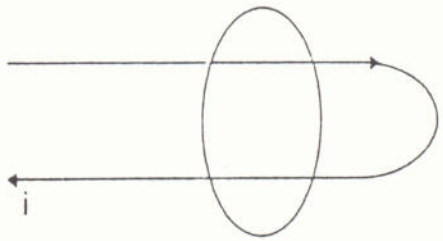
1. Tres cuerpos idénticos de masa m están situados en los vértices de un triángulo equilátero de lado L. Cada uno de los cuerpos se puede mover en una órbita circular circunscrita al triángulo original. Si las únicas fuerzas que actúan sobre los cuerpos son las atracciones gravitacionales mutuas, ¿cuál será la rapidez de su movimiento? (2 puntos).



2. Un cilindro metálico sólido de 20 cm de longitud flota verticalmente en mercurio (cuya densidad es de 13.6 g/cm^3). Si al cilindro se le sumerge un poco y después se le suelta, se moverá con un movimiento armónico con un periodo de 0.42, ¿cuál es la densidad del metal con que está hecho el cilindro? (2 puntos).



3. ¿Cuánto vale la circulación $\oint B \cdot dl$ en la espira que se muestra en la siguiente figura (2 puntos):



4. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno se establece que la frecuencia de la línea H_α queda determinada por $h\nu = E_2 - E_1$

Tomando en cuenta las leyes de conservación de la energía y del ímpetu, demostrar que este resultado está equivocado y calcular la frecuencia de emisión correcta (3 puntos).

5. a) ¿A qué distancia y en qué plano se debe colocar un satélite geoestacionario?

b) Calcular el número mínimo de satélites geoestacionarios para las únicas zonas no cubiertas por la red de comunicaciones sean las polares.

c) Si se coloca un satélite de exploración en órbita polar, esto es, que su órbita pase por los polos, ¿cuál es la condición para que en vueltas sucesivas no deje huecos en la exploración?

6. Calcular la temperatura media de la superficie lunar (7 puntos).

7. Las líneas de fuerza mostradas en la figura de la siguiente página son generadas por cargas eléctricas puntuales:

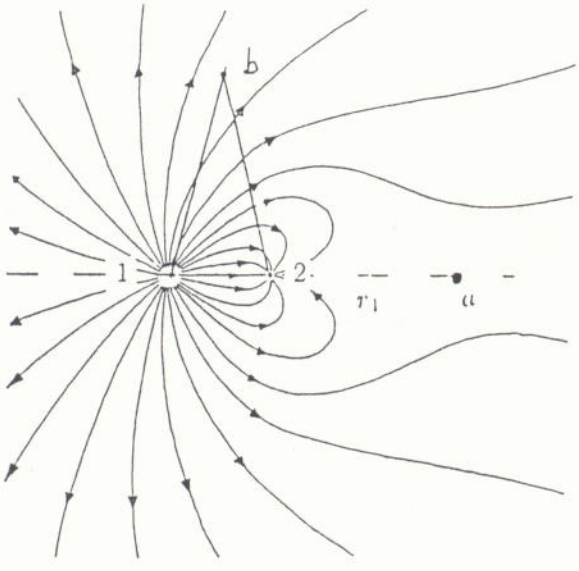
a) ¿De qué signo es cada una de las cargas? (1 punto).

b) ¿Cuál es su magnitud relativa? (2 puntos).

Si consideramos a la menor de las cargas como unitaria y si la distancia que las separa es r_0:

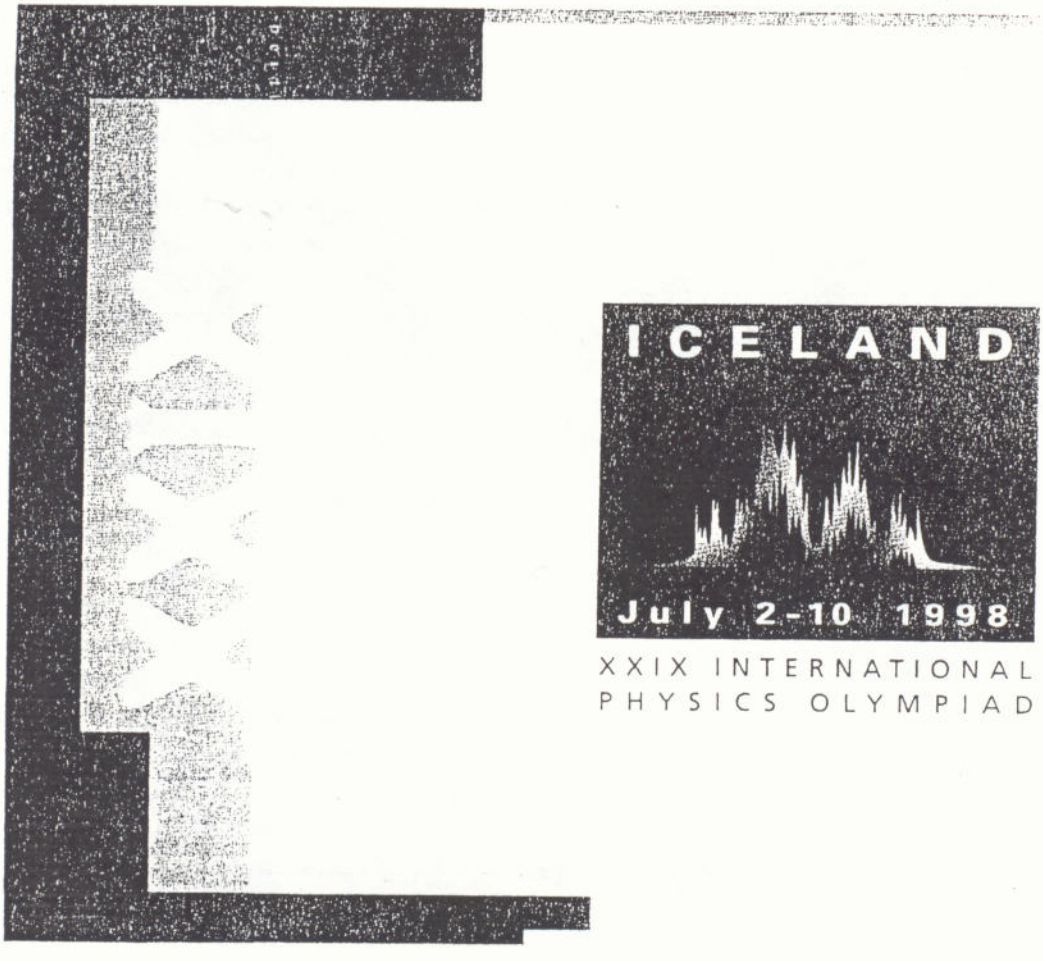
c) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto a, localizado sobre la línea que une a las cargas a una distancia r_1 a la derecha de la carga 2? (1 punto).

d) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto b, localizado a una dis-



tancia r_2 sobre una línea perpendicular al punto medio entre las cargas? (2 puntos).

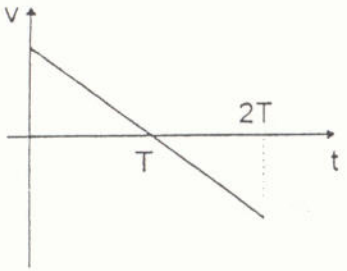
e) ¿En qué puntos es cero el campo eléctrico generado por estas cargas? (1 punto).



IX Olimpiada Metropolitana de Física
15 de agosto de 1998
Facultad de Ciencias, UNAM

PROBLEMAS

1. Si la gráfica de la rapidez como función del tiempo para un móvil que se mueve a lo largo de una línea recta es:



la distancia total recorrida por el móvil después de un tiempo $2T$ es:

a) $2vT$
b) vT
c) $vT/2$
d) cero
e) $-vT$

2. Después de haber recorrido la mitad de su alcance máximo R, un proyectil explota en el punto más alto de su trayectoria, fragmentándose en tres pedazos iguales que continúan moviéndose en el plano original del movimiento del proyectil. Uno de los fragmentos cae en el sitio donde se disparó el proyectil ¿Dónde caen los otros dos fragmentos?

a) En $R/2$ y R
b) En $R/2$ y $2R$
c) En R y $3R/2$
d) En R y $2R$
e) En $2R$ y $3R$

3. Una fuerza de $5N$ produce una aceleración de $8\ m/s^2$ sobre un cuerpo de masa m_1 y de $24\ m/s^2$ sobre un cuerpo de masa m_2, ¿cuál será la aceleración que esta fuerza produce sobre un cuerpo de masa $m_1 + m_2$?

a) $16\ m/s^2$
b) $12\ m/s^2$
c) $9\ m/s^2$
d) $8\ m/s^2$
e) $6\ m/s^2$

4. Un automóvil de masa m viaja con una rapidez constante. En un instante dado, el conductor aplica los frenos (una fuerza interna) y el automóvil disminuye su rapidez hasta quedar en reposo. ¿Qué ocurrió con el ímpetu $p\ (= mv)$ del automóvil?

a) Se convirtió en energía interna.
b) Se transfirió a la Tierra.
c) Se convirtió en calor.
d) Se transfirió al motor del automóvil.
e) Se perdió.

5. Un saco de arena de masa M se puede mover sobre una superficie horizontal sin fricción. Una bala de masa m, que se mueve con una rapidez v_i, atraviesa al saco y sale de él con una rapidez $v_i/2$. La rapidez del saco después de ser atravesado por la bala es:

a) $2mv_i/M$
b) mv_i/M
c) $mv_i/2M$
d) $Mv_i/2m$
e) Mv_i/m

6. Cuando un cuerpo de masa m cae por acción de la atracción gravitacional, la reacción a la fuerza que lo impulsa la ejerce:

a) La Tierra sobre el cuerpo.
b) El cuerpo sobre el aire.
c) El aire sobre el cuerpo.
d) El cuerpo sobre la Tierra.
e) No hay reacción a esta fuerza.

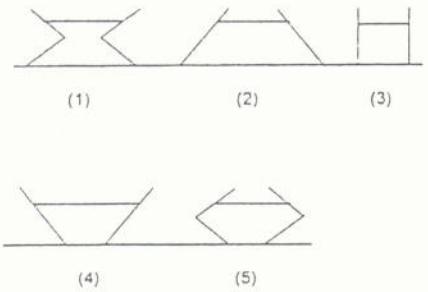
7. Si el radio de la Tierra disminuyese a la mitad de su valor actual, sin que la masa de la Tierra cambiase, ¿cuál sería el valor de la aceleración de la gravedad?

a) $4g$
b) $2g$
c) g
d) $g/2$
e) $g/4$

8. A continuación se muestran cinco recipientes que contienen agua hasta el nivel indicado

¿En cuál de ellos es mayor la presión en el fondo?

a) En el (1)
b) En el (2)
c) En el (4)



d) En el (5)
e) En todos es igual.

9. Una pequeña lancha, dentro de la cual hay un remero y una piedra, flota sobre el agua de una piscina. Si el remero deja caer la piedra a la piscina, ¿qué sucederá con el nivel del agua de la alberca?

a) Subirá.
b) Quedará al mismo nivel.
c) Bajará.

10. Un sistema está en equilibrio termodinámico cuando:

a) Su temperatura no varía.
b) Su temperatura es igual a la de otro sistema con el que está en contacto térmico.
c) Sus propiedades termodinámicas no cambian.
d) Su volumen y su presión permanecen constantes.
e) No cambian sus propiedades químicas.

11. En el fondo de un lago de 30 m de profundidad la temperatura es de 7 °C. Una burbuja de aire, cuyo volumen en el fondo del lago es de 30 cm^3, se eleva hacia la superficie, en donde la temperatura es de 22 °C. El volumen de la burbuja al llegar a la superficie del lago será aproximadamente de:

a) 500 cm^3
b) 250 cm^3
c) 125 cm^3
d) 100 cm^3
e) 80 cm^3

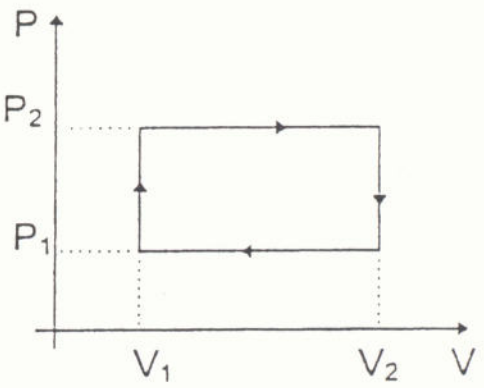
12. Si un trozo de hielo se envuelve en un paño de tela, el hielo tarda más en fundirse que cuando se encuentra al aire. La razón para que esto suceda es que:

a) El paño impide el paso del aire hacia el hielo.
b) El paño absorbe el agua y seca al hielo.
c) El agua absorbida por el paño está más fría que el hielo.
d) El paño está más frío que el hielo.
e) El calor externo tiene que calentar primero al agua absorbida por el paño y después al hielo.

13. Una esfera metálica puede pasar justamente por un anillo metálico cuando ambos se encuentran a la temperatura ambiente. Si la esfera y el anillo se calientan a 150 °C,

a) La esfera puede pasar justamente por el anillo.
b) La esfera no puede pasar por el anillo.
c) La esfera puede pasar holgadamente por el anillo.

14. Una máquina térmica trabaja según el ciclo mostrado en la figura:



Si durante el ciclo se absorbe una cantidad de calor Q, la eficiencia de la máquina será:

a) $(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)/Q$
b) $(P_2 + P_1)(V_2 + V_1)/Q$
c) $Q/(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)$
d) $Q/(P_2 + P_1)(V_2 + V_1)$
e) cero

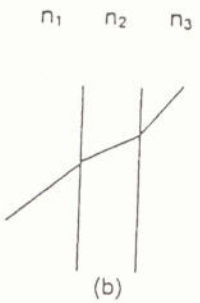
15. Con frecuencia, para enfriar una taza de café caliente lo agitamos con una cuchara. El café se enfría porque:

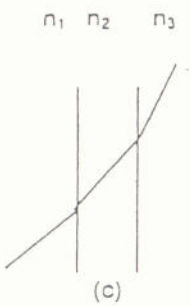
a) La cuchara está más fría que el café.
b) Favorecemos la evaporación del café.
c) Aumentamos la energía cinética de las moléculas de café.

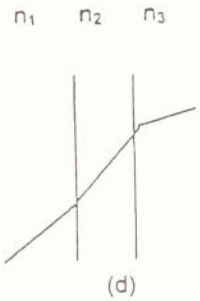
16. La imagen de un objeto colocado entre el foco de una lente convergente y la lente es
a) Real e invertida.
b) Real y derecha.
c) Virtual e invertida.
d) Virtual y derecha.
e) No se forma ninguna imagen.

17. Un rayo luminoso atraviesa tres medios transparentes, cuyos índices de refracción cumplen la condición $n_3 < n_1 < n_2$. La trayectoria seguida por el rayo luminoso es como la mostrada en:



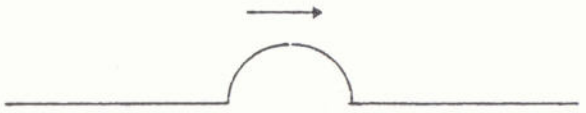




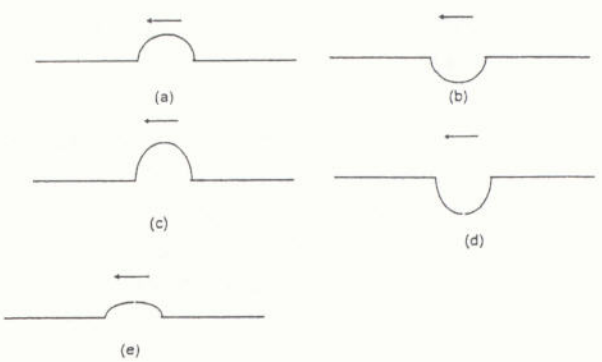


18. En condiciones adecuadas, cuando un haz de luz blanca pasa a través de un prisma, la luz saliente está formada por haces de colores. Este fenómeno se debe a que:
a) El prisma tiñe a la luz blanca.
b) Los diferentes rayos luminosos interfieren entre sí.
c) El vidrio presenta un índice de refracción diferente para cada color.
d) La luz se difracta en el prisma.

19. En la figura se muestra un pulso que viaja hacia la derecha por un resorte:

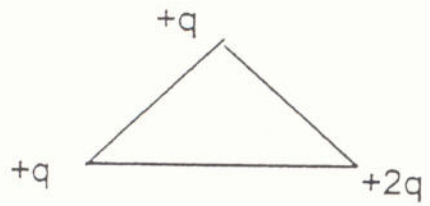


Si el extremo de la derecha del resorte está libre, el pulso reflejado se verá como:



20. Dentro de una esfera metálica con carga Q, la cual se encuentra montada sobre un soporte aislante, se encuentra una carga de prueba q. La fuerza F que siente q varía en la forma:
a) $F = r^2$
b) $F = r$
c) $F = 1/r$
d) $F = 1/r^2$
e) Es cero

21. Tres cargas eléctricas se encuentran colocadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado l. Si las cargas tienen los valores indicados en la figura,



el campo eléctrico en el centro del triángulo es:

a) $12\,kq/l^2$
b) $6\,kq/l^2$
c) $3\,kq/l^2$
d) kq/l^2
e) Cero

En donde k es la constante de la ley de Coulomb.

22. Un transformador tiene un primario de 100 vueltas y un secundario de 2000 vueltas. Si la potencia máxima de la fuente que alimenta al primario es de 5 kW y suministra un voltaje de 100 V, ¿cuál es la máxima carga resistiva que se puede conectar al secundario?

a) 10.0 kΩ
b) 5.0 kΩ
c) 2.5 kΩ
d) 1.0 kΩ
e) 400 Ω

23. Un haz de electrones, que originalmente se movía en línea recta con velocidad v, penetra oblicuamente en una región donde existe un campo magnético uniforme B. La trayectoria de los electrones dentro del campo magnético será

a) Una recta.
b) Una parábola.
c) Una circunferencia.
d) Una elipse.
e) Una hélice (espiral)

24. Con frecuencia suelen caer rayos (descargas eléctricas) sobre un aeroplano en vuelo, sin que el avión o los pasajeros sufran daño alguno. Esto se debe a que:

a) El avión está eléctricamente aislado.
b) El aire en el interior del avión actúa como aislante eléctrico.
c) La descarga eléctrica no penetra al interior del avión.
d) El exterior del avión está mojado.
e) El avión lleva pararrayos.

25. Si la densidad de un cubo de lado l_0 en reposo es ρ_0, la densidad del mismo cubo cuando se mueve con una rapidez de $0.9\,c$ a lo largo de una dirección paralela a una de sus aristas es:

a) $\rho = \dfrac{\rho_0}{\sqrt{1-1(0.9)^2}}$
b) $\rho = \dfrac{\rho_0}{1-(0.9)^2}$
c) $\rho = \rho_0 \sqrt{1-(0.9)^2}$
d) $\rho = \rho_0\left[1-(0.9)^2\right]$
e) $\rho = \rho_0$

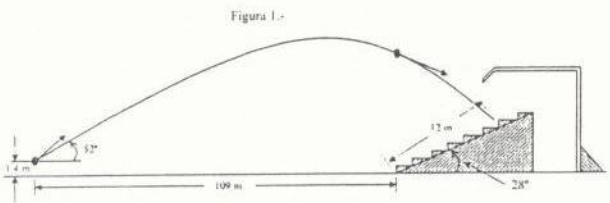
☐ ***EXAMEN ESTATAL***

IX OLIMPIADA DE FÍSICA
"JALISCO 99"

GUADALAJARA JAL. 9 DE JULIO DE 1999.

Problema 1.

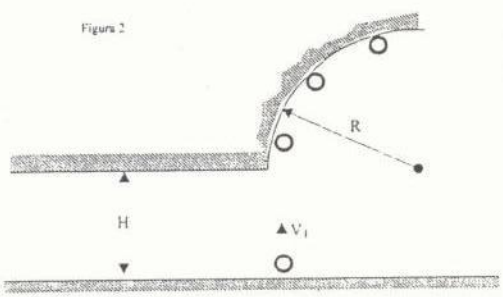
Figura 1.-



En un juego de béisbol un bateador golpea la bola a una altura de 1.4 m sobre el suelo de modo que su ángulo de proyección es de 52° con la horizontal. La bola aterriza en el graderio, a 12 m arriba de la parte inferior, como se ve en la figura. El graderio tiene una pendiente de 28° y los asientos inferiores estan a una distancia de 109 m de la placa de "home". Calcule la velocidad con que la bola dejó el bate. (desprecie la resistencia del aire).

Problema 2

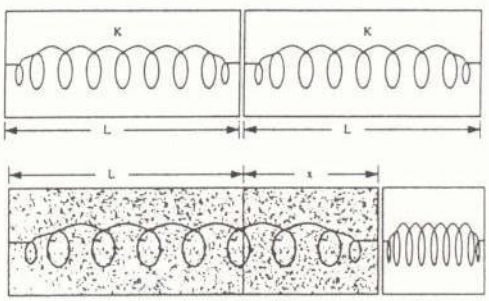
Figura 2



A la altura "H" sobre la superficie terrestre se encuentra una canaleta cilíndrica de radio "R" . ¿Qué velocidad es necesario comunicarle al cuerpo en la superficie terrestre para que se mueva por la canaleta sin desprenderse?. Desprecie la fricción.

Problema 3.

En el cilindro, de longitud 2L = 2 m, el embolo esta unido a los fondos por resortes de igual constante de rigidez K = 1493 N/m. Al principio se ha extraído el aire del cilindro y los resortes se hallan en estado relajado. ¿Qué distancia se desplazará el émbolo si en una de las partes del cilindro se inyectan m = 28 g de Nitrógeno? La temperatura del nitrógeno es 0° C. La masa molecular del nitrógeno es 28 g por mol.



Problema 4.

Se dispone de un calorímetro de Berthelot cuyo valor en agua es exactamente 28 g y contiene 1000 g de un líquido dieléctrico en el que se introduce una resistencia de calentamiento R = 8.55 ± 0.02 Ohms.

Entre los extremos de esta resistencia se establece una diferencia de potencial de 10 ± 0.01 Volts.

La elevación de la temperatura en grados Celsius correspondiente al paso de la corriente durante cinco minutos es de 1.52 ± 0.02.

Suponiendo despreciables las variaciones de la resistencia con la temperatura calcule el calor específico del líquido y estime el error cometido en la medida.

Problema 5.

Una lente delgada biconvexa está hecha de un vidrio que tiene un índice de refracción igual a 1.52. Cada superficie tiene un radio de curvatura de 30 cm. Un objeto de 3 cm. de altura está situado a 14 cm. de la lente.

Encuentre:

- La longitud focal de la lente
- La posición de la imagen del objeto

II OLIMPIADA IBEROAMERICANA

28 de septiembre al 2 de octubre de 1997
Oaxtepec, Morelos, México

Respuestas al examen experimental*

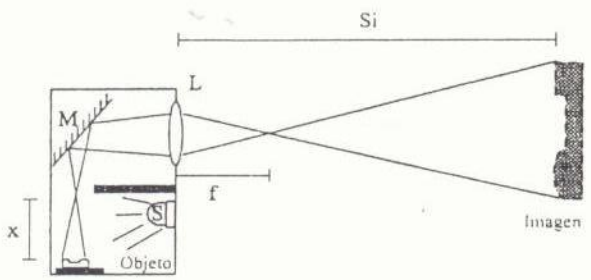
Problema 1. De la ecuación del fabricante de lentes,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{S_0} + \frac{1}{S_i},$$

podemos determinar la posición de la imagen, respecto de la lente, que produce el proyector sobre alguna pantalla:

$$S_i = \frac{fS_0}{S_0 - f}$$

En la figura $S_0 = f + x$, es la distancia que hay desde el objeto a la lente. S_i es la distancia del objeto a la imagen; L representa una lente simple de distancia focal f; M es un espejo; S es una fuente (foco de 25 W) incandescente.



La imagen que se obtiene tendrá una amplificación (m), respecto del objeto, dada por

$$m = \frac{S_i}{S_0}$$

Así, por ejemplo, S_i f = 15 cm y x = 10 cm, resulta que S_0 = 25 cm. La imagen que se obtiene en la proyección estará a 37.5 cm de la lente. La imagen es amplificada, pues m = 1.5, es decir, la imagen es una vez y media mayor que el objeto.

Problema 2. El dispositivo experimental permite la variación del centro de suspensión del péndulo, así como la variación del centro de masas. Ambas cosas se logran girando la pieza que sirve como centro de rotación, por un lado, o girando una pieza de plomo para colocarla en diferentes posiciones respecto del centro de rotación. Un primer aspecto para la obtención de buenos resultados experimentales es asegurarse de que la pieza que sirve como eje de rotación no sufra desplazamiento alguno durante el experimento. Esto último se puede lograr de diferentes maneras, las cuales dependerán de cada estudiante.

Una vez fijo el eje de rotación (su posición óptima es en un extremo de la barra del péndulo), se debe establecer un procedimiento para determinar la distancia entre la pieza móvil y el eje de rotación. Aunque ésta se puede hacer midiendo directamente con una regla, la mejor manera es determinando el paso de rosca de la barra del péndulo y entonces determinar la posición de la pieza móvil contando cuantas vueltas hay entre una posición y la siguiente; para ello es necesario hacer una marca en la pieza de plomo y en la barra. La rosca de la barra tiene un paso de 0.125 mm/vuelta.

La estimación de errores en la medida del periodo de oscilación depende del número de oscilaciones utilizadas para medir el periodo y del número de veces que se midió cada uno de ellos. Como el experimento requiere de un gran número de medidas, se considera adecuada la estimación del máximo error posible en las medidas. Esto es, $\Delta T_{max} = 0.2\ s/N$, en donde N es el número de oscilaciones empleadas. En el caso de la posición de la pieza móvil, se puede estimar que el máximo error es menor que 1/4 de vuelta, lo cual representa una incertidumbre $\Delta x = 0.03$ mm.

Debido al diseño del péndulo, la posición más cercana del centro de la pieza móvil al centro de rotación es de 2.5 cm. La Tabla 1 muestra los datos obtenidos en las condiciones recién descritas midiendo dos veces cada periodo y usando 20 oscilaciones en cada medida, de tal forma que la incertidumbre máxima de las medidas de t es 0.01s.

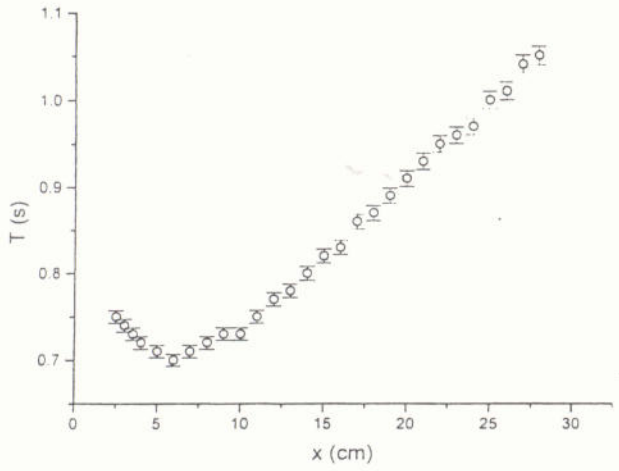
*De los problemas publicados en el Volumen 12, número 2, 1998

Tabla 1

x(cm)	T(s)	x(cm)	T(s)	x(cm)	T(s)	x(cm)	T(s)
2.5	0.75	8.0	0.72	15.0	0.82	22.0	0.95
3.0	0.74	9.0	0.73	16.0	0.83	23.0	0.96
3.5	0.73	10.0	0.73	17.0	0.86	24.0	0.97
4.0	0.72	11.0	0.75	18.0	0.87	25.0	1.00
5.0	0.71	12.0	0.77	19.0	0.89	26.0	1.01
6.0	0.70	13.0	0.78	20.0	0.91	27.0	1.04
7.0	0.71	14.0	0.80	21.0	0.93	28.0	1.05

$\Delta T_{max} = 0.01$ s, $\Delta x = 0.03$ mm.

La gráfica correspondiente a los datos de la Tabla 1 es como sigue, en donde se ve claramente que el periodo del péndulo primero sufre un incremento y después una disminución. Es este resultado inesperado el que motivó el problema experimental.

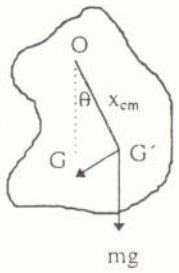


Análisis Teórico

Considerando un péndulo físico como el mostrado en la figura, tenemos

$$m_T g x_{cm} \operatorname{sen}\theta = I\theta$$

en donde g es la aceleración de la gravedad, m_T la masa total del péndulo, I su momento de inercia respecto al centro de rotación, x_{cm} es la distancia



entre el centro de suspensión y el centro de masas del péndulo y θ es su separación angular respecto de la posición de equilibrio. Si el ángulo de oscilación es pequeño, la ecuación del movimiento queda expresada como

$$\theta + \frac{mgx_{cm}}{I}\theta = 0;$$

así que el periodo del péndulo será

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{mgx_{cm}}}.$$

Como la única cantidad variable es la distancia entre el centro de la pesa de plomo y el eje de rotación, x_p, (que hace que la distancia entre el centro de masas y el centro de rotación, x_{cm}, sea una función lineal de x_p), el periodo del péndulo se puede escribir como

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{A + m_p x_p^2}{m m_T g x_{cm}}},$$

lo cual explica que primero el periodo disminuya y después aumente.

SOLUCIONES
a los problemas de la IX Olimpiada Metropolitana de Física publicados en el Volumen 12,número 3, 1998

1. b, d	8. e	15. b	22. sin valor
2. d	9. a	16. d	23. e
3. e	10. b	17. b	24. c
4. b	11. c	18. c	25. b
5. c	12. e	19. a	
6. d	13. a	20. e	
7. a	14. b	21. e	

☐ VII OLIMPIADA ESTATAL DE FÍSICA

11 de julio de 1997
Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingeniería, (CUCEI)
Universidad de Guadalajara

SOLUCIONES[1]

Problema 1. La velocidad de la bolita con masa m_1 antes del choque, es igual a:

$$v_0^2 = 2gh \quad \text{pero} \quad h = L_1 - L_1\cos\alpha = L_1\,(1 - \cos\alpha)$$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$ entonces $h = L_1/2$, por lo tanto: $v_0^2 = gL_1$;

por la ley de la conservación de la cantidad de movimiento:

$$m_1 v_0 = -m_1 v_1 + m_2 v_2$$

como m_1 es menor que m_2, el sentido de v_1 es opuesto al de v_2. Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica:

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} = \frac{m_2 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}$$

De estas relaciones se obtiene:

$$\frac{m_1 v_0 + m_1 v_1}{m_2} = v_2$$

substituyendo datos del problema se llega a:

$$v_2 = 0.396 + 0.4 v_1,$$

elevando esta expresión al cuadrado y despejando en función de v_1 se encuentra que:

$$v_1 = \frac{-6.34 \pm \sqrt{(40.2 + 210.56)}}{22.4}$$

de donde v_1 = 0.99 m/seg y por tanto v_2 = 0.792 m/seg.

Después del choque las bolitas se elevan hasta una altura

$$h_1 = \frac{v_1^2}{2g} = 0.05m$$

y

$$h_2 = \frac{v_2^2}{2g} = 0.03m$$

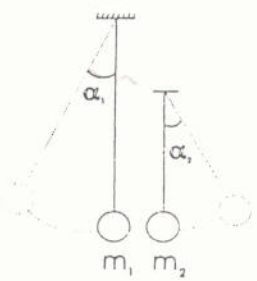
respectivamente.

$$\cos\alpha_1 = \frac{(L_1 - h_1)}{L_1} = \frac{5\text{ cm}}{10\text{ cm}} = 0.5$$

de donde α_1 = 30 grados

$$\cos\alpha_2 = \frac{(L_2 - h_2)}{L_2} = \frac{3\text{ cm}}{6\text{ cm}} = 0.5$$

de donde α_2 = 30 grados



Problema 2. Sobre el cuerpo de masa m están aplicadas dos fuerzas: la tensión T y el peso P. Descomponiendo las dos fuerzas en las direcciones x, y se tiene:

$$T + P = ma$$
$$T = -T\text{sen}\theta\,\mathbf{i} + T\cos\theta\,\mathbf{j}$$
$$P = -P\mathbf{j}$$
$$ma = -m\omega^2 r\,\mathbf{i}$$

de donde $T\text{sen}\theta = m\omega^2 r$ y $T\cos\theta = P$, dividiendo entre sí estas ecuaciones resulta:

$$\tan\theta = \omega^2 r/g$$

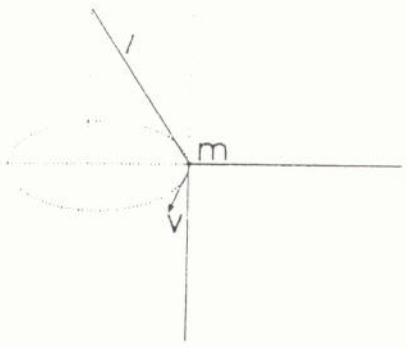
dado que $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ y $r = L\,\text{sen}\theta$ se tiene que:

$$T = 2\pi\sqrt{(L\cos\theta/g)}$$

dado que $\omega = \sqrt{(g\tan\theta)/r}$.

[1] De los problemas publicados en el Volumen 11, número 4, 1997

Como sólo existe aceleración centrípeta el movimiento descrito por la masa m es circular uniforme.



Problema 3. a) El pistón está aislado térmicamente así que el calor no puede pasar al lado izquierdo por lo que $\Delta S = 0$

b) Puesto que la entropía del gas no cambia en el lado izquierdo, la compresión debe ser adiabática

$$PoVo^{\gamma} = P_1 V_1^{\gamma}$$

donde P_1V_1 son la presión y el volumen del gas después de la compresión.

$$V_1 = Vo\,(Po/P_1)^{1/\gamma} = Vo\,(Po/P_1)^{2/3}$$

en el equilibrio las presiones en ambos lados deben ser iguales así que $P_1 = (64/27)\,Po$ por lo que el volumen final del gas en el lado izquierdo debe ser

$$V_i = (27/64)^{2/3}\,Vo = (9/16)Vo$$

c) El número de moléculas de gas en el lado izquierdo debe ser constante durante la compresión. Puesto que el número de moléculas es proporcional a PV/T:

$$PoVo/To = P_1V_1/\,T_1$$

$$T_1 = (P_1V_1\ /PoVo)\,To$$

de forma que la temperatura final del gas en el lado izquierdo debe ser igual a:

$$T_1 = (64/27)(9/16)To = 4/3To$$

d) El volumen total del gas en ambos lados del cilindro debe ser constante e igual a $2Vo$ así que el volumen final en el lado derecho será

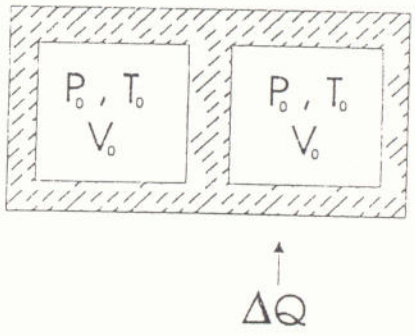
$$V_2 = 2Vo - 9/16Vo = 23/16Vo = V_2$$

Si T_2 representa la temperatura final en el lado derecho y recordando que la presión final allí es $P_2 = P_1 = 64/27Po$, la conservación del número de las moléculas en el lado derecho da:

$$PoVo\ /\ To\ = P_2\,V_2\ /\ T_2$$

$$T_2\ = (P_2\,V_2\ /\ PoVo)To$$

$$= (64/27)(23/16)To = 92/27To$$



e) Como no entra calor en el lado izquierdo el trabajo hecho sobre el gas en ese lado debe ser igual al aumento de energía interna la cuál es igual a:

$$\Delta U = C_p\Delta T = C_v\Delta T$$

puesto que C_v es independiente de la temperatura esto se cumple. Como $C_p - C_v = NR$ y $C_p/C_v = \gamma$ se tiene que:

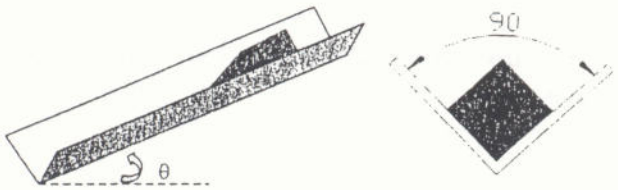
$$C_v = NR/(\gamma - 1)$$

$$U = NRT/(\gamma - 1) = PV/(\gamma - 1)$$

☐ VIII OLIMPIADA ESTATAL DE FÍSICA

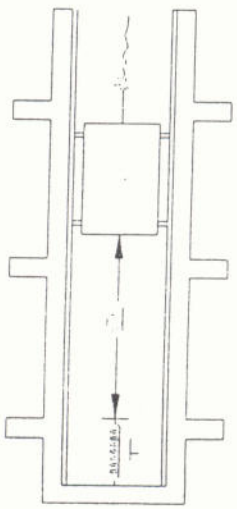
10 de julio de 1998
Centro de Enseñanza Técnico Industrial
Guadalajara, Jalisco

Problema 1. Una caja se desliza hacia abajo por una canal inclinada y en ángulo recto como se muestra en la figura. El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y el material que componen la canal es μ. Determine la aceleración de la caja.



Problema 2. El cable del elevador de 2,000 kg que se muestra en la figura se revienta cuando el elevador está en reposo en el primer piso, estando el fondo a una distancia de 3.6 m sobre un resorte amortiguador cuya constante de rigidez es k = 160,000 N/m. Un dispositivo de seguridad abraza los rieles de guía extrayendo 1,500 Joules de energía mecánica por cada 40 cm que se mueve el elevador. Determine:

a) La velocidad del elevador justo antes de que choque contra el resorte.



b) La distancia en que se comprime el resorte.

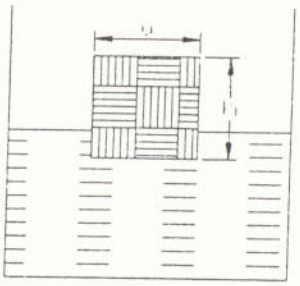
c) La distancia en que el elevador rebotará dentro del tiro.

Problema 3. Un cubo de madera de 20 cm por lado y con una densidad de 0.65 g/cm^3 flota sobre el agua:

a) ¿Cuál es la distancia desde la parte superior del cubo hasta el nivel del agua?

b) ¿Qué cantidad de plomo se debe agregar en la parte superior del bloque para que ésta quede al nivel del agua?

La densidad del agua es de 1 g/cm^3

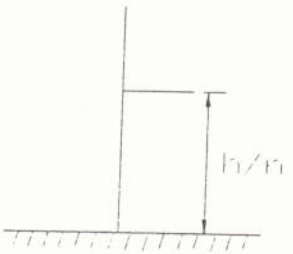


Problema 4. Desde una altura h = 15 m se deja caer una bola sobre un suelo más o menos elástico. La bola rebota hasta la altura h/n. Sabiendo que el calor específico de la bola es de 0.033 Kcal/kg °C determine:

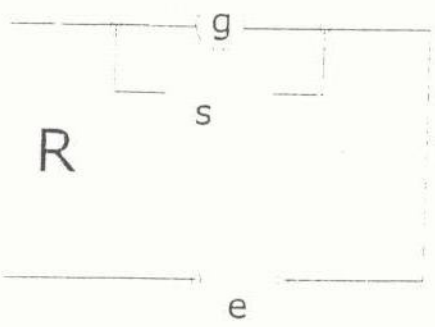
a) La elevación de la temperatura después del primer rebote.

b) La elevación de la temperatura después del segundo rebote. Prácticamente, después de un cierto número de rebotes la bola se detendrá.

c) ¿Cuál será entonces su aumento de temperatura?



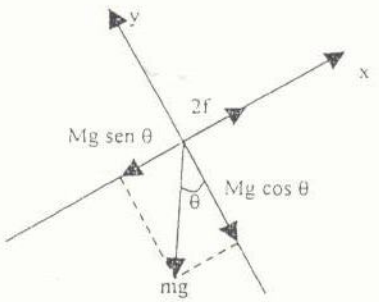
Problema 5. Un termopar de resistencia despreciable forma parte de un circuito que comprende una resistencia de "R" ohms, un galvanómetro de resis-



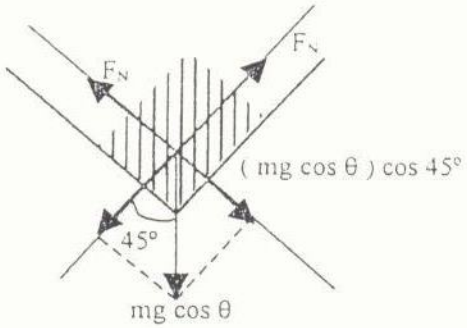
tencia interna de "g" ohms en paralelo con una resistencia de "s" ohms, como muestra la figura. La fuerza electromotriz del termopar en las condiciones térmicas de utilización es de "e" milivolts. ¿Qué intensidad de corriente atraviesa el galvanómetro?

SOLUCIONES

Problema 1. Se descompone el peso a lo largo de la canal



Luego, la componente "$mg\cos\theta$" se descompone transversalmente a la canal:



$$\Sigma Fx = ma: mg\text{sen}\theta - 2f = ma$$

$$mg\text{sen}\theta - 2\mu.F_N = ma \qquad (1)$$

$$\Sigma Fy = 0: F_N - (mg\cos\theta)\cos 45° = 0 \qquad (2)$$

Despejando F_N en (2) y substituyéndola en la ecuación (1) se encuentra finalmente la aceleración:

$$a = g\,(\text{sen}\theta - \sqrt{2}\,\mu\cos\theta)$$

Problema 2. Como el trabajo de las fuerzas no conservativas es igual al cambio de la energía mecánica, se tendrá:

a) $-(3.6m/05\,m)(1500\,\text{joules}) = mv^2/2 - mgh$

y substituyendo los datos del problema se resuelve para v:

$$v^2 = (59760\ \text{Joules}/1000\ \text{kg})$$

$$v = 7.73\ m/s$$

b) Aplicando el mismo principio que en (a)

$$-1500\ \text{Joules}\ (x/0.5\ m) = kx^2/2 - mv^2/2$$

Substituyendo el valor de la constante del resorte, de la velocidad y resolviendo para x se tendrá:

$$x = 0.85\ m$$

c) De la misma forma se encuentra la distancia de rebote del elevador:

$$-1500\ \text{Joules}\ (h/0.5\ m) = mgh - kx^2/2$$

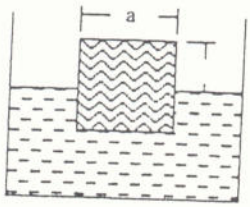
$$-3000\ (h) = 19600\ (h) - 57800$$

resolviendo para h ésta resulta ser igual a $2.56\,m$.

Problema 3. Se establece la condición de equilibrio:

$$\rho_c V g = \rho_a a^2\,(a - h)\,g$$

donde ρ_c es la densidad del cubo de madera, V su volumen, a el valor del lado del cubo y ρ_a la densidad del agua, de donde se obtiene:

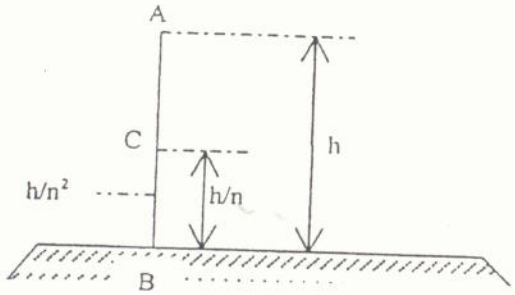


$$\rho_c a^3 = \rho_a a^3 - \rho_a a^2 h$$

resolviendo para h y substituyendo los datos del problema se tiene:

$$h = \{20cm\ (1\ g/cm^3 - 0.65\ g/cm^3)\ /g/cm^3\} = 7\ cm.$$

Problema 4. La bola parte de "A", llega al suelo y remonta hasta "C". Una parte de la energía cinética permite el rebote y la otra parte se transforma en calor:



a) La parte que se tranforma en calor:

$$mgAC = mg(AC - BC) = mg(h - h/n) = mgh\ \{(n-1)/n\}$$

$$Jmc\Delta T_1 = mgh\ \{(n-1)/n\}$$

Resolviendo para el incremento de temperatura:

$$\Delta T_1 = gh\ \{(n-1)/Jcn\}$$

cuando el número de rebotes $n = 3$

$$\Delta T_1 = (9.81 \times 15 \times 2)/(4.18 \times 33.3) = 0.7 \text{ Celsius}$$

b) En el segundo rebote la bola parte del punto C (altura h/n) y remonta hasta $(1/n)$ de h/n o sea $h/n2$. La transformación en calor se obtiene de:

$$mgh - mg\ h/n^2 = Jmc\Delta T_2$$

resolviendo para el incremento de temperatura obtenemos:

$$\Delta T_2 = (gh/Jc)\ (n^2 - 1/n^2)$$
$$= (9.81 \times 15 \times 8)/(4.18 \times 33.9)$$
$$= 0.93 \text{ Celsius}$$

c) Al quedar la bola inmovilizada, es como si la bola pasara directamente de A a B sin rebotar, en este caso se tendrá:

$$mgh = Jmc\Delta T_3$$

y despejando para el incremento en la temperatura se obtiene:

$$\Delta T_3 = gh/Jc = 1.05 \text{ Celsius}$$

Problema 5. La resistencia equivalente de g a s es:

$$\text{Requiv.} = gs/(g+s)$$

La corriente que circula por todo el circuito está dada por:

$$e = (R + gs/g+s)I$$

pero

$$Ig = i_g + i_s$$

la diferencia de potencial entre los puntos A y B está dada por:

$$V_A - V_B = gi_g = si_s$$

Combinando estas tres ecuaciones se obtiene:

$$Ig = i_g + g\ i_g/s = i_g\ (1 + g/s)$$
$$= e\ /\ (R + gs\ /g + s) = i_g\ (s + g\ /s)$$

Por tanto:

$$i_g = e\ /\ \{(R + gs\ /g + s)(s + g/s)$$
$$= e\ /\ \{R(s + g\ )\ /s + g\}\ mA$$

ya que "e" se definió en mV. ■

¿Cuál es la magnitud del campo magnético terrestre en ese sitio? ¿En qué sentido circula la corriente sobre el alambre? ¿En qué sentido se mueven los electrones que generan la corriente eléctrica?

λ_H = calor latente de fusión del hielo = 3.33×10^5 J/kg.
λ_A = calor latente de vaporización del agua = 2.26×10^6 J/kg.
C_A = calor específico del agua = 4.2×10^3 J/kg°C
ε_0 = permitividad del vacio = 8.85×10^{-12} F/m.
μ_0 = permeabilidad del vacio = 1.26×10^{-6} H/m

EL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
Y LA
SOCIEDAD MEXICANA DE FÍSICA
LO INVITAN AL

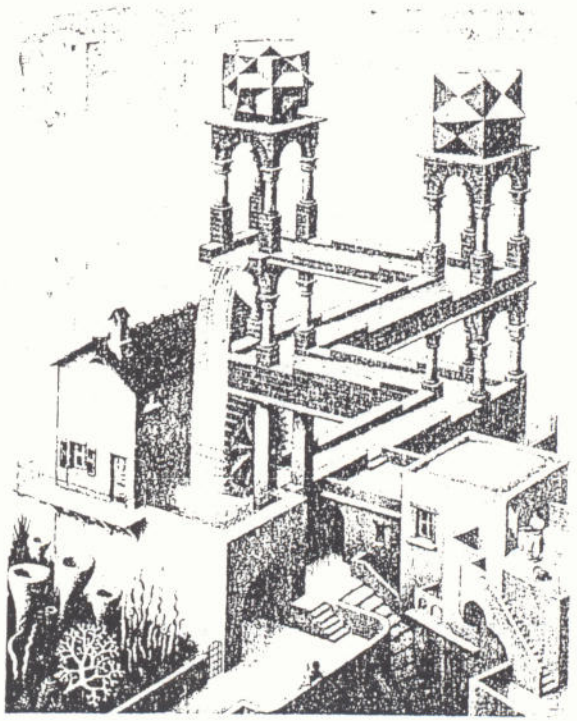
FORO DE LA FÍSICA
EN LA
ENSEÑANZA DE LA INGENIERÍA

DIRIGIDO A: PROFESORES, INVESTIGADORES E INTERESADOS EN LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA EN ESCUELAS DE INGENIERÍA Y CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Centro Cultural "Jaime Torres Bodet"
Zacatenco, D. F.

19 Y 20 DE AGOSTO DE 1999.

* CONFERENCIAS MAGISTRALES
* MESAS DE TRABAJO



Información y entrega de trabajos en la
DIRECCIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES
EN INGENIERIA Y CIENCIAS FISICO MATEMATICAS
Av. Luis Enrique Erro s/n.
Edificio de la Secretaria Academica primer piso
Unidad Profesional Adolfo Lopez Mateos
telefono 5729 60 00 ext. 50452 y 50454
Fax 50436
E-mail deptoyaa@ivmredipn.ipn.mx

☐ IX OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA

20 de septiembre de 1998
Instituto Tecnológico de Durango
Durango, Dgo.

EXAMEN EXPERIMENTAL

Estudiar el tiempo de vaciado del agua contenida en un recipiente al que se le ha practicado un orificio en el fondo.

a) Como primer paso, haz lo que sea necesario para poder utilizar el recipiente de plástico transparente como un instrumento para medir volúmenes (es decir, como una probeta).

b) Determina el tiempo que tarda en vaciarse el agua en cada uno de los recipientes (latas) con una perforación en su fondo, indicando claramente el procedimiento que seguiste y las cantidades que mantuviste constantes. Haz una gráfica con tus resultados.

c) Selecciona una de las latas (la que consideres conveniente) y estudia el tiempo de vaciado como función de la cantidad de líquido contenido en la lata. Haz una gráfica con tus resultados.

d) ¿Consideras necesario repetir medidas para hacer una estimación de errores?. En caso afirmativo, indica cúales medidas repetiste y por qué.

e) ¿Qué relación existe entre el tiempo de vaciado y el diámetro de los orificios? ¿Qué relación existe entre el tiempo de vaciado y la cantidad de líquido en la lata?

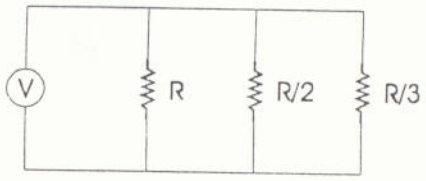
EXAMEN TEÓRICO

1.- Un cuerpo de masa m, que viaja con una velocidad v, choca elásticamente con otro cuerpo idéntico que se encuentra en reposo. Se observa que despúes de la colisión el primer cuerpo viaja con una rapidez u en una dirección que forma un ángulo α respecto a su dirección inicial de movimiento. Demostrar que la dirección de movimiento del segundo cuerpo es perpendicular a la del segundo, sin importar cuál es el ángulo α.

2.- a) Cuando un cilindro uniforme de plástico, de 30 cm de longitud, se coloca verticalmente en el agua, flota con 10 cm fuera del agua. ¿Cuál es la densidad del cilindro?

b) Al sumergir verticalmente al mismo cilindro en otro líquido, flota con 14 cm fuera del líquido. ¿Cuál es la densidad del líquido?

3.- Considera el circuito mostrado en la siguiente figura:



a) ¿Cuál es la corriente suministrada por la fuente de voltaje V?

b) ¿Cuál es la corriente que circula por cada uno de los resistores?

c) ¿Cuál es la caída de potencial en cada resistor?

d) ¿Cuál es la potencia disipada en cada resistor y cuál es la potencia entregada por la fuente V?

4.- Al colocar una lente entre un objeto luminoso y una pantalla separada por 1.25 m del objeto, se encuentra que existen dos posiciones de la lente, separadas entre sí por 0.75 m, que producen imágenes nítidas sobre la pantalla. ¿Cuál es la distancia focal de la lente?

5.- A un trozo de hielo, que se encuentra a -10° C, se le suministra calor con un ritmo temporal uniforme. Al hielo le toma 72 s aumentar su temperatura a 0° C. A partir de ese momento, transcurren 1200 s antes de que la temperatura empiece a aumentar nuevamente. ¿Cuál es el calor específico promedio del hielo? ¿Cuál será el ritmo de calentamiento subsecuente del agua?

6.- Debajo de un alambre de cobre, orientado en la dirección norte-sur, se coloca una brújula a 20 cm del alambre. Cuando se hace circular una corriente de 2.0 A por el alambre de cobre, la brújula cambia su orientación apuntando ahora en la dirección N 20° W.

Problema 4

De acuerdo a la Ley de Joule

$$W=RI^2t=\frac{R^2I^2t}{R}=\frac{V^2t}{R}$$

$$Q=\frac{1}{J}\frac{V^2t}{R}=mC\Delta\theta+M\Delta\theta.$$

Donde M es la masa en agua del calorimetro y $\Delta\theta$ designa la variación de temperatura, por lo tanto:

$$C=\frac{1}{J}\frac{V^2}{R}\frac{t}{m\Delta\theta}-\frac{M}{m}=\frac{1}{4.18}*\frac{10^2}{8.555}*\frac{5*60}{1000*1.52}-\frac{28}{1000}$$

$$=0.553-0.028=0.525\ \text{cal/g}$$

Calculo de errores:

$$\frac{\Delta C}{C}=\frac{2\Delta V}{V}+\frac{\Delta R}{R}+\frac{\Delta Q}{Q}=\frac{0.02}{10}+\frac{0.02}{8.55}+\frac{0.02}{1.52}$$

es decir. $\frac{2}{1000}+\frac{2}{855}+\frac{2}{152}=0.018$ $\qquad \frac{\Delta C}{C}=0.018$

$$\Delta C=0.018*0.53=0.0096 \text{ menor que } 0.01$$

Es decir que el valor de "C" estará entre

$$0.5\leq C\geq 0.54\ \text{cal/g}$$

Problema 5

La longitud focal se encuentra de:

$$\frac{1}{f}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$

Donde $R_1 = 30$ cm y $R_2 = -30$ cm

$$\frac{1}{f}=(1.52-1)\left(\frac{1}{30cm}-\frac{1}{-30cm}\right)=0.035\ cm^{-1}$$

$$f = 29\ \text{cm}$$

Aquí se observa que el objeto estará en el lado interior del punto focal por lo que será una imagen virtual, ubicada a una distancia dada por:

$$\frac{1}{S}+\frac{1}{S'}=\frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{14\ cm}+\frac{1}{S'}=\frac{1}{29\ cm}$$

$$S' = -27\ \text{cm}$$

BIBLIOGRAFIA

R. A. Serway *Fisica*, Mc. Graw-Hill Interamericana, (1987) México D.F.

J. Valentin *Problemas de fisica*, Editorial Reverte S.A.(1979) Barcelona.

Dr. Guillermo Castellanos Guzmán
Delegado Estatal Olimpíada de Física.

a) Calcule la fuerza que actúa sobre la carga –q en función de la distancia y al origen O.
b) Determine la frecuencia de la oscilación de la carga –q cuando ha sido apartada de su posición de equilibrio una distancia $y_o << d$.

Problema 4 (9 Puntos)

Imagine dos bloques idénticos de masa m unidos a los extremos de un resorte ideal de constante elástica k y longitud natural L_o. El sistema se sitúa en posición vertical apoyado sobre una mesa, como se indica en la Fig 1.

La masa superior se desplaza hacia abajo una distancia d, partiendo de su posición de equilibrio (Fig 2), y a continuación se libera sin velocidad inicial.

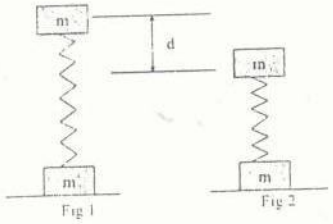


Fig 1 Fig 2

a) Determine el máximo valor de la reacción de la mesa sobre el bloque inferior.
b) Determine el mínimo valor de la distancia d para que la masa inferior llegue a levantarse de la mesa.

Problema Experimental 1 (12 Puntos)

Movimiento de un cuerpo en un fluido

El objetivo del experimento es estudiar el movimiento de una pieza de madera dentro de un tubo de vidrio lleno de aceite.

a) Encuentre el menor ángulo de inclinación del tubo con la horizontal, entre los posibles que el dispositivo experimental le permite, a partir del cual la pieza se eleva recorriendo todo el tramo del tubo sin detenerse.
b) Para diversos ángulos de inclinación mida los valores correspondientes de las velocidades de la pieza.

La relación teórica entre el ángulo de inclinación y la fuerza de resistencia total F_r que actúa sobre la pieza, para el caso en el que ésta se mueve con velocidad constante es la siguiente:

$$F_r = (\rho_{aceite} - \rho_{madera})\, g\, V \operatorname{sen}\theta$$

$$\rho_{aceite} = 0{,}873 \text{ Kg m}^{-3}$$

$$\rho_{madera} = 0{,}28 \text{ Kg m}^{-3}$$

Volumen de la pieza: $V = (5{,}0 \pm 0{,}2)\, 10^{-6} \text{ m}^{-3}$

$$g = 9{,}8 \text{ ms}^{-2}$$

donde

θ = ángulo de inclinación del tubo

c) Haga una gráfica de los valores medidos de la velocidad en función del $\operatorname{sen}\theta$
d) Obtenga una relación empírica entre F_r y la velocidad
e) Interprete cada término de la expresión empírica anterior.

ATENCION: manipule el dispositivo experimental con mucho cuidado para evitar un derrame de aceite.

Problema Experimental 2 (8 Puntos)

Determinación de la capacidad de un condensador

La motivación de este experimento es estudiar el comportamiento de un circuito electrónico

El circuito está compuesto de un "chip", resistencias, un diodo emisor de luz (LED), condensadores (capacitores) de capacidades (capacitancias) conocidas y uno cuya capacidad ha sido intencio-

❑ IV Olimpiada Iberoamericana de Física
Ochomogo, San José de Costa Rica
septiembre de 1999

Solución Problema 1

a) La única fuerza que puede hacer mover los cuerpos es el peso de la masa que cuelga: mg. Esta fuerza debe mover la masa de los 6 cuerpos, o sea, una masa de 6m.

Utilizando la Segunda Ley de Newton:

$$F_{neta} = \text{masa aceleración} \Rightarrow \quad mg = 6ma$$

o sea

$$a = g / 6$$

b) La fuerza que se hace sobre el cuerpo 3 (T_3) debe mover las masas 3,4,5 y 6, o sea, una masa total igual a 4m. La aceleración de esas 4 masas será igual a la obtenida en la parte a).

Luego

$$T_3 = (4\ m)\ a = (2/3)\ mg$$

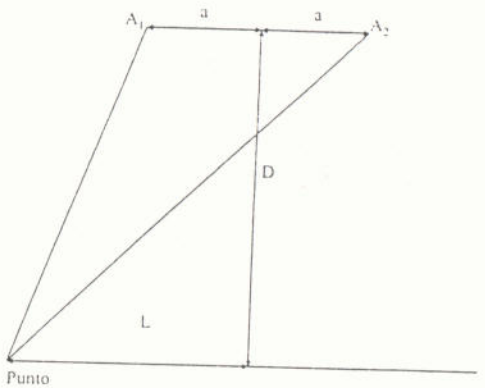
Por la Tercera Ley de Newton, la fuerza que esas 4 masas hacen sobre el bloque 2 tendrá el mismo valor, pero dirección opuesta.

c) La fuerza de fricción debido a las 5 masas sobre la mesa será de $5mg\mu = (5/4)\ mg$ que es mayor que la fuerza que ejerce la masa colgante (mg), por lo que todo el conjunto queda en reposo.

Si se cortara el hilo entre lasa masas 5 y 6 la fuerza de fricción justo igualaría el peso de la masa 1, y el conjunto, de moverse, lo haría con velocidad constante. Luego debe cortarse el hilo entre las masas 4 y 5 para que se mueva **aceleradamente.**

Solución Problema 2

Los altavoces (A_1 y A_2) se colocan a la misma distancia del centro (d = 2 a), para aprovechar la simetría.



a) Dado que en el centro se da una interferencia **destructiva** debe haber una diferencia de fase de π, equivalente a $\lambda/2$.

b) Por lo anterior la distancia PA_1 debe diferir en $\lambda/2$ con la distancia PA_2, esto es

$$\sqrt{(L+a)^2 + D^2} = \sqrt{(L-a)^2 + D^2} + \lambda/2$$

Elevando al cuadrado se obtiene:

$$4aL - (\lambda/2)^2 = \lambda\sqrt{(L-a)^2 + D^2}$$

Volviendo a elevar al cuadrado:

$$L^2 (4a^2 - (\lambda/2)^2) = (\lambda/2)^2 (D^2 + a^2 - (\lambda/4)^2)$$

de donde se obtiene L

c) La intensidad de uno de los altavoces es

$$(\text{amplitud})^2 = A_o^{\,2} = I_o .$$

En el máximo se tendrá en

$$I_T = A_T^{\,2} = (2\ A_o) = 4\ I_o$$

Solución Problema 3

a) La fuerza que actúa entre la carga -q y cada una de las cargas Q es la de Coulomb.

$$\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{d^2+y^2}$$

Dada la simetría en la distribución de las cargas, solo la componente de la fuerza a lo largo del eje y será efectiva, por lo que hay que multiplicar la fuerza por el coseno se tiene

$$\frac{y}{\sqrt{(d^2+y^2)}}$$

La suma de esas dos componentes será

$$\frac{-2qQ}{4\pi\varepsilon_o}\frac{y}{\sqrt{(d^2+y^2)^3}}$$

b) Si y << d se puede tomar $(y/d)^2 \approx 0$, por lo que la fuerza F es la de un resorte

$$F \approx -\frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_o d^3}\, y = -ky$$

siendo k la constante de ese resorte equivalente. Haciendo uso de

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{k/m} \Rightarrow v = \sqrt{Qq} / \sqrt{(2\pi d)^3 m\varepsilon_o}$$

Solución Problema 4

a) El peso de la masa superior hará que el resorte se comprima una distancia $d_1 = mg/k$. Al comprimir el resorte una distancia extra d el resorte hará una fuerza total de

$$k\,(d + d_1)$$

que se sumará al peso de la masa inferior. La mesa, si no se quiebra, efectuará una fuerza de reacción que contrarreste la suma de ambas fuerzas

$$\text{Reacción} = mg + k\,(d + d_1) = 2mg + kd$$

b) Para levantar la masa inferior el resorte debe efectuar una fuerza hacia arriba igual a mg, o sea debe estirarse una distancia d_1 más allá de su longitud natural.

Utilizando la conservación de la energía podemos establecer que el resorte inicialmente tiene una energía

$$\tfrac{1}{2}\,k\,(d + d_1)^2$$

que usará totalmente al llegar a su longitud natural, y deberá además tener una energía de

$$\tfrac{1}{2}\,k\,d_1^2$$

para estirarse y poder levantar a la masa inferior. En todo este proceso la masa superior se desplaza una distancia

$$d + 2d_1 .$$

Igualando ambas energías

$$\tfrac{1}{2}\,k\,(d + d_1)^2 + \tfrac{1}{2}\,k\,d_1^2 =$$

$$mg\,(d + 2d_1) = k\,d_1\,(d + 2\,d_1)$$

lo que lleva a

$$d = d_1\sqrt{2}$$

Solución Problema 3

a) La fuerza que actúa entre la carga -q y cada una de las cargas Q es la de Coulomb.

$$\frac{-qQ}{4\pi\varepsilon_o}\frac{1}{d^2+y^2}$$

Dada la simetría en la distribución de las cargas, solo la componente de la fuerza a lo largo del eje y será efectiva, por lo que hay que multiplicar la fuerza por el coseno se tiene

$$\frac{y}{\sqrt{(d^2+y^2)}}$$

La suma de esas dos componentes será

$$\frac{-2qQ}{4\pi\varepsilon_o}\frac{y}{\sqrt{(d^2+y^2)^3}}$$

b) Si y << d se puede tomar $(y/d)^2 \approx 0$, por lo que la fuerza F es la de un resorte

$$F \approx -\frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_o d^3}\, y = -ky$$

siendo k la constante de ese resorte equivalente. Haciendo uso de

$$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{k/m} \Rightarrow v = \sqrt{Qq} / \sqrt{(2\pi d)^3 m\varepsilon_o}$$

Solución Problema 4

a) El peso de la masa superior hará que el resorte se comprima una distancia $d_1 = mg/k$. Al comprimir el resorte una distancia extra d el resorte hará una fuerza total de

$$k\,(d + d_1)$$

que se sumará al peso de la masa inferior. La mesa, si no se quiebra, efectuará una fuerza de reacción que contrarreste la suma de ambas fuerzas

$$\text{Reacción} = mg + k\,(d + d_1) = 2mg + kd$$

b) Para levantar la masa inferior el resorte debe efectuar una fuerza hacia arriba igual a mg, o sea debe estirarse una distancia d_1 más allá de su longitud natural.

Utilizando la conservación de la energía podemos establecer que el resorte inicialmente tiene una energía

$$\tfrac{1}{2}\,k\,(d + d_1)^2$$

que usará totalmente al llegar a su longitud natural, y deberá además tener una energía de

$$\tfrac{1}{2}\,k\,d_1^2$$

para estirarse y poder levantar a la masa inferior. En todo este proceso la masa superior se desplaza una distancia

$$d + 2d_1 .$$

Igualando ambas energías

$$\tfrac{1}{2}\,k\,(d + d_1)^2 + \tfrac{1}{2}\,k\,d_1^2 =$$

$$mg\,(d + 2d_1) = k\,d_1\,(d + 2d_1)$$

lo que lleva a

$$d = d_1\sqrt{2}$$

❑ X OLIMPIADA NACIONAL DE FISICA HERMOSMLO, SONORA

Examen Teórico (60 puntos)

Problema 1.

Un péndulo en Marte.

Un péndulo tiene un período de oscilación de 10 segundos sobre la superficie de la Tierra.
Este mismo péndulo es llevado a la superficie del planeta Marte.
El objetivo del problema es encontrar cuál será su nuevo período de oscilación.

Lo siguiente le será de utilidad:

- Cuando la Tierra se halla a una distancia de $d = 5.56 \times 10^{10}$ m de Marte, se observa que el planeta tiene un diámetro angular

$$\alpha = 25''.1.$$

- Se observa además que la distancia angular máxima entre el centro de Marte y su satélite Fobos es de

$$\beta = 34''.5$$

y su período de revolución alrededor de Marte es de

$$T = 2.76 \times 10^4 \text{ s.}$$

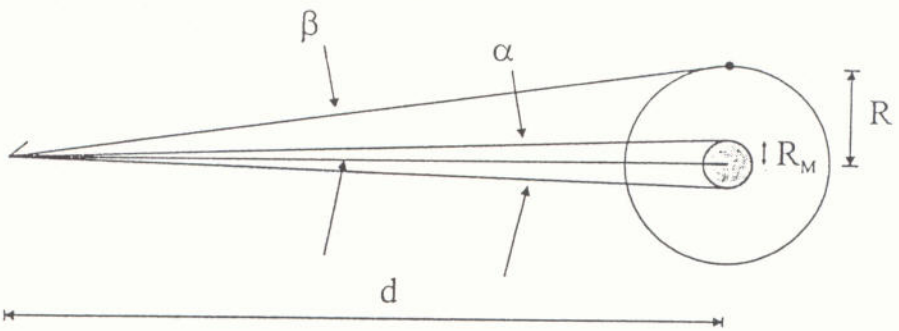
- Considere la órbita de Fobos circular.

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

- Recuerde que

$$1'' = 3.14\ (180 \times 60 \times 60)$$

$$\text{rad} \cong 4.9 \times 10^{-6} \text{ rad.}$$



Problema 2.

Aterrizaje suave.

Un recipiente contiene dos líquidos que no se mezclan y forman dos capas de alturas a_1 y a_2. Sus densidades son ρ_1 y ρ_2 respectivamente. Un objeto pequeño y de perfil hidrodinámico, es soltado sobre la superficie de la capa superior. El objeto cae y llega al fondo del recipiente en el preciso momento en que su velocidad es cero. ¿Cuál será la densidad del objeto?.

Suponga que la viscosidad de los líquidos es despreciable y que el objeto al tener perfil hidrodinámico no presenta resistencia al moverse.

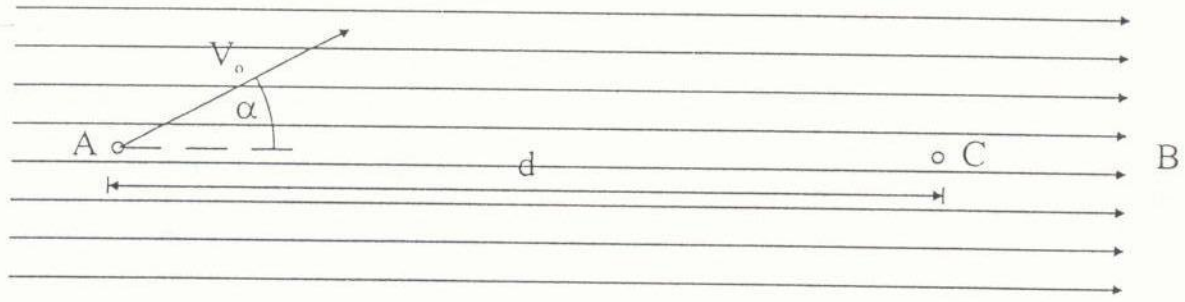
AYUDA:

La energía potencial del objeto se disipa completamente al llegar al fondo con velocidad cero. El trabajo de resistencia solo lo realizan las fuerzas de flotación.

Problema 3.

Partícula en un campo

Una partícula de carga q y masa m se mueve por el punto A con una velocidad Vo y un ángulo α con respecto a la dirección de un campo magnético uniforme de magnitud B. Si queremos que la partícula pase justamente por el punto C, ¿qué valor o valores deberá tener el campo B?. El punto C se halla a una distancia d del punto A.





❑ Examen Teórico Olimpiada Nacional 2000

Guadalajara, Jalisco

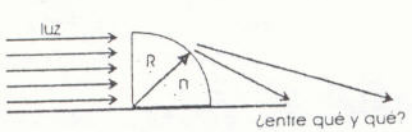
Problema 1. Se tiene una caja negra con cuatro terminales. Se conecta una batería de V voltios al lado I de la caja y un voltímetro conectado al lado II marca V/2 voltios. Ahora se conecta la misma batería al lado II y el voltímetro marca V voltios.

Sí sólo puede haber dentro de la caja negra inductores, o condensadores o resistencias o combinaciones de todos, dibuje un esquema del circuito que hay en el interior.



Problema 2. Una pieza de vidrio cuya forma es de ¼ de cilindro y con un índice de refracción n = 1.5 y un radio R = 5 cm, descansa sobre una mesa horizontal.

Su superficie plana vertical es iluminada por un haz luminoso horizontal y uniforme. Sobre la mesa, a la derecha del cilindro, aparece la mancha de luz difractada por el cuarto de cilindro.



¿Entre qué punto y qué punto medidos del extremo derecho del cilindro, aparece la mancha de luz.?

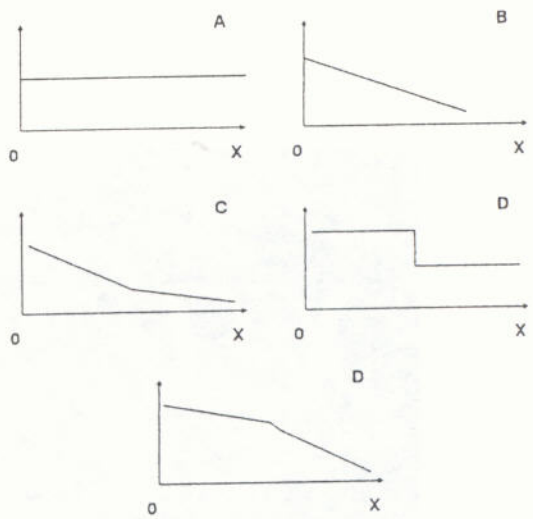
Ayuda, el punto mas alejado puede ser determinado con la formula de los lentes.



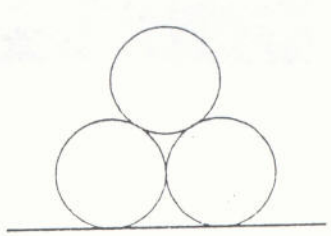
Problema 3. Un conductor está constituido por dos barras metálicas P y Q unidas por sus extremos.

Los dos extremos libres están mantenidos a una temperatura de 0°C y 100°C, mientras que las superficies laterales de los conductores se mantienen aisladas térmicamente.

Las gráficas de abajo ilustran en la ordenada el flujo de calor en función de la posición a lo largo de la barra, en una situación en donde la conductividad térmica de P es mayor que la de Q. ¿Cuál de todas las gráficas representaría mejor el flujo de calor a lo largo de la barra, en condición estacionaria?.



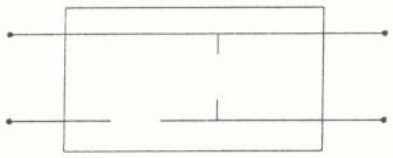
Problema 4. Tres cilindros idénticos están colocados como se muestra en la figura.El coeficiente de fricción entre los cilindros es: μ_1 y entre los cilindros y el piso es μ_2. Encontrar la condición que deben satisfacer μ_1 y μ_2 para que el sistema permanezca en equilibrio.



❑ Soluciones al examen teórico de la Olimpiada Nacional 2000

Guadalajara Jalisco

Problema 1. El circuito que se muestra con dos resisten-

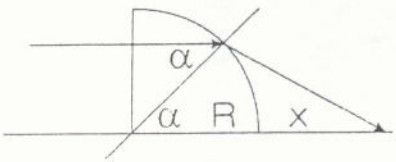


cias iguales cumple con los requerimientos

Problema 2. Considere el haz de luz formado por rayos paralelos. Los rayos cruzan la cara vertical de la pieza de vidrio sin desviarse. Después inciden sobre la superficie concava del cilindro a diferentes ángulos. La normal a la superficie curva es siempre perpendicular a su tangente. En otras palabras son radiales.

Mientras más alto se encuentre un rayo de luz, mayor será el ángulo de incidencia que haga con la superficie curva del cilindro.

El ángulo mostrado en la figura representa el ángulo crítico de reflexión total interna. Es decir ese rayo no sale, se refleja. Por lo tanto sólo rayos que estén debajo de este rayo "crítico" pueden atravesar el 1/4 de cilindro. (Naturalmente que a distintos ángulos)



El caso límite se determina de la figura,
sen $\alpha=1/n=2/3$ y $\cos\alpha = R/(R+x)$ de aquí se despeja x y se sustituye el valor de R. El resultado es x = 1.71 cm. Esta es la mínima distancia a la cuál se observa la mancha de luz.

Al ir disminuyendo el ángulo de incidencia de los rayos, éstos se desvían cada vez menos. Por lo tanto inciden sobre la mesa a mayor distancia. En principio uno tendería a pensar que pueden llegar hasta el infinito; sin embargo, esto no es así. En lugar de realizar cálculos tediosos podemos considerar al ¼ de cilindro como la mitad de una lente plano convexa. El vidrio "delante" del lente se comporta simplemente como una placa de caras paralelas, pués los rayos son perpendiculares al mismo. La distancia focal de la lente puede ser calculada utilizando la fórmula para las lentes delgadas

$$1/f = (n-1)/R$$

esto implica que f = 10 cm que representa la distancia más alejada a la que llega la mancha de luz.

Problema 3 La clave del problema es que el sistema está en un estado estacionario. Esto quiere decir que su temperatura no cambia. Lo anterior implica que la transferencia de energía térmica en el conductor debe ser uniforme a lo largo de la barra. En caso contrario se comenzaría a acumular más energía en algún punto (o a perder) de la barra y su temperatura variaría.

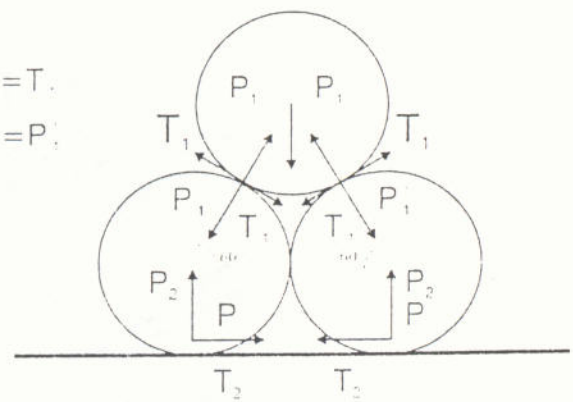
Por tanto la respuesta A es la correcta

Problema 4 Las fuerzas que actúan sobre los cilindros se muestran en la figura. P_1 es la fuerza de reacción que ejercen los cilindros de abajo sobre el de arriba. $P_{1'}$ es la fuerza que ejerce el cilindro de arriba sobre los de abajo y se cumple que $P_1=P_{1'}$.

Las fuerzas provenientes de la fricción entre los cilindros son T_1 y $T_{1'}$. La fuerza de fricción entre los cilindros y el piso es T_2.

$T_1=T_{1'}$

$P_1=P_{1'}$



La suma de las componentes verticales de las fuerzas que actúan sobre el cilindro superior es:

$$2P_2 \operatorname{sen} 60 - 2T_1 \operatorname{sen} 30 - P =$$

$$2(P_2 3^{1/2})/2 + (1/2)T_1 - P_2 = 0 \qquad (1)$$

La suma de las componentes verticales de las fuerzas que actúan sobre el cilindro inferior izquierdo es,

$$P_2 - P - P_1 \cos 30 - T_1 \operatorname{sen} 30 =$$

$$P - (P_1 3^{1/2})/2 + 1/2\, T_1 - P_2 = 0 \qquad (2)$$

La suma de las componentes horizontales de las fuerzas que actúan sobre el cilindro inferior izquierdo es,

$$T_2 + T_1 \cos 30 - P_1 \operatorname{sen} 30 =$$

$$T_2 + (T_1 3^{1/2})/2 - P_1/2 = 0 \qquad (3)$$

Para que el cilindro inferior izquierdo no gire, la sumatoria de torques debe ser igual a cero.

Si éstos se miden desde el centro (punto 0) resulta,

$$T_1 R = T_2 R \qquad \text{ó} \qquad T_1 = T_2 \qquad (4)$$

donde R es el radio de los cilindros.

Resolviendo las ecuaciones (1), (2), (3) y (4) resulta,

$$P_2 = (3/2)P$$

$$P_1 = (1/2)P$$

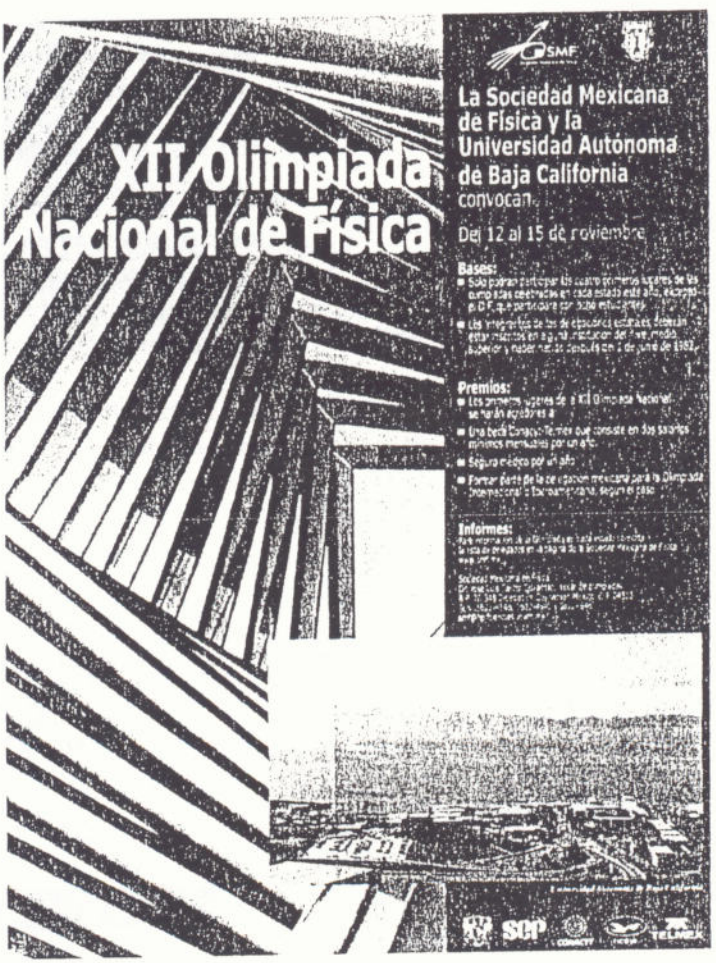
$$T_1 = T_2 = P / (2(2 + 3^{1/2}))$$

Si el sistema está en equilibrio

$$T_2 \leq \mu_1 P_2,\ T_1 \leq \mu_2 P_1,$$

de donde,

$$\mu_1 \geq 1/(3(2 + 3^{1/2}))\ \mu_2 \geq 1/(2 + 3^{1/2})$$



❑ X OLIMPIADA ESTATAL DE FÍSICA

(Estado de Veracruz)

Constantes que puede utilizar en la solución de problemas:

V (sonido)	=	340 m/s.
M (Luna)	=	7.36×10^{22} Kg
1 atmósfera	=	1.013×10^{5} Pa
M (Tierra)	=	5.98×10^{24} Kg
ρ (agua)	=	1×10^{3} kg/m^3
M (Sol)	=	1.99×10^{30} Kg
d (Tierra - Luna)	=	3.85×10^{5} Km
D (Sol - Luna)	=	1.5×10^{8} Km
G	=	6.67×10^{-11} N m^2 /kg^2
g	=	9.8 m /s^2
e	=	1.6×10^{-19} C
N_A	=	6.023×10^{23} átom/mol.

1.- Un proyectil se dispara verticalmente hacia arriba. ¿Con qué velocidad se disparó, si cuando el proyectil alcanza la altura máxima "H" el ruido de la explosión y el proyectil llegan simultáneamente a este punto?. Tome H = 160 m

Solución del problema:

Para el proyectil:

$$H = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Para el sonido:

$$H = vt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Sustituyendo (2) en (1) tenemos:

$$H = V_0\left(\frac{H}{v}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{H}{v}\right)^2 \rightarrow H = \frac{V_0 H}{v} - \frac{g H^2}{2v^2}$$

Eliminando H tenemos:

$$1 = \frac{V_0}{v} - \frac{gH}{2v^2} \rightarrow 2v^2 = 2vV_0 - gH$$

ordenando términos:

$$2vV_0 = 2v^2 + gH \rightarrow V_0 = v + \frac{gH}{2v}$$

Sustituyendo valores: $V_0 = 342.3\ m/s$

2.- Un "mago" vacía cierta cantidad de agua en un recipiente cilíndrico de altura h y de radio r = 2 cm, cubre con una tarjeta de papel la boca del recipiente y sobre ella apoya su mano; a continuación lo gira 180° y lo sostiene con la otra mano, quita la mano de la tarjeta y el agua no cae. Determine usando argumentos de la mecánica clásica, la altura máxima de la columna de agua. (Desprecie el peso de la tarjeta)

Solución del problema:

La masa de la columna de agua, se calcula, usando el concepto de densidad: $m = \rho V = \rho A y$.

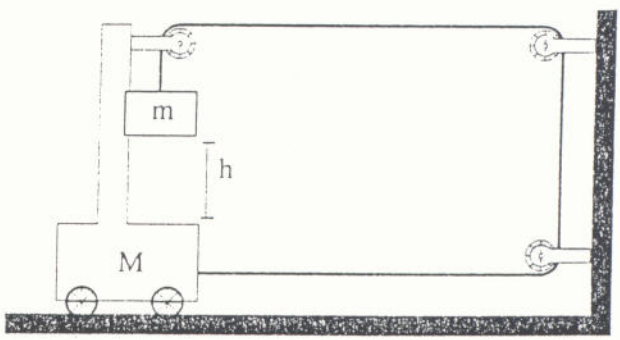
Además la presión atmosférica la denotamos por: $P_0 = F / A \rightarrow$ El peso de la columna de agua dentro del vaso es: $w = mg = Ayg\rho$

Igualando F con w, tenemos: $P_0 A = Ayg\rho$ de

donde: $y = \frac{P_0}{g\rho}$

Sustituyendo valores obtenemos: $y = 10.34\ m$

3.- Un bloque de masa m = 1 Kg está inicialmente suspendido en un carrito de masa M = 11 kg mediante el sistema de poleas mostrado. Las poleas y los hilos son de masa despreciable, la cuerda tiene longitud constante, también se desprecian todas las fuerzas de fricción.



Si el bloque se suelta cuando está a una altura h = 4.9 m por encima de la base del carrito, ¿al cabo de cuánto tiempo golpeará el bloque la base del carrito? ¿cuál habrá sido el desplazamiento del carrito en ese tiempo?

Solución del problema:

Usando tensiones para las masas m y M, tenemos

$$T = -mg = -ma \quad \text{y} \quad T = (M + m)a$$

Sustituyendo T de la última ecuación en la primera:

$$(M + m)a - mg = -ma.$$

Ordenando términos

$$(M + 2m)a = mg \rightarrow a = \frac{m}{M + 2m} g \rightarrow a = 0.75 \frac{m}{s^2}$$

Para determinar el tiempo que tarda en golpear el carro usamos:

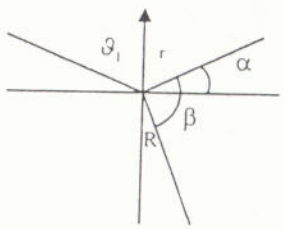
$$h = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a}} = \sqrt{\frac{2(4.9)}{0.75}} = \underline{3.61 s}$$

Por otra parte:

$$d = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{0.75(3.61)^2}{2} = \underline{4.89 \ m} \approx 4.9 \ m$$

4.- ¿Cuál será el valor del ángulo de incidencia ϑ_1 que asegure que el rayo reflejado en la superficie del agua resulta ser perpendicular al rayo refractado?

Por la primera ley de la reflexión: $\vartheta_1 = r$



De la figura: $r + \alpha = 90°$; $\beta = 90°$ y

$$\beta + R - \alpha = 90° \rightarrow R = 90° - r;$$

Ley de Snell $\rightarrow$ $\frac{sen\ \vartheta_1}{sen\ R} = \frac{sen\ r}{sen\ R} = n$

$$\frac{sen\ r}{sen(90° - r)} = \frac{sen\ r}{\cos\ r} = tg\ r = n$$

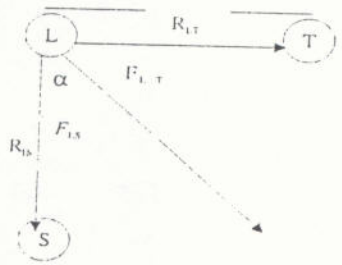
$$\therefore r = arctg 1.33 \rightarrow \underline{r = \vartheta_1 = 53.06°}$$

5.- Determinar la fuerza neta sobre la Luna debida a la atracción gravitacional tanto de la Tierra como del Sol suponiendo que se encuentran formando ángulos rectos entre sí.

Solución del problema:

Fuerza que ejerce la Tierra sobre la Luna es:

$$F_{LT} = G \frac{m_L m_T}{R^2_{TL}} = 1.98 \ x \ 10^{20} \ N$$



Fuerza que ejerce el Sol sobre la Luna:

$$F_{LS} = G \frac{m_L m_S}{R^2_{SL}} = 4.34 \ x \ 10^{20} N$$

$$\therefore F = \sqrt{F_{LT}^{\ 2} + F_{LS}^{\ 2}} = \underline{4.77 \ x \ 10^{20} N}$$

Además:

$$tg\ \alpha = \frac{F_{LT}}{F_{LS}} \Rightarrow \underline{\alpha = 24.5^{o}}$$

6.- Se quita la mitad de los electrones "libres" de una muestra de plata de volumen 524 cm^3 y densidad $\rho = 10.49\ gr/cm^3$. Considere la masa atómica de la plata igual a $180\ gr/mol$ y un solo electrón libre por átomo. ¿Cuál es la **carga** que se quitó?

Solución del problema:

Sabemos que: $m = \rho V$; y que: $n = \frac{m}{M}$

además: No. de átomos $= N_A n = \rho N_A V / M$

$$\text{No. de átomos} = \frac{(6.023x10^{23})(524)(10.49)}{108}$$

Carga que se quitó

= (1/2) (No. de átomos) (carga del electrón)

$= \underline{2.45 \times 10^{6}\ C}$



PREMIO JORGE LOMNITZ ADLER 2001

CONVOCATORIA

El Instituto de Física de la Universidad Nacional Autónoma de México abre a concurso el Premio **"Jorge Lomnitz Adler 2001"**, con el propósito de reconocer la mejor obra de investigación publicada bajo el tema de "Dinámica no lineal y fenómenos colectivos".

El premio consiste en la entrega de un diploma y la cantidad de $20,000.00 (VEINTE MIL PESOS 00/100 M.N.)

1) Los candidatos deberán ser físicos residentes en el país, menores de 45 años al cierre de la convocatoria, que hayan hecho aportaciones valiosas y originales en el área de "Dinámica no lineal y fenómenos colectivos".

2) Deberán ser investigadores de tiempo completo en una institución de reconocido prestigio.

3) Los candidatos deberán ser propuestos al menos por dos miembros de la comunidad científica nacional.

4) Las candidaturas deberán ir acompañadas de una carta de aceptación del candidato, copia del acta de nacimiento, curriculum vitae incluyendo citas bibliográficas, una semblanza biografica destacando su contribución, pruebas curriculares y fotocopias del material publicado en el tema de esta convocatoria.

5) El fallo del jurado será inapelable, se entregará solamente un premio por año y será individual. El concurso podrá ser declarado desierto.

6) La fecha límite para la presentación de candidatos sera el 19 de octubre de 2001.

7) Las candidaturas deberán presentarse dirigidas al Director del Instituto de Física, en: Circuito de la Investigación Científica, Ciudad Universitaria, D.F., o bien por correo al Apartado Postal 20-364, Mexico 01000, D.F. Para cualquier aclaracion comunicarse a los teléfonos 5616-1039 y 5622-5044.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Ciudad Universitaria, 16 de agosto de 2001

DR. MATÍAS MORENO YNTRIAGO
Director

❑ XII Olimpiada Nacional de Física
Ensenada, Baja California

Examen Teórico

Misión Espacial

1. Supongamos que eres comandante de una pequeña sonda espacial que se encuentra girando uniformemente en órbita circular en torno a uno de los grandes planetas, completando una revolución en ≈3 Hrs. Se sabe que el diámetro del planeta es de unos 140,000 km y la altura de la sonda sobre la superficie es de sólo unos cuantos kilómetros. Puedes considerar que:

$$G = 7\times10^{-11}\ \text{N m}^2\text{kg}^{-2} \text{ y } \pi = 3$$

Desde la Tierra te piden estimar:

a) la gravedad en la superficie del planeta y
b) la masa del mismo.

Para cumplir tu misión puedes comenzar por calcular la velocidad de la sonda.

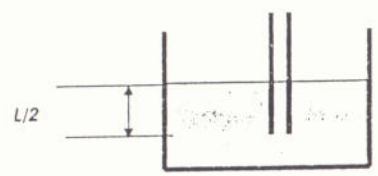
Pipeta de mercurio

2. Un tubo cilíndrico de vidrio de longitud "L" está sumergido hasta la mitad en mercurio, como se ilustra en la figura. Se tapa con el dedo el orificio superior y se saca lentamente el tubo. Parte del mercurio se escurre pero queda una columna de longitud "y". Supón que el aire encerrado en el tubo se puede considerar como un gas ideal.

a) Muestra que la presión del aire encerrado en el tubo se relaciona con la presión atmosférica inicial, según la expresión:

$$p = p_{atm}\,\frac{L}{2(L-y)}$$

b) Si la presión atmosférica equivale a una longitud H de una columna de mercurio, calcula la longitud y en terminos de H y L



Colisiones

3. Como se muestra en la figura, el péndulo de la izquierda se eleva a una altura h. Posteriormente se libera y colisiona con el péndulo de la derecha que permanecía en reposo. Supón que ambas masas son idénticas

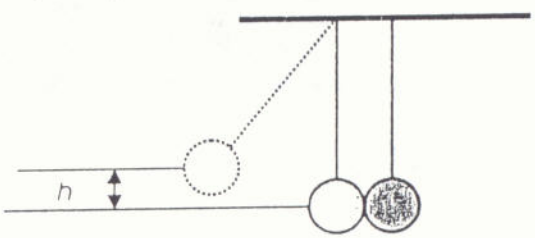
a) ¿Cuál es la velocidad de la esfera de la izquierda, precisamente antes de la colisión?

b) Si después de la colisión ambas esferas permanecen pegadas, ¿hasta qué altura h' (en términos de h), oscilará el sistema conjunto?

c) Se desplazan las dos esferas a una altura h, una hacia la izquierda y la otra hacia la derecha, después son liberadas, simultáneamente, desde el reposo y colisionan elásticamente. ¿A qué altura ascenderá cada una después de la colisión? Explica tu respuesta.

d) Ahora supón que las esferas tienen diferente masa; m_1 es la masa de la izquierda y m_2 es la masa de la derecha. Se suelta m_1 de la altura h y choca con m_2, inicialmente en reposo. Después de la colisión, ambas se mueven juntas y alcanzan una altura de $h/3$. Determina la masa m_2 en términos de m_1

e) Si ahora $m_1 = 3\,m_2$ y m_1 se suelta de la altura h mientras m_2 está en reposo, calcula las velocidades finales después de la colisión, asumiendo un choque elástico. Expresa el resultado en función de la velocidad inicial (v_0), de la masa m_1, justo antes de la colisón.



Movimiento de partículas cargadas

4. Un electrón es lanzado desde una de las placas de un condensador de placas paralelas (ver figura 1);

su rapidez inicial es v_0=6.0X10^6 m/s. Un campo eléctrico dirigido de la placa 1 a la placa 2, lo desvía a una trayectoria parabólica. La magnitud del campo eléctrico es E=2000 N/C, la longitud de las placas es L=11.0 cm y la separación d, entre ellas, es de 2.0 cm. [La masa del electrón m_e = 9.11X10^{-31} Kg, y la carga del electrón q_e = -1.6X10^{-19} C].

(a) Si $\theta = 40^o$, ¿alcanzará el electrón a golpear la placa 2?

(b) ¿Cuál debe ser el ángulo de lanzamiento del electrón para que evite golpear la placa 2 y logre un alcance máximo?

(c) ¿Puede un electrón salir por la derecha del condensador, evitando el contacto con las dos placas? Justifica tu respuesta.

(d) Si se quita el campo eléctrico y se aplica un campo magnético B perpendicular a v_0, la partícula será desviada en una trayectoria circular como se ilustra en la figura 2. El campo magnético es uniforme y se aplica en toda la región marcada con crucecitas en la figura. ¿Cuál debe ser el valor mínimo de B para evitar que un electrón lanzado a un ángulo de 90° golpee la placa 2?

(e) Si en lugar de un electrón se lanzara una partícula de masa mayor, digamos un protón, ¿en qué dirección debe aplicarse el campo magnético para desviar el protón hacia la derecha y cuál sería el B mínimo para evitar la colision con la placa 2? [La masa del protón es m_p=1.67X10^{-27} Kg, su carga es q_p=1.6X10^{-19} C].
La dinámica de las partículas cargadas es importante en el diseño de aparatos como el *Selector de Velocidades* y el *Espectrómetro de Masas*, instruméntos que permiten separar iones moleculares.

Figura 1

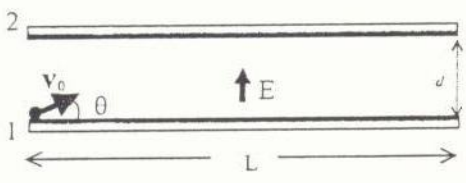
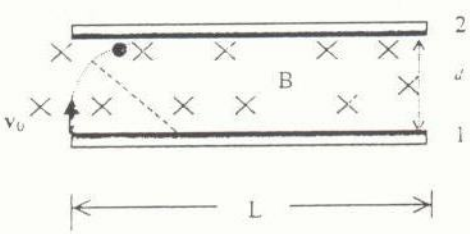


Figura 2



Efecto Doppler

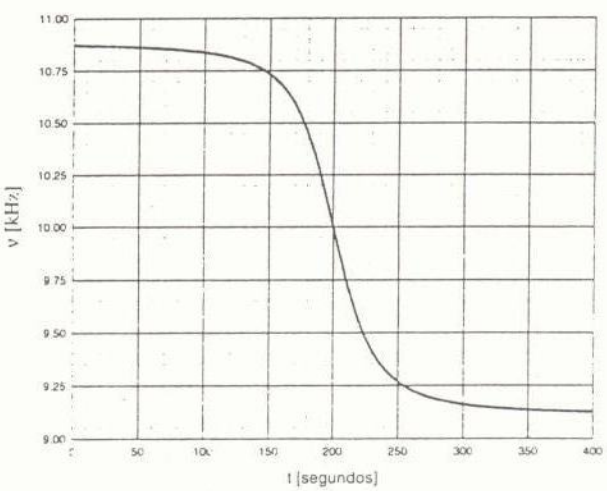
5. Una exploradora que está perdida en un bosque escucha a lo lejos el sonido agudísimo de un tren. De inmediato saca un instrumento con el que registra la frecuencia de la onda sonora a medida que pasa el tren. El resultado se muestra en la gráfica. Ayúdale a la exploradora a determinar:

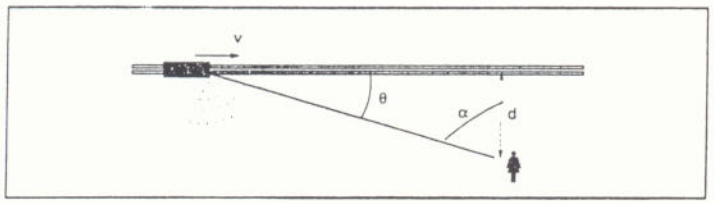
a) si se trata del tren rápido (que viaja a más de 90 Km/h),

b) a qué distancia se encuentra ella de la vía.
Puedes suponer que la velocidad del sonido en el aire es v_s = 333.3 m/s y aproximar la frecuencia Doppler mediante la expresión

$$v = v_0 (1 + v_{t0} \ / \ v_s)$$

donde v_0 es la frecuencia de la onda y v_{to} es la componente de la velocidad de la fuente en la dirección del observador, tomada como positiva cuando la fuente se acerca al observador y negativa cuando ésta se aleja.





El efecto Doppler es de gran utilidad; en Astronomía, por ejemplo, se utiliza para calcular la velocidad angular de las estrellas y el desplazamiento al rojo de las galaxias. Con el radar, en la Aviación Civil, permite conocer la velocidad y la posición de las aeronaves.

SMF

La Sociedad Mexicana de Física y la Escuela de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo convocan a la:

XIII Olimpiada Nacional de Física

del 12 al 15 de noviembre de 2002
Morelia Michoacán

CONACYT sep TELMEX





Bases:

- Solo podrán participar los cuatro primeros lugares de las olimpiadas celebradas en cada estado este año excepto el D.F. que participara con ocho estudiantes.
- Los integrantes de las delegaciones estatales deberán estar inscritos en alguna institución del nivel medio superior y haber nacido después del 1° de enero de 1983.

Premios:

- Los primeros lugares de la XIII Olimpiada Nacional se harán acreedores a:
- Una beca Conacyt-Telmex para estudios de licenciatura que consiste en dos salarios mínimos mensuales por un año, renovable si se cumplen los requisitos estipulados.
- Seguro medico por un año.
- Formar parte de la delegación mexicana para la Olimpiada Internacional o Iberoamericana, previo proceso de selección.

Informes:

Para información de la Olimpiada en cada estado consulta la lista de delegados en la página de la Sociedad Mexicana de Física
http://www.smf.mx

Sociedad Mexicana de Física
Dr. José Luis Castro Quintana. Vocal de Olimpiadas
A.P. 70-348 Delegación Coyoacán México, D.F. 04511
Tels.: 5622 4848, 5622 4840 y 5622 4946
jlcq@fciencias.unam.mx

❑ XIII OLIMPIADA NACIONAL DE FÍSICA

Escuela de Ciencias Físico Matemáticas UMSNH

Morelia, Mich., del 11 al 15 de noviembre de 2002.

HIELO Y AGUA

1. En un día de verano dejas sobre la mesa de trabajo un vaso con agua y hielo mientras atiendes una llamada telefónica. Cuando regresas a la mesa el hielo se ha fundido y observas con sorpresa que el nivel del agua en el vaso:

   a) Ha aumentado

   b) Se mantiene igual

   c) Ha disminuido.

   Identifica los principios físicos involucrados en este proceso y represéntalos simbólicamente. Muestra que tu opción elegida se deduce de estos principios.

ESTIMACIÓN DE *R*

2. Considera los siguientes datos de presión y densidad del vapor de agua a 100 grados Celsius y a partir de ellos realiza una estimación de la constante universal de los gases *R* en unidades de *J/mol K*. Enuncia claramente las hipótesis asumidas en esta estimación.

PRESIÓN (Pa)	986	9806	98066
DENSIDAD (kg / m^3)	0.00570	0.05705	0.578

FÍSICA VS FUERZA BRUTA

3. Asistes con tus compañeros de escuela a la función inaugural de un gran circo de tradición. En el número más impresionante, Strongman se tiende en el suelo con una gruesa placa de acero sobre su pecho e invita a una persona del público para que golpeé la placa con un marro de metal, poniendo en ello toda su energía.

   Strongman sale del trance con sus costillas intactas y tú, todavía con el recuerdo del chocar de los metales, te preguntas cómo es posible esto.

   Asume que la masa de la placa es aproximadamente nueve veces la masa del marro para calcular qué fracción de la energía cinética del mismo es transferida a la placa después de ser golpeada. Elabora tu explicación con estos datos.

PASANDO CARGA

4. Un explorador tiene dos lámparas idénticas que funcionan cada una con una pila recargable. La pila 1 es nueva y lleva los siguientes datos

   6 Volts 5 Ampere-hora

   y la otra pila es idéntica y está descargada. Entonces él piensa que si la carga se conserva, bien podría dividirse la carga total a partes iguales para tener dos lámparas en servicio.

   Considerando lo anterior procede a conectar las pilas para transferir carga.

   Evalúa la estrategia del explorador después de completar la siguiente tabla.

		INICIO	FINAL
PILA 1	CARGA		
	VOLTAJE	6 v	
	ENERGÍA		
PILA 2	CARGA	0	
	VOLTAJE	0	
	ENERGÍA	0	

PARTÍCULAS SUBATÓMICAS

5. Descubierta por Henri Becquerel en 1896, la radiactividad consiste en la emisión de componentes subatómicos (por ejemplo, núcleos de

helio llamados partículas alfa) espontáneamente emitidos por los núcleos de elementos pesados. Según la explicación de María Curie para el decaimiento radiactivo del Radio (masa atómica 226), los núcleos de Radio emiten espontáneamente partículas alfa (masa atómica 4) para convertirse en núcleos del elemento Radón (masa atómica 222).

Un modelo sencillo para este decaimiento consiste en imaginar el núcleo de Radio como si fuera un resorte comprimido con la partícula alfa en un extremo y el núcleo de Radón en el otro. Utiliza este modelo de decaimiento para mostrar que en este proceso la energía cinética de la partícula alfa es más del 90 % de la energía cinética total.

ACUERDO DE RECIPROCIDAD DE DERECHOS PARA LOS MIEMBROS DE LA SOCIEDAD MEXICANA DE FISICA (SMF) Y LA SOCIEDAD CUBANA DE FÍSICA (SCF).

La SOCIEDAD MEXICANA DE FISICA acuerda ampliar de forma recíproca los derechos de sus miembros, tal y como se establece a continuación, a todos los socios de la SOCIEDAD CUBANA DE FÍSICA, y ésta, a su vez, acuerda ampliar de forma recíproca los derechos de sus socios, tal y como se consigna abajo, a todos los miembros de la SOCIEDAD MEXICANA DE FISICA.

1) Los socios de la SCF podrán presentar resúmenes en los congresos y reuniones de la SMF con las mismas ventajas y restricciones que los miembros de la SMF.
2) Los socios de la SCF podrán inscribirse en los congresos y reuniones de la SMF en las mismas condiciones que sus miembros.
3) Los socios de la SCF podrán suscribirse a las publicaciones de la SMF en las mismas condiciones que sus miembros.

Recíprocamente:

1) Los miembros de la SMF podrán presentar resúmenes en los congresos y reuniones de la SCF con las mismas ventajas y restricciones que los miembros de la SCF.
2) Los miembros de la SMF podrán inscribirse en los congresos y reuniones de la SCF en las mismas condiciones que sus socios.
3) Los miembros de la SMF podrán suscribirse a las publicaciones de la SCF en las mismas condiciones que los socios de la SCF.

Se suscribe el presente acuerdo a los 25 días del mes de junio del año 2002 y permanecerá en vigor hasta que bien la SCF o bien la SMF anuncien con doce meses de antelación la finalización del mismo.

Firmado, por la
Sociedad Cubana de Física

Dr. Victor L. Fajer Avila.
Presidente.

Firmado, por la
Sociedad Mexicana de Física.

Dr. Gerardo S. Contreras Puente.
Presidente.

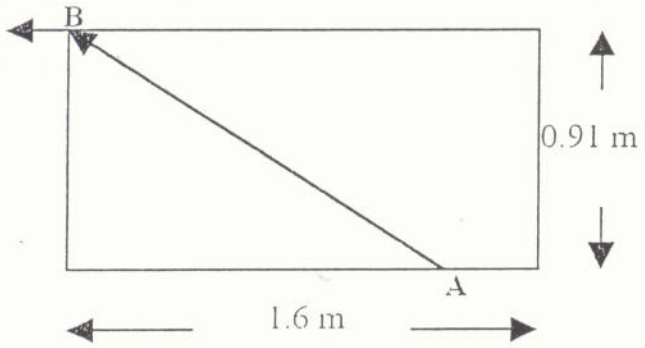
❑ XI Olimpiada Estatal de Física,

Estado de Veracruz.
(responsable: Alfonso Vargas Cisneros)

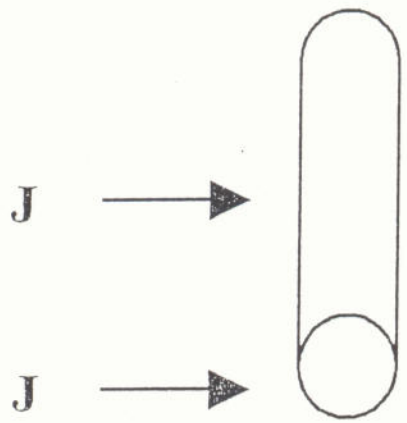
1. Un bloque transparente de material desconocido tiene sus lados horizontales de longitud **1.6 m** y los verticales de **0.91 m**. Un observador envía en el punto "A" un haz producido por un laser, el punto "A" se encuentra a **30 cm** de una de las aristas de la base, el haz penetra al medio y sale al aire horizontalmente en el punto "B" (ver figura).

   a) ¿Cuál es el índice de refracción del medio?

   b) Determine la velocidad de la luz en el material



2. Un cilindro uniforme de acero de longitud "**L**", radio "**R**" y masa "**M**" es colocado horizontalmente sobre una superficie sin fricción (ver figura).



   a) Si se le da un impulso de magnitud J en la parte media del cilindro y a una altura "R"medida desde la superficie, determina su energía de movimiento.

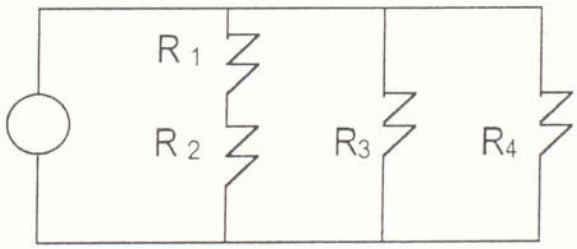
   b) Si J se aplica ahora en uno de los extremos y a una altura "**R**", describe cualitativamente el movimiento de la barra.

3. Un globo se llena de aire en la ciudad de Veracruz donde la temperatura ambiente es de **39°C**. El globo toma la forma esférica y su radio tiene un valor de **R = 13 cm**. Posteriormente se introduce en una alberca hasta una profundidad de **9.5 m**, donde el agua se encuentra a una temperatura de **14°C**.

   a) ¿Cuál es la presión que siente el globo a esa profundidad?

   b) ¿Cuál es el trabajo medio que se tiene que realizar sobre el globo para sumergirlo? (Desprecie el peso del globo y del aire contenido en él)

4. Considere el circuito mostrado en la siguiente figura:



   a) ¿Cuál es la corriente suministrada por la fuente de voltaje?.

   b) ¿Cuál es la corriente que circula por cada resistencia?.

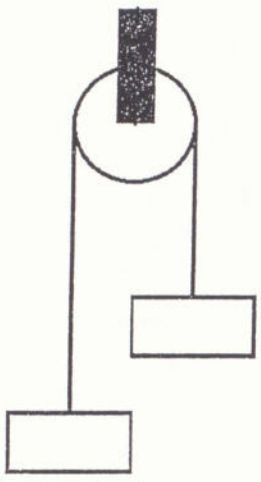
   c) ¿Cuál es la caída de potencial en cada resistencia?.

Considere para este problema:

$V = 40V$; $R_1 = R_2 = R_3 = 6\,\Omega$; $R_4 = 4\,\Omega$

5.- Señala la respuesta correcta:

a) Dos cuerpos iguales están suspendidos a lado y lado de una polea de radio R = 0. 2 m como se indica en la figura.



Uno de los cuerpos desciende con una velocidad de v_1 = 2 m/s. La velocidad angular en rad/s con que gira la polea es:

A) 0.1

B) 0.4

C) 2

D) 1

E) 20

b) Una esfera de masa 2 kg choca contra una pared y se detiene, (ver figura). El impulso que recibió la esfera por parte de la pared es:



A) 5 Ns

B) 2N s

C) -10 N s

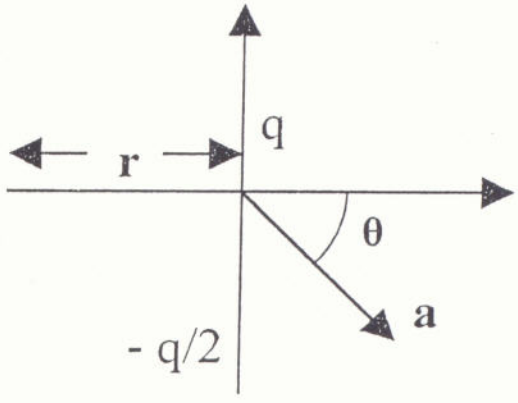
D) - 20 N s

E) 0

c) Dar la respuesta a la pregunta siguiente: ¿Cuál es el campo magnético a una distancia radial de **3 cm**, generado por una carga de 10^5 **Coulombs** que viaja por un conductor lineal en 0.2 segundos.

(considere a μ_o = 1.26 x 10-6 Tm/A).

6.- Una particula de masa **m** y con una carga **+ q** se encuentra en el origen de un sistema cartesiano con una aceleración a, formando un ángulo θ con el eje **x** como se indica en la figura.



El movimiento de la partícula es debido a la interacción con otras dos cargas, una de ellas se encuentra sobre el eje **x** a una distancia **r** de **q** y la otra con carga - ½ **q**, se encuentra sobre el eje **y**. Calcule la carga y signo de la partícula del eje **x**.

7. Considere el radio de la Tierra como **R = 6370 Km** y la presión atmosférica con valor igual a $P_o = 10^5$ Pa. Calcular la masa de la Atmósfera. (Suponga que la presión Atmosférica tiene el mismo valor en todo punto sobre la superficie).

❑ XI Olimpiada Estatal de Física

Estado de Veracruz
(responsable: Alfonso Vargas Cisneros)

SOLUCIONES A LOS
PROBLEMAS DEL NÚMERO ANTERIOR

Problema 1

a) $\Theta = \text{tg}^{-1}(1.3/0.91) = 55°$;

de la ley de Snell:

$$n_1 \text{ sen } \Theta = n_2 \text{ sen } 90° = 1,$$

entonces

$$n_1 = 1 / \text{sen } 55° = 1.22,$$

n_1 índice de refracción del bloque

b) Sabemos que

$$n_2/n_1 = V_1/V_2 \rightarrow V_1 = (n_2/n_1)\, V_2\, V_1 = 3 \times 10^8 \text{ m/s} / 1.22$$

entonces

$$V_1 = 245901639.3 \text{ m/s}$$

Velocidad de la luz dentro del bloque.

Problema 2

a) Recordemos que

$$J = P_f - P_i ;$$

además Pi = 0

$$E = P^2/2M = J^2/\ 2M = J^2/\ 2M.$$

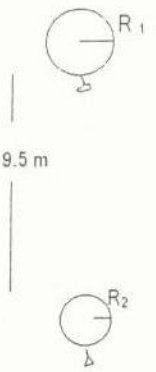
La energía es sólo cinética.

b) Al golpear al cilindro en el extremo, éste rotará alrededor del C.M debido a la torca ejercida por "J" y, como no existe fricción, se alejará de su posición inicial con una velocidad menor a la medida en el inciso a), esto es, el cilindro se trasladará y rotará.

Problema 3

a) $P_2 = P_o + \rho gh = 10^5 \text{Pa} + (10^3 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(9.5 \text{ m})$

$$P_2 = 193\ 100 N/m^2$$



b) $V_1 = (4/3)\pi R_1^3 = 9.2x10^{-3} m^3$

De la ley de los gases ideales,

$$P_1V_1/T_1 = P_2V_2/T_2,$$

obtenemos

$$V_2 = P_1V_1T_2/P_2T_1 =$$

$$(10^5)(9.2x10^{-3})(287)/(19.31x10^4)(312)$$

$$V_2 = 43.83x10^{-4} m^3.$$

El trabajo es igual al producto de la fuerza media ejercida sobre el globo por el desplazamiento dentro de la alberca, esta fuerza es igual al empuje. El empuje varía al cambiar el volumen del globo con la profundidad; por lo que el empuje medio es

$$\bar{E} = F = \rho g \bar{V} = (10^3 kg/m^3)(9.8 m/s^2)$$

$$[(9.2x10^{-3} + 43.83x10^{-4} m^3)/2]$$

$$E = 66.556 \text{ N} \cong 66.56 \text{ N}.$$

Por tanto: $W = F\,h = E\,h = (66.56 \text{ N})(9.5 \text{ m}) = 632.32 \text{ J}$

$$W = 632.32 \text{ J}.$$

Problema 4

$$R'_E = R_1 + R_2 = (6+6)\,\Omega = 12\,\Omega$$

$$1/\ R_E = 1/\ R'_E + 1/\ R_3 + 1/\ R_4 = 1/12\Omega + 1/6\Omega + 1/4\Omega$$

$$= 6/12\Omega$$

$$R_E = 2\,\Omega$$

a) La corriente suministrada es

$$i = V/R_E = 40 \text{ V}/2\,\Omega = 20 \text{ A}.$$

Problema 5

a) $V = \omega R \rightarrow T\omega = V/R = (2\ m/s) / 0.2\ m$

$$\omega = 10\ rad/s$$

b) $J = PF - PI = 0 - (2\ kg)(5\ m/s) =$

$$J = -10\ kg\ m/s = -10\ N\ s.$$

c) $B = \mu_o\, i/2\pi R$ como: $i = q/t = 10^5\ C/0.2\ s = 5 \times 10^5\ A. \rightarrow$

$B = (1.26 \times 10^{-6}\ Tm/A)(5 \times 10^5\ A) / (1.88\ m) \rightarrow B = 0.335\ T.$

Problema 6

Analizando la dirección y sentido de la aceleración se deduce que el signo de la carga que se encuentra en el eje "X" tiene que ser positiva, ya que de otra manera la aceleración apuntaría en otra dirección y/o sentido.

$\Sigma F_x = K Q q/r^2 = m a_x = m a \cos\theta \rightarrow$

$Q = (m a r^2 \cos\theta)/q K.$

$\Sigma F_y = K q^2/2x^2 = m a_y = m a \operatorname{sen}\theta \rightarrow$

$x = [K q^2/2 m a \operatorname{sen}\theta]^{1/2}$

Problema 7

Sabemos que la presión atmosférica es $P = F/S$. Aquí la fuerza, es el peso que ejerce la atmósfera sobre la superficie de la Tierra, es decir, $F = Mg$. La superficie de la Tierra se determina por

$$S = 4\pi R^2 = 4\ (3.1416)\ (6370\ 000\ m)^2$$

$$S = 5.099 \times 10^{14}\ m^2.$$

Despejando la masa de la atmósfera tenemos
$M = S P / g$ Sustituyendo valores:

$$M = [(5.099 \times 10^{14}\ m^2)(10^5\ N/m^2)] / (9.8\ m/s^2) =$$

$$5.203 \times 10^{18}\ kg$$

$$M = 5.203 \times 10^{18}\ kg.$$



❑ RONDA ELIMINATORIA

para selecionar a los estudiantes que participaran en la Olimpiada Iberoamericana

Problema 1

Un camión de mudanzas A se mueve con velocidad v en dirección a un camión de mudanzas B idéntico pero que se halla en reposo. Sobre el camión se halla una caja como se muestra en la Fig. 1

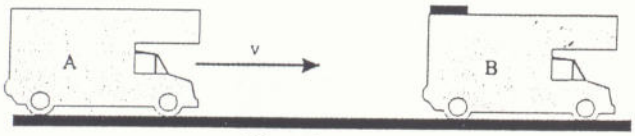


Figura 1.

Después del choque ambos camiones avanzan unidos hasta detenerse (Fig. 2).

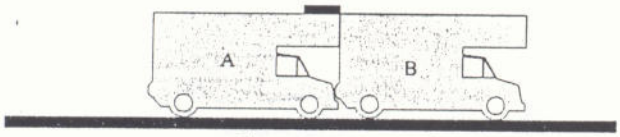
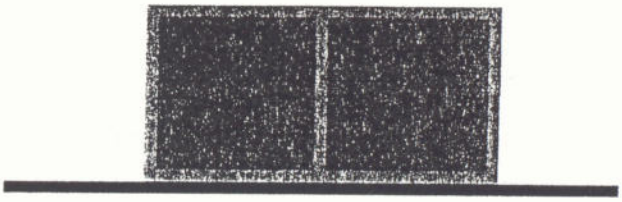


Figura 2.

Este proceso transcurre en un segundo. Como resultado del choque la caja pasó del camión B al camión A. La longitud de la caja es de 1 metro y su masa es 140 veces menor que la masa de cualquiera de los camiones, el coeficiente de fricción entre la caja y el techo de los camiones es 69 veces mayor que el coeficiente entre los camiones y el pavimento. Hallar la velocidad v. (Sugerencias: Haga diagrama de fuerzas, utilice la ley de conservación del impulso).

Problema 2

Un recipiente en forma de paralelepípedo tiene una masa M y longitud L. Este recipiente está lleno de un gas ideal de masa m y además posee un tabique ligero y aislante, el cual se desliza sin fricción, dividiendo de esta manera el gas en dos partes iguales. (ver figura). Al principio la temperatura del gas era T. En la parte derecha del recipiente se conecta un calentador y como resultado la temperatura de esa mitad del gas aumenta a $2T$. El gas que ocupa la parte izquierda del recipiente se mantiene a temperatura T. Si el recipiente se encuentra sobre una superficie horizontal, sin fricción, hallar su desplazamiento horizontal con respecto a un punto en el piso.



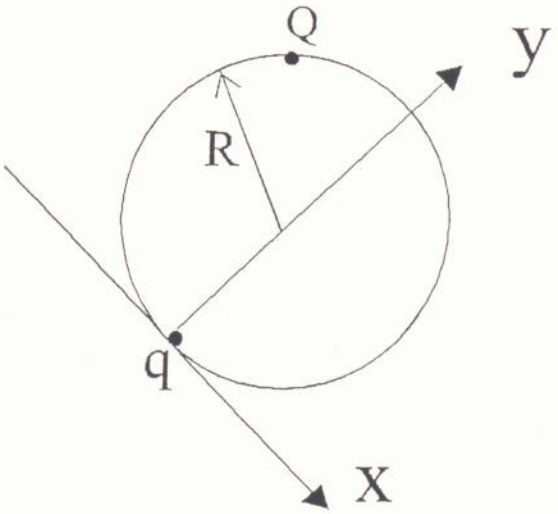
a) ¿Cuántas veces es mayor el volumen de la derecha con respecto al de la izquierda, cuando se calienta a una temperatura $2T$?

b) ¿Cómo cambia la posición del centro de masa de todo el sistema (recipiente + gas) durante el proceso de calentamiento?

c) Si el recipiente se encuentra sobre una superficie horizontal, sin fricción, hallar su desplazamiento horizontal con respecto a un punto arbitrario sobre la superficie.

Problema 3

Hallar el período de oscilaciones pequeñas para un cuerpo puntual de masa M y carga q situado dentro de una esfera lisa y sin fricción de radio R, si en el punto superior de la esfera se halla situada una carga fija Q. (ver figura).



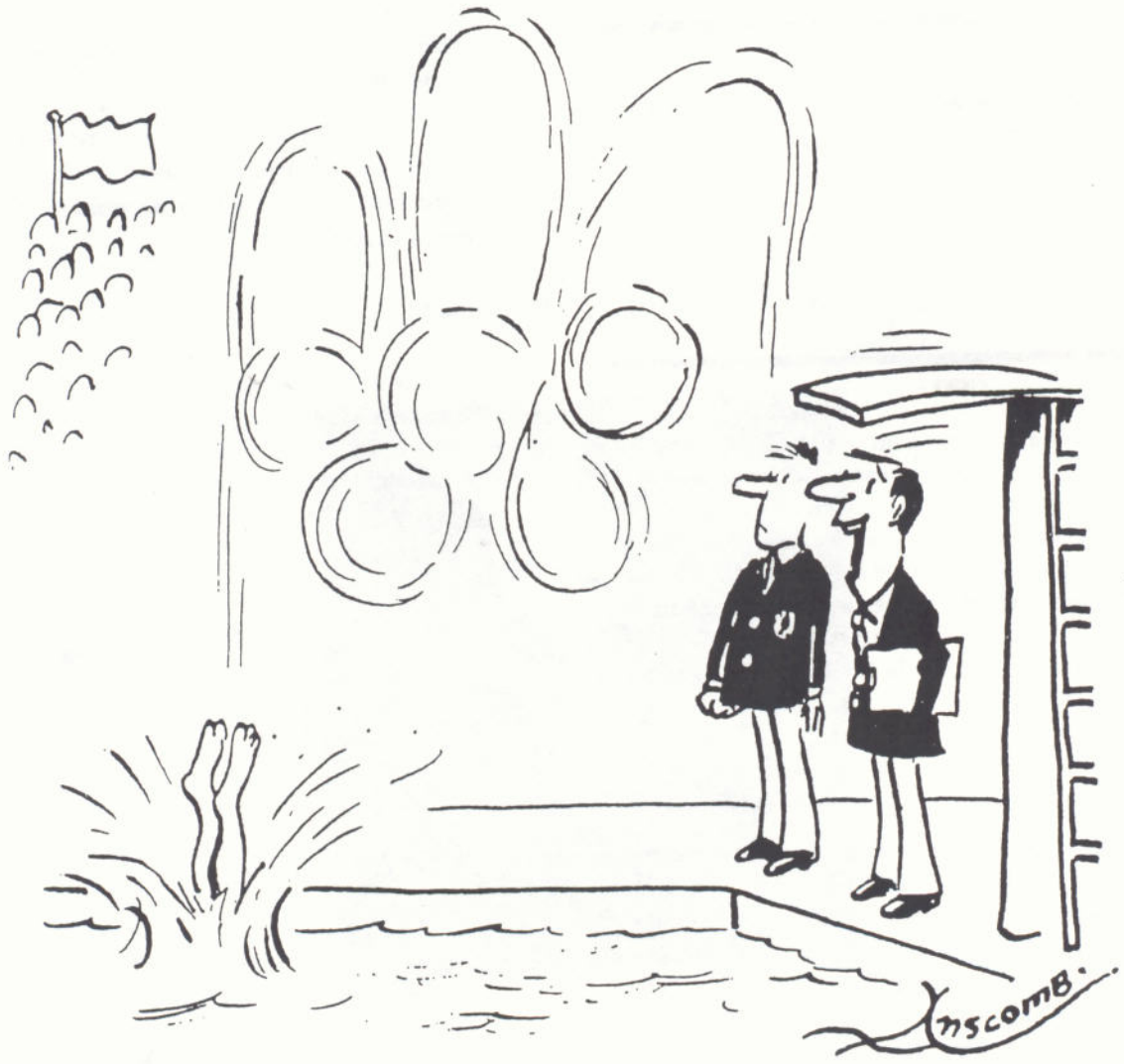
a) Haga un diagrama de las fuerzas que actúan sobre q, tomando como sistema de referencia (x,y), el mostrado en la figura.

b) De acuerdo con el diagrama de fuerzas escriba la suma de componentes a lo largo de los ejes x,y. (Nota: la fuerza resultante en el primer caso es igual a $-MR\varpi^2$ y en él se anula con la normal N).

c) Utilizando el hecho de que el período de oscilación T es igual a $2\pi/\varpi$, halle el período haciendo las siguientes simplificaciones para ángulos pequeños:

$$\cos\frac{\alpha}{2} \approx 1$$

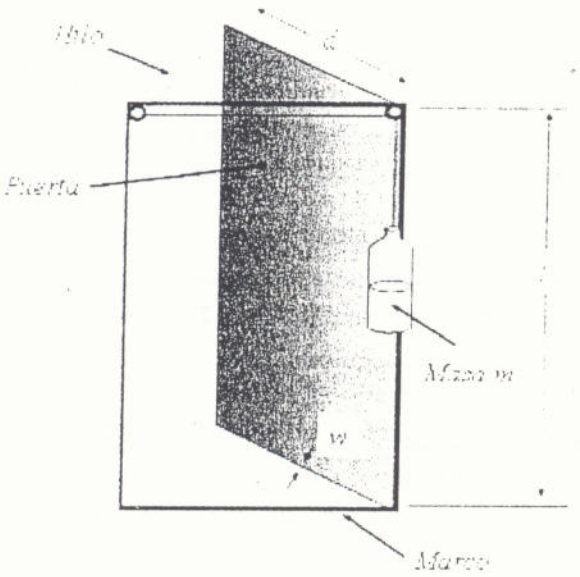
y $\quad sen\ \alpha \approx \alpha$



❑ VIII Olimpiada Iberoamericana de Física

22 de septiembre, La Habana, Cuba, 2003

1. Sistema gravitacional para el cerrado de puertas



Cierto administrador de cine tacaño, para no comprar un brazo hidráulico comercial, ha diseñado el dispositivo que se muestra esquemáticamente en la figura para que la puerta de su establecimiento, cuya masa es M, se cierre automáticamente cuando la dejan abierta.

Exactamente al extremo superior de la puerta se ata el extremo de un hilo sin masa que se desliza por dos aros cuyas dimensiones pueden despreciarse y que están fijos al marco de la puerta. Del otro extremo del hilo se cuelga una botella ligera que contiene una masa m de agua mucho menor que la masa de la puerta ($m << M$). La puerta, de ancho d y altura l=2.0 m, está formada por una plancha de vidrio de grosor w=10 mm y una densidad $\rho = 5.0\, g\,/\, cm^3$. El principio de trabajo del dispositivo es sencillo: si la puerta queda abierta, y puede hacerlo hasta un ángulo máximo de 90 grados, el frasco con agua desciende por su peso, haciendo que la puerta se cierre debido a la fuerza trasmitida por el hilo. Suponemos en adelante que al cerrarse completamente la puerta se produce un choque perfectamente inelástico y no se consideran en ningún lugar del sistema fuerzas de rozamiento que pudieran existir.

Recuerde que el momento de inercia de una placa de masa M, según un eje paralelo a uno de sus lados verticales y que pasa por su centro, es

$$I = \frac{ML^2}{12},$$

donde L es la longitud del lado perpendicular al eje.

1.1) Si el tipo de vidrio de la puerta soporta sin astillarse una velocidad de impacto máxima en el borde de la puerta

$$v_{\max} = \frac{\varphi}{ld},$$

donde $\varphi = 3.0\ m^3/s$, y la masa de agua en la botella es $m = 1.0$ kg, ¿qué condición impondría usted al ancho de la puerta para que ésta no se rompa al cerrarse? Suponga que el hilo es inextensible.

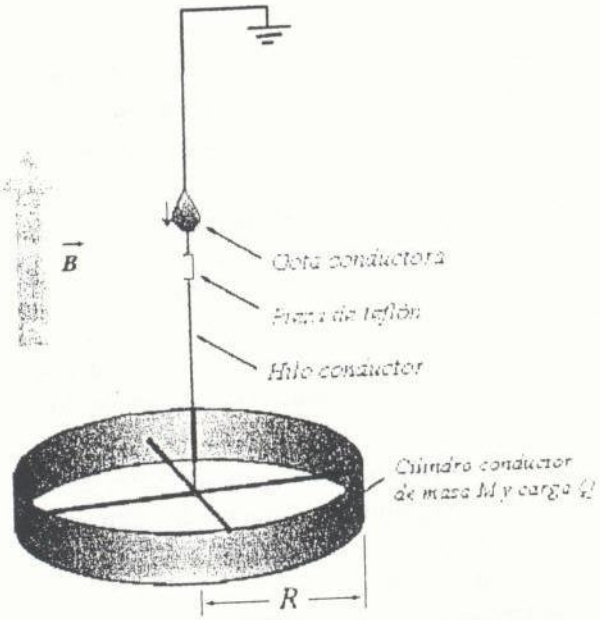
1.2) Suponga ahora que en el momento del portazo el hilo deja de ser inextensible y se comporta como un resorte de constante elástica k=10 N/mm hasta que se ejerce sobre él una tensión límite $T_{\text{lim}} = 200$ N, por encima de la cual se rompe. ¿Cuál es la masa máxima de agua que puede ser introducida en la botella sin que el hilo se rompa tras cerrarse la puerta?

1.3) Alguien ha abierto lentamente la puerta del cine hasta dejar una pequeña separación de 5.0 cm entre el borde de la puerta y el marco. Sin embargo, al darse cuenta de que lo que están exhibiendo es "Gladiator II", se arrepiente de entrar y suelta la puerta. En caso de que la puerta tuviese un ancho $d = 80$ m y la masa de agua fuese $m = 1.0$ kg, ¿qué tiempo tardaría en cerrarse?

2. Una paradoja de Feynman

Sea el sistema descrito en la figura. Una cinta metálica de forma cilíndrica muy fina, con carga Q y masa M, cuelga de un hilo conductor formando un péndulo de torsión cuyo coeficiente (torque necesario para hacer girar un radián a la cinta) es K. Supongamos que el radio de la cinta es R y que ésta se sostiene por medio de una cruceta conductora soldada tanto a la cinta como al filamento de suspensión. Este último está interrumpido por un pequeño segmento de teflón, que es un excelente aislante eléctrico. Todo el sistema se encuentra inmerso en un campo magnético B, paralelo al hilo de suspensión.

Describamos ahora la situación en la cual se produce la paradoja. Considere que una pequeña gota de líquido conductor se desliza por el hilo sin intervención de ningún ente exterior hasta alcanzar el segmento de teflón y establecer continuidad eléctrica en toda su longitud. Al ocurrir esto, *se observa que la cinta gira, lo cual parece violar la ley de conservación del momento angular*. Ésta es justamente la paradoja que le invitamos a analizar.



En adelante, desprecie la resistencia de los filamentos y de la gota conductora, así como la masa de los hilos conductores. Suponga que el sistema está en el vacío y que la cinta no gira apreciablemente durante la descarga.

2.1) Determine el momento angular que adquiere la cinta inmediatamente después de la descarga, en función de Q, R y B.

2.2) Obtenga una expresión para el ángulo máximo que gira la cinta después de la descarga.

2.3) Suponga que la bobina que produce el campo posee un radio infinito. Indique entonces qué ente físico de los que constituyen el sistema (cinta metálica, hilos conductores, campo electromagnético...) pierde el momento angular que gana la cinta.

AYUDA: Un péndulo de torsión es análogo a un sistema masa-resorte, donde todos los parámetros y leyes de la traslación tienen sus análogos en la rotación. Por ejemplo, la deflexión del resorte tiene su análogo en el ángulo que rota el péndulo de torsión; $F=kx$ tiene su análogo en $\tau = K\theta$, etc.

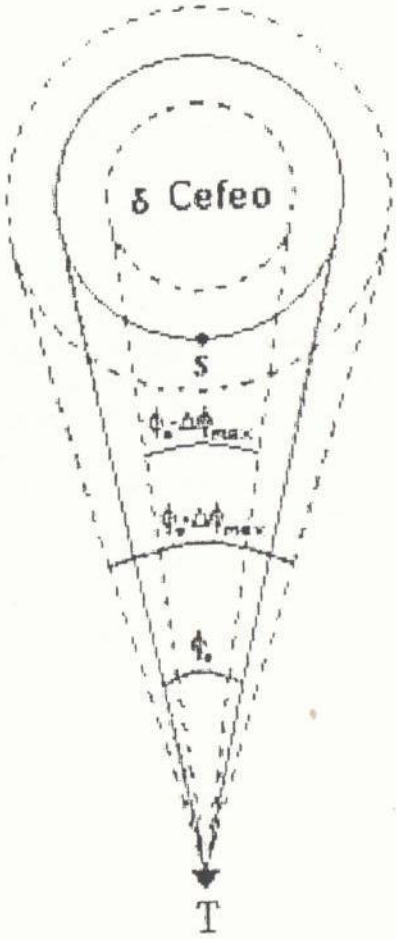
3. Observando la estrella δ de Cefeo

La estrella δ de Cefeo es una representante típica del numeroso grupo de estrellas pulsantes conocidas como *cefeidas clásicas*. Estas estrellas se caracterizan por variaciones periódicas del brillo, asociadas a pequeñas oscilaciones de sus radios.

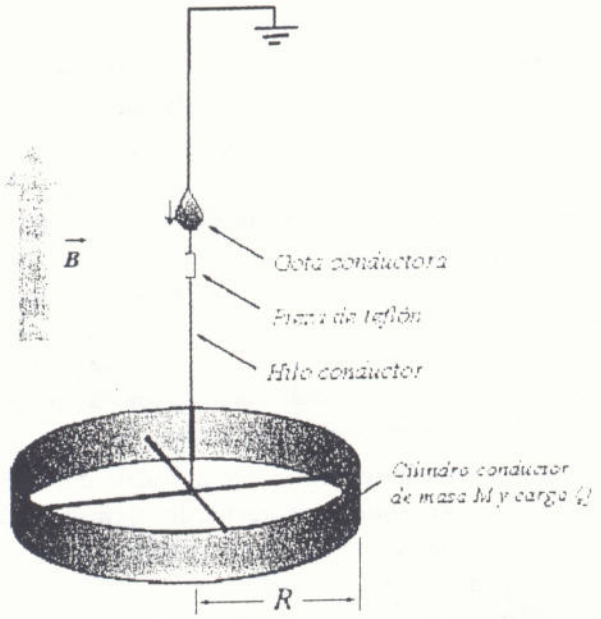
Se conoce que el período de estas oscilaciones para δ de Cefeo es τ, y que en este proceso el diámetro angular, medido desde un observatorio **T** en la Tierra, varía entre

$$\phi_0 - \Delta\phi_{max} \text{ y } \phi_0 + \Delta\phi_{max}$$

(ver figura), todos ángulos muy pequeños. Se conoce también que debido al conocido efecto Doppler, la luz de longitud de onda λ correspondiente a cierta transición en el



Describamos ahora la situación en la cual se produce la paradoja. Considere que una pequeña gota de líquido conductor se desliza por el hilo sin intervención de ningún ente exterior hasta alcanzar el segmento de teflón y establecer continuidad eléctrica en toda su longitud. Al ocurrir esto, *se observa que la cinta gira, lo cual parece violar la ley de conservación del momento angular*. Ésta es justamente la paradoja que le invitamos a analizar.



En adelante, desprecie la resistencia de los filamentos y de la gota conductora, así como la masa de los hilos conductores. Suponga que el sistema está en el vacío y que la cinta no gira apreciablemente durante la descarga.

2.1) Determine el momento angular que adquiere la cinta inmediatamente después de la descarga, en función de Q, R y B.

2.2) Obtenga una expresión para el ángulo máximo que gira la cinta después de la descarga.

2.3) Suponga que la bobina que produce el campo posee un radio infinito. Indique entonces qué ente físico de los que constituyen el sistema (cinta metálica, hilos conductores, campo electromagnético...) pierde el momento angular que gana la cinta.

AYUDA: Un péndulo de torsión es análogo a un sistema masa-resorte, donde todos los parámetros y leyes de la traslación tienen sus análogos en la rotación. Por ejemplo, la deflexión del resorte tiene su análogo en el ángulo que rota el péndulo de torsión; $F=kx$ tiene su análogo en $\tau = K\theta$, etc.

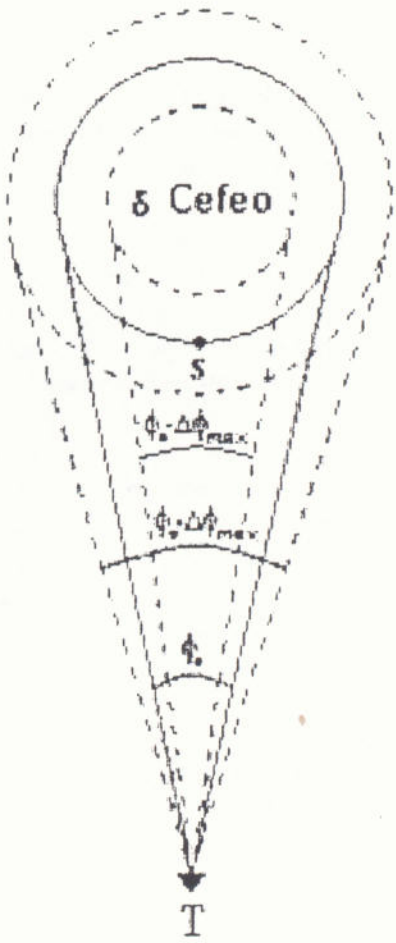
3. Observando la estrella δ de Cefeo

La estrella δ de Cefeo es una representante típica del numeroso grupo de estrellas pulsantes conocidas como *cefeidas clásicas*. Estas estrellas se caracterizan por variaciones periódicas del brillo, asociadas a pequeñas oscilaciones de sus radios.

Se conoce que el período de estas oscilaciones para δ de Cefeo es τ, y que en este proceso el diámetro angular, medido desde un observatorio **T** en la Tierra, varía entre

$$\phi_0 - \Delta\phi_{max} \text{ y } \phi_0 + \Delta\phi_{max}$$

(ver figura), todos ángulos muy pequeños. Se conoce también que debido al conocido efecto Doppler, la luz de longitud de onda λ correspondiente a cierta transición en el



átomo de helio, y que es emitida desde el punto s en la superficie de la estrella en el instante en que la velocidad de expansión es máxima, está desplazada en $\Delta\lambda$. Con estos datos, veremos que es posible determinar la masa M de δ de Cefeo y la distancia L a la que la estrella se encuentra de nosotros. Para esto, consideraremos δ de Cefeo como una esfera de gas caliente que se dilata y contrae adiabáticamente y despreciaremos tanto el movimiento de la Tierra como cualquier efecto relativista.

3.1) Suponga que el movimiento pulsatorio de δ de Cefeo puede considerarse armónico simple. Determine la distancia L desde el centro de esta estrella hasta el observatorio terrestre a partir del desplazamiento Doppler $\Delta\lambda$ de la línea λ en función de parámetros observados desde **T** y la velocidad de la luz en el vacío c. Tenga en cuenta que para el desplazamiento Doppler de una señal luminosa emitida por una fuente que se acerca o aleja del receptor a una velocidad v, se cumple la expresión

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}.$$

Para responder las siguientes preguntas, concentre su atención en la expresión de la 2a. ley de Newton para un pequeñísimo volumen de la estrella que encierra una pequeña masa m, ubicado muy cerca de la superficie de la estrella. Sobre este volumen actúa una fuerza $P \cdot A$, correspondiente a la presión P que le empuja hacia fuera, y la atracción de prácticamente toda la masa M de la estrella. Tenga en cuenta que el área de la sección del pequeño volumen es $A = \Omega \cdot R^2$, donde R es la posición radial de la masa m y Ω es una constante.

3.2) Denotemos por un subíndice "0" las magnitudes correspondientes a la posición de equilibrio de la estrella. Obtenga una expresión para la presión en el equilibrio, P_0, en función de $m, \phi_0, \Omega, \Delta\lambda, \lambda, M$, y la constante gravitacional G.

3.3) Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en 3.1) y 3.2), halle una expresión para la frecuencia de oscilación de δ de Cefeo en función de ,M, L, ϕ_0, el exponente adiabático γ y la constante de gravitación universal G. A partir de esta expresión, determine la masa M de δ de Cefeo en función de γ, G, c y los parámetros observados descritos en el segundo párrafo del enunciado.

Si $\Delta R = R - R_0$, y teniendo en cuenta que las oscilaciones son pequeñas, utilice la aproximación

$$\left(1 + \frac{\Delta R}{R_0}\right)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \frac{\Delta R}{R_0}.$$

Considere que en un proceso adiabático se cumple que PV^{γ} es constante, donde P y V son la presión y el volumen del gas, respectivamente.

❑ Ganadores de la VIII Olimpiada Iberoamericana de Física

Nombre	País	Medalla
Franco Mangiarotti	ARG	ORO
Hermis Torres Torres	CUB	ORO
Erislandi Cabrales Reyes	CUB	ORO
Martí Cladera del Pozuelo	ESP	ORO
Eudar Batista Hernández	CUB	ORO
Adrián Hernández Méndez	CUB	ORO
Damián Pitalúa García	MEX	ORO
Andréu Font Ribera	ESP	PLATA
Mariano Marziali Bermúdez	ARG	PLATA
Leonardo A. Zepeda Núñez	CHI	PLATA
Javier Martín Cabello	ARG	BRONCE
Tomás Manzaneque García	ESP	BRONCE
Ignacio Pardo Torre	ESP	BRONCE
Lury Bertollo G. Porto	BRA	BRONCE
Eduardo Higino Da Silva Neto	BRA	BRONCE
Federico M. Díaz Martínez	COL	BRONCE
Carlos D. Méndez Gaona	PAR	MENCIÓN
Andrés Codas Duarte	PAR	MENCIÓN
Fernando Capistrano Antunes	BRA	MENCIÓN
Dmitry Ossipov Alexandrovich	POR	MENCIÓN
José Fidencio Aguilar Ramos	MEX	MENCIÓN
Juan Pablo Isaza Aristizabal	COL	MENCIÓN
Jesús Betancourt Roque	MEX	MENCIÓN
Juan A. Espinoza Adarmes	VEN	MENCIÓN
Carlos Rui Peres Palma Neves	POR	MENCIÓN
Nicolás Dvoskin	ARG	MENCIÓN

Parte IV

EXÁMENES:
Competencia teórica

Tiempo máximo: 3 1/2 horas

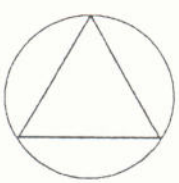
Lea esto primero
Instrucciones

1. Use sólo el bolígrafo provisto.
2. Solamente trabaje en el lado marcado de la hoja.
3. Comience cada problema en una nueva hoja.
4. Escriba en la parte superior de cada hoja:
   - El número del problema.
   - El número de orden de cada hoja en la solución de cada problema.
   - El número total de hojas utilizadas en la solución de cada problema.

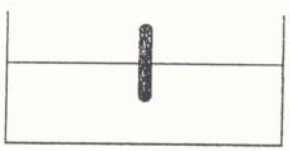
   Ejemplo (para el problema 1 con 3 hojas de solución): 1 1/3, 1 2/3, 1 3/3.

PROBLEMAS

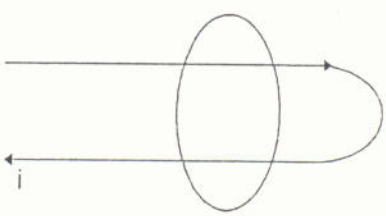
1. Tres cuerpos idénticos de masa m están situados en los vértices de un triángulo equilátero de lado L. Cada uno de los cuerpos se puede mover en una órbita circular circunscrita al triángulo original. Si las únicas fuerzas que actúan sobre los cuerpos son las atracciones gravitacionales mutuas, ¿cuál será la rapidez de su movimiento? (2 puntos).



2. Un cilindro metálico sólido de 20 cm de longitud flota verticalmente en mercurio (cuya densidad es de 13.6 g/cm^3). Si al cilindro se le sumerge un poco y después se le suelta, se moverá con un movimiento armónico con un periodo de 0.42, ¿cuál es la densidad del metal con que está hecho el cilindro? (2 puntos).



3. ¿Cuánto vale la circulación $\oint B \cdot dl$ en la espira que se muestra en la siguiente figura (2 puntos).



4. En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno se establece que la frecuencia de la línea H_α queda determinada por $h\nu = E_2 - E_1$.

Tomando en cuenta las leyes de conservación de la energía y del ímpetu, demostrar que este re-

sultado está equivocado y calcular la frecuencia de emisión correcta (3 puntos).

5. a) ¿A qué distancia y en qué plano se debe colocar un satélite geoestacionario?

b) Calcular el número mínimo de satélites geoestacionarios para que las únicas zonas no cubiertas por la red de comunicaciones sean las polares.

c) Si se coloca un satélite de exploración en órbita polar, esto es, que su órbita pase por los polos, ¿cuál es la condición para que en vueltas sucesivas no deje huecos en la exploración?

6. Calcular la temperatura media de la superficie lunar (7 puntos).

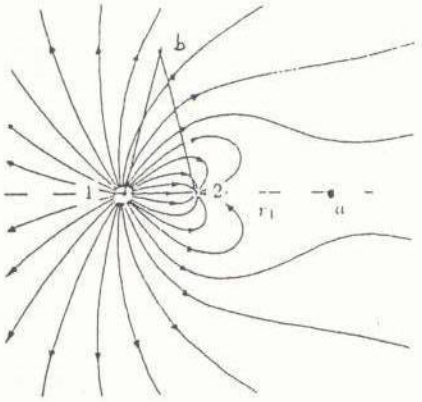
7. Las líneas de fuerza mostradas en la figura son generadas por cargas eléctricas puntuales:

a) ¿De qué signo es cada una de las cargas? (1 punto).

b) ¿Cuál es su magnitud relativa? (2 puntos).

Si consideramos a la menor de las cargas como unitaria y si la distancia que las separa es r_0:

c) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto *a*, localizado sobre la línea que une a las cargas a una distancia r_1 a la derecha de la carga 2? (1 punto).



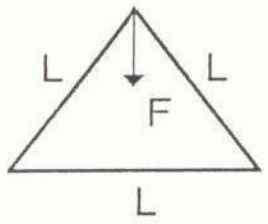
d) ¿Cuáles son la magnitud y la dirección del campo eléctrico en un punto *b*, localizado a una distancia r_2 sobre una línea perpendicular al punto medio entre las cargas? (2 puntos).

e) ¿En qué puntos es cero el campo eléctrico generado por estas cargas? (1 punto).

f) ¿Le encuentras algún defecto al diagrama de líneas de fuerza? Explique. (1 punto)

Respuestas

1. La fuerza gravitacional sobre cada una de las partículas es



$$F = \frac{2Gm^2}{L^2}\cos 30°,$$

que tiene que ser igual a la fuerza centrípeta; es decir;

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{2Gm^2}{L^2}\cos 30°;$$

y como $r = L/2\cos 30°$, entonces

$$v = \sqrt{\frac{Gm}{L}}.$$

2. La fuerza vertical que actúa sobre el cilindro y que es la responsable del movimiento armónico, es igual al peso del volumen adicional del cilindro que se sumerge; esta fuerza es

$$F = \rho_m x A g,$$

en donde ρ_m es la densidad del material del que esta hecho el cilindro, *x* es la distancia que se sumerge y A es el área de su base. Entonces, la segunda ley de Newton conduce a

$$\rho_m AL \frac{d^2x}{dt^2} = -\rho_{Hg} Agx,$$

en donde ρ_{Hg} es la densidad del mercurio y L es la longitud del cilindro. Esta ecuación corresponde a la de un oscilador armónico cuyo periodo es

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_m L}{\rho_{Hg} g}}.$$

Despejando la densidad ρ_m del material, se obtiene

$$\rho_m = \frac{\tau^2 \rho_{Hg} g}{4\pi^2 L}.$$

Sustituyendo valores se obtiene

$$\rho_m = 2.98\ \text{g/cm}^3.$$

3. La respuesta es cero, ya que la corriente total que atraviesa a la superficie es cero.

4. La regla de Bohr es incorrecta porque no toma en cuenta la energía de retroceso del átomo después de que ha emitido al fotón. El análisis correcto es como sigue:

Por conservación de energía

$$E_2 = E_1 + \frac{m_A V^2}{2} + h\nu,$$

en donde m_A es la masa del átomo y V es la rapidez con que recula. Además, por conservación del ímpetu,

$$h\frac{\nu}{c} = m_A V.$$

Despejando V y sustituyendo su valor en la ecuación de la energía se obtiene

$$\frac{h^2\nu^2}{2m_A c^2} + h\nu - (E_2 - E_1) = 0,$$

de donde se obtiene

$$h\nu = -mc^2 \pm mc^2\sqrt{1 + \frac{2(E_2 - E_1)}{mc^2}}$$

Nota: Como $h\nu << mc^2$, este término puede ignorarse y se regresa a la ecuación de Bohr.

5. a) Para que un satélite terrestre sea geoestacionario tiene que estar en el plano ecuatorial y su periodo de revolución debe ser de 86,400 s (un día). Para calcular a qué distancia del centro de la Tierra debe colocarse, hay que igualar la atracción gravitacional a la fuerza centrípeta; es decir

$$G\frac{M_T\ m_s}{r^2} = \frac{m_s v^2}{r} = \frac{4\pi^2 m_s r}{\tau^2},$$

en donde M_T es la masa de la Tierra, m_s la del satélite τ su periodo y r su distancia al centro de la Tierra. Despejando r se obtiene

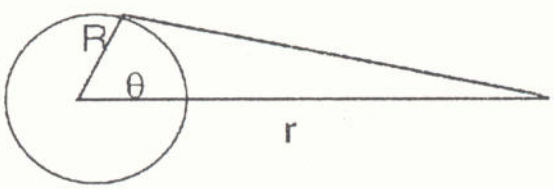
$$r = \left(\frac{GM_T\tau^2}{4\pi^2}\right).$$

Sustituyendo los valores numéricos de las diferentes cantidades se obtiene r = 42,300 km.

b) De la geometría mostrada en la figura:

$$\frac{R}{r} = \cos\theta = \frac{6366}{42300} = 0.15,$$

en donde R es el radio de la Tierra. De esta ecuación resulta $\theta = 81°$ o bien $2\theta = 162°$, de tal forma que se requiere un mínimo de tres satélites.



c) Si en el tiempo que tarda el satélite en dar una vuelta, la Tierra gira un ángulo igual al que se observa desde el satélite (es decir, si $2\theta = \omega_T\tau$, en donde ω_T es la velocidad angular de la Tierra y τ es el periodo del satélite), entonces se tiene, del inciso b),

$$\cos\frac{\omega_T T}{2} = \frac{R}{r},$$

pero

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T},$$

por lo tanto, la condición buscada es

$$\cos\frac{2\pi\omega_T r^{3/2}}{\sqrt{GM_T}} = \frac{R}{r}.$$

6. De los datos proporcionados en las tablas se obtiene la constante de radiación solar (medida por satélite): C = 1840 W/m^2. En consecuencia, la potencia W_T total radiada por el Sol es

$$W_T = C(4\pi R^2), \qquad \text{(1 punto)}$$

en donde R es el radio de la órbita terrestre. Ignorando la pequeña diferencia en la distancia Luna - Sol, la potencia $W_{L,A}$ que capta la Luna es

$$W_{L,A} = \alpha C \pi r^2, \qquad \text{(1 punto)}$$

en donde α es la absorbancia de la Luna y r es su radio. Por otra parte, la potencia $W_{L,E}$ emitida por la Luna es

$$W_{L,E} = \varepsilon\sigma(4\pi r^2)T^4$$

(2 puntos si se usa esta expresión; 1 punto si se considera como cuerpo negro),

en donde ε es la emisividad de la Luna y σ es la constante de Boltzmann. La temperatura promedio de la Luna, suponiéndola uniforme, se encuentra igualando la potencia absorbida con la potencia radiada (condición de equilibrio). Entonces

$$T^4 = \alpha C / 4\varepsilon\sigma. \qquad \text{(1 punto)}$$

Para estimar cuál es esta temperatura, tenemos que hacer la suposición adicional (1 punto) de que $\alpha = \varepsilon$, aunque, en realidad, la absorbancia y la emisividad se encuentran en regiones diferentes del espectro. Con esta suposición se obtiene

$$T = 277\ K \equiv 4^\circ\ \text{C}. \qquad \text{(1 puntos)}$$

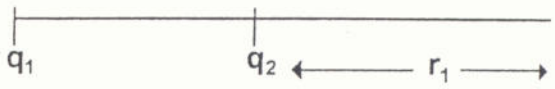
Nota: Ésta sería la misma temperatura promedio de la Tierra si no tuviese atmósfera.

7. a) La carga 1 es positiva y la 2 es negativa.

b) La magnitud de la carga 1 es tres veces mayor que la de la carga 2. (Contando el número de líneas de fuerza que salen de 1 y llegan a 2.)

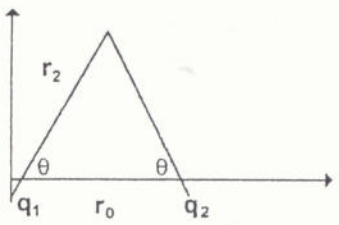
c) Tomando el origen en la carga 1,

$$E = +\frac{3q}{(r_0 + r_1)^2} - \frac{q}{r_1^2}.$$



d) En el referencial mostrado en la figura,

$$E = \frac{2q}{r_2^2}\ (i\cos\theta + j\,\text{sen}\theta)$$



con

$$\cos\theta = \frac{r_0}{2r_2} \quad y \quad \text{sen}\theta = \frac{\sqrt{4r_2^2 - r_0}}{2r_2}$$

e) El campo eléctrico sólo puede ser cero a lo largo de la línea que une a las cargas. Del inciso b) se obtienen esos puntos haciendo $E = 0$. El resultado es

$$r = \frac{r_0}{2}(1 + \sqrt{3}).$$

Competencia experimental

Tiempo máximo: 3 horas

Lea esto primero
Instrucciones

1. Use sólo el lápiz provisto.
2. Solamente trabaje en el lado marcado de la hoja.
3. Escriba en la parte superior de cada hoja:
   - El número del problema.
   - El número de orden de cada hoja en la solución del problema.
   - El número total de hojas utilizadas en la solución del problema.

   Ejemplo (para el problema 1 con 3 hojas de solución): 1 1/3, 1 2/3, 1 3/3.

PROBLEMA 1

Construir un proyector de cuerpos opacos, de tal forma que las imágenes proyectadas tengan una amplificación mayor que uno:

a) Hacer un diagrama del instrumento indicando el trazo de rayos luminosos a través de los elementos ópticos utilizados.

b) Realice una estimación de la distancia focal de la lente.

c) Determine la condición de la distancia objeto-lente para obtener amplificación mayor que uno.

Nota: No todos los elementos suministrados deben ser necesariamente utilizados.

Material suministrado

2 cajas de cartón.
1 lente.
1 tubo de cartón.
1 regla.
1 foco con portafoco.
1 interruptor.
Papel aluminio.
Unicel en plano.
Papel albanene.
Cartoncillo negro.
Una letra "A" pintada en cartón.
Cinta adhesiva opaca.
Pegamento blanco para papel.

Evaluación para la calificación

1. Presentación del diagrama del trazo de rayos del sistema diseñado. (2 punto).

2. Especificaciones y medidas en el diagrama. (1.5 puntos). Estimación o determinación de la distancia focal de la lente. (0.5 puntos).

3. Estimación de la distancia focal de la lente. (1 punto).

4. Determinación de la condición de la distancia entre el objeto y la lente (en términos de la distancia focal de la lente) para obtener condiciones de amplificación. (2 puntos).

5. Proponer un sistema de obstrucción para que la fuente no introduzca luz parásita a la lente. (1punto).

6. Colocar recubrimientos adecuados (papel blanco o negro, aluminio, etc.) en la parte de iluminación y en la parte del sistema que forma la imagen. (0.5 puntos).

7. Colocar un sistema de ventilación. (0.5 puntos).

8. Obtener una imagen proyectada con una amplificación mayor que uno. (1.5 puntos).

9. Obtener una imagen proyectada con amplificación variable mayor que uno. (Mención especial).

PROBLEMA 2

Estudiar la variación del periodo de oscilación del péndulo suministrado como una función de la posición del centro de masas respecto al eje de oscilación.

- Hacer un diagrama con la disposición utilizada.
- Hacer una estimación de los errores en las medidas realizadas.
- Hacer un modelo en el que se expliquen los resultados obtenidos.

Material suministrado

Péndulo de centro de masas y centro de oscilación variables.
Cronómetro.
Regla.
Papel milimétrico.

Evaluación para la calificación

- Presentación de un diagrama claro (1 punto).
- Presentación de una tabla de datos del periodo como función de la posición de la pieza móvil (2 puntos).
- Estimación de los errores en la medida del periodo (1 punto).
- Presentación de una gráfica de T *vs* x, en donde x es la posición de la pieza móvil (1 punto).
- Cualquier otra información (T^2 *vs* x, xT^2 *vs* x^2, etc., 1 punto).

NOTA: Si algún participante hace un análisis teórico correcto del problema: mención especial.

Respuestas

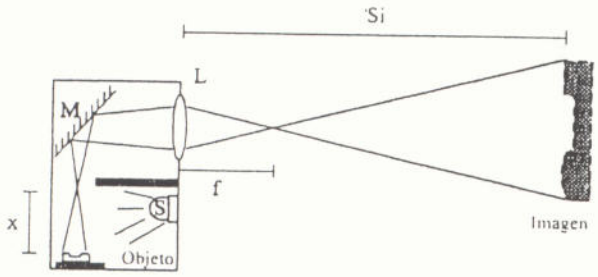
1. De la ecuación del fabricante de lentes

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{S_0}+\frac{1}{S_i}$$

podemos determinar la posición de la imagen, respecto de la lente, que produce el proyector sobre alguna pantalla

$$S_i=\frac{fS_0}{S_0-f}$$

En la figura $S_0 = f + x$, es la distancia que hay desde el objeto a la lente. S_i es la distancia del objeto a la imagen. L, representa una lente simple de distancia focal f; M es un espejo; S es una fuente (foco de 25 W) incandescente.



La imagen que se obtiene tendrá una amplificación (m), respecto del objeto, dada por

$$m=\frac{S_i}{S_0}$$

Así, por ejemplo S_i f = 15 cm y x = 10 cm, resulta que S_0 = 25 cm. La imagen que se obtiene en la proyección estará a 37.5 cm de la lente. La imagen es amplificada, pues m = 1.5, es decir, la imagen es una vez y media mayor que el objeto.

2. El dispositivo experimental permite la variación del centro de suspensión del péndulo, así como la variación del centro de masas. Ambas cosas se logran girando la pieza que sirve como centro de rotación, por un lado, o girando una pieza de plomo para colocarla en diferentes posiciones respecto del centro de rotación. Un primer aspecto para la obtención de buenos resultados experimentales es asegurarse de que la pieza que sirve como eje de rotación no sufra desplazamiento alguno durante el experimento. Esto último se puede lograr de diferentes maneras, las cuales dependerán de cada estudiante.

Una vez fijo el eje de rotación (su posición óptima es en un extremo de la barra del péndulo), se debe establecer un procedimiento para determinar

la distancia entre la pieza móvil y el eje de rotación. Aunque ésta se puede hacer midiendo directamente con una regla, la mejor manera es determinando el paso de rosca de la barra del péndulo y entonces determinar la posición de la pieza móvil contando cuantas vueltas hay entre una posición y la siguiente; para ello es necesario hacer una marca en la pieza de plomo y en la barra. La rosca de la barra tiene un paso de 0.125 mm/vuelta.

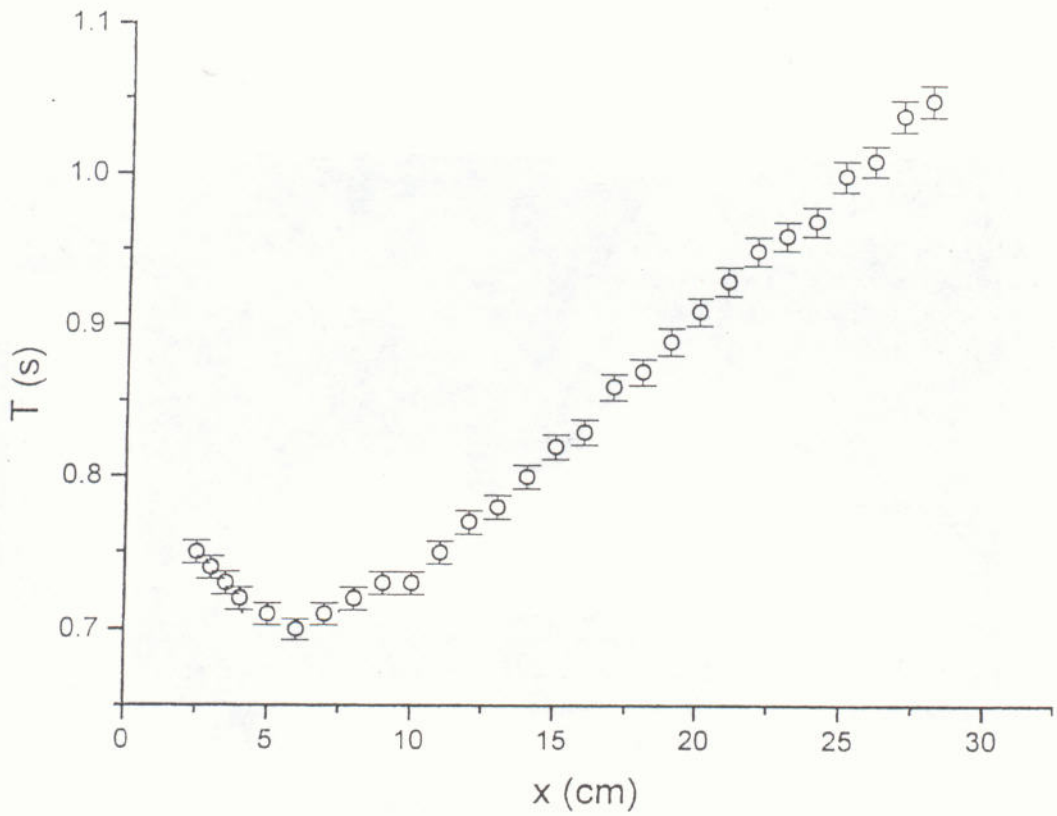
La estimación de errores en la medida del periodo de oscilación depende del número de oscilaciones utilizadas para medir el periodo y del número de veces que se midió cada uno de ellos. Como el experimento requiere de un gran número de medidas, se considera adecuada la estimación del máximo error posible en las medidas. Esto es, $\Delta T_{max} = 0.2\ s/N$, en donde N es el número de oscilaciones empleadas. En el caso de la posición de la pieza móvil, se puede estimar que el máximo error es menor que 1/4 de vuelta, lo cual representa una incertidumbre $\Delta x = 0.03$ mm.

Debido al diseño del péndulo, la posición más cercana del centro de la pieza móvil al centro de rotación es de 2.5 cm. La Tabla 1 muestra los datos obtenidos en las condiciones recién descritas midiendo dos veces cada periodo y usando 20 oscilaciones en cada medida, de tal forma que la incertidumbre máxima de las medidas de t es 0.01s.

Tabla 1

x(cm)	T(s)	x(cm)	T(s)	x(cm)	T(s)	x(cm)	T(s)
2.5	0.75	8.0	0.72	15.0	0.82	22.0	0.95
3.0	0.74	9.0	0.73	16.0	0.83	23.0	0.96
3.5	0.73	10.0	0.73	17.0	0.86	24.0	0.97
4.0	0.72	11.0	0.75	18.0	0.87	25.0	1.00
5.0	0.71	12.0	0.77	19.0	0.89	26.0	1.01
6.0	0.70	13.0	0.78	20.0	0.91	27.0	1.04
7.0	0.71	14.0	0.80	21.0	0.93	28.0	1.05

$\Delta T_{max} = 0.01$ s, $\Delta x = 0.03$ mm.



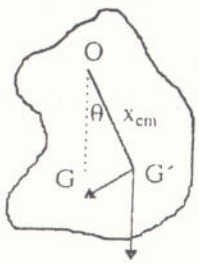
La gráfica correspondiente a los datos de la Tabla 1 es como sigue. En donde se ve claramente que el periodo del péndulo primero sufre un incremento y después una disminución. Es este resultado inesperado el que motivó el problema experimental.

Análisis Teórico

Considerando un péndulo físico como el mostrado en la figura, tenemos

$$m_T g x_{cm} \operatorname{sen}\theta = I\ddot{\theta}$$

en donde g es la aceleración de la gravedad, m_T la masa total del péndulo, I su momento de inercia respecto al centro de rotación, x_{cm} es la distancia entre el centro de suspensión y el centro de masas del péndulo y θ es su separación angular respecto de la posición de equilibrio. Si el ángulo de oscilación es pequeño, la ecuación del movimiento queda expresada como:



$$\theta + \frac{mgx_{cm}}{I}\theta = 0$$

así que el periodo del péndulo será:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgx_{cm}}}$$

Como la única cantidad variable es la distancia entre el centro de la pesa de plomo y el eje de rotación, x_p, (que hace que la distancia entre el centro de masas y el centro de rotación, x_{cm}, sea una función lineal de x_p), el periodo del péndulo se puede escribir como:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{A + m_p x_p^2}{nm_T g x_{cm}}}$$

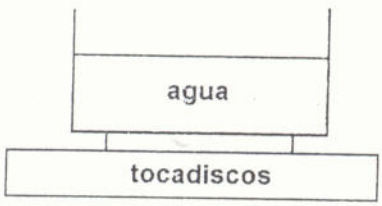
Lo cual explica que primero el periodo disminuya y después aumente.



Problemas teóricos alternativos

1. Una charola cilíndrica de 15 cm de radio y de 15 cm de altura se coloca bien centrada sobre un tocadiscos y se le vierte agua hasta una altura de 10 cm. Todo el dispositivo se pone en el suelo bajo un fuente luminosa puntual colocada a gran altura sobre el centro de la charola, como se muestra en la figura. En la superficie del agua se refleja la luz que proviene de la fuente luminosa y puede verse su imagen muy abajo del nivel del agua.





Si ahora ponemos a girar el tocadiscos con todo y charola a una velocidad angular de 33 1/3 revoluciones por minuto, ¿qué sucede con la imagen de la fuente luminosa? (7 puntos.)

Solución

Forma de la superficie del agua (2 puntos)

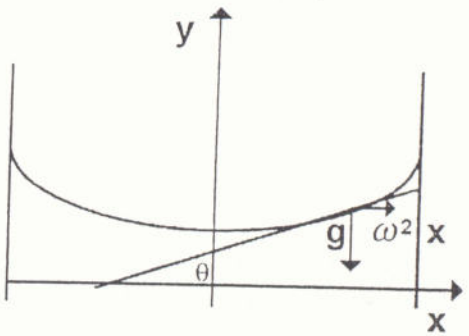
Después de que han pasado los efectos transitorios, sobre un punto cualquiera de la superficie del agua hay dos aceleraciones (en el marco de referencia giratorio) la gravedad y la centrífuga, de modo que:

$$\tan\theta = \omega^2 x/g,$$

pero como

$$\frac{dy}{dx} = \tan\theta,$$

entonces



$$\frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2}{g} x.$$

Resolviendo esta ecuación se obtiene

$$y = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + y_0.$$

Localización del foco del paraboloide respecto de fondo de la superficie (2 puntos)

Es decir, la superficie del agua es un paraboloide de revolución y la imagen de la fuente luminosa se formará en el foco del paraboloide. Como el foco de una parábola $y - y_0 = 4px^2$ está en $f = 1/4p$, el foco de la superficie del agua se encuentra en

$$f = g/2\omega^2$$

y la imagen de la fuente luminosa se formará a esta distancia de la parte más deprimida del agua.

Localización del foco del paraboloide respecto del fondo del recipiente (3 puntos)

Para calcular a qué distancia del fondo del recipiente se encuentra el vértice del paraboloide hay que sacar el volumen comprendido entre el eje x y el paraboloide; es decir,

$$\int_0^R (2\pi x) = 2\pi \int_o^R \left(\frac{\omega^2}{2g} x^2 + y_0\right) x dx = 2\pi \left(\frac{\omega^2}{2g}\frac{R^4}{4} + y_0 \frac{R^2}{2}\right)$$

$$= \pi R^2 \left(\frac{\omega^2}{4g} R^2 + y_0\right) = \pi R^2 H$$

en donde H es la profundidad original del agua en la charola. En consecuencia,

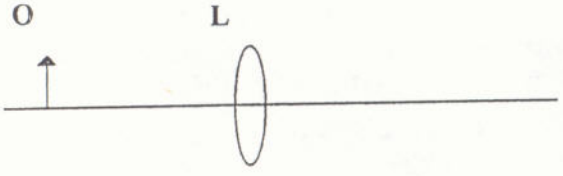
$$y_0 = H - \frac{\omega^2}{4g} R^2,$$

y entonces el foco del paraboloide estará a una distancia

$$\frac{g}{2\omega^2} + H - \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

del fondo del recipiente. En consecuencia la imagen (real) se formará, con los datos del problema, a una distancia de 0.495 m del fondo del recipiente.

2. Considere un sistema óptico como el mostrado en la figura, donde L es una lente biconvexa de diámetro 5 cm, distancia focal f = 2.0 cm. Se quiere formar la imagen de un objeto O (con una vela encendida, por ejemplo) de altura h = 2.0 cm, el cual está situado a una distancia de ó cm a la izquierda de la lente.



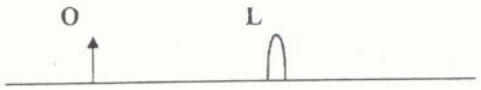
a) Calcule la posición de la imagen a partir de la ecuación para lentes delgadas (en aire) (2.5 puntos).

b) Describa las propiedades de la imagen formada:

i. virtual o real _____
ii. invertida o derecha _____
iii. amplificada o disminuida _____

c) Realice el trazado de rayos para localizar gráficamente la imagen obtenida

d) ¿Qué sucede con esta imagen si la lente L es cortada a la mitad y sólo la mitad superior de la lente se coloca en la misma posición que ocupaba antes?



i. posición _____
ii. virtual o real _____
iii. invertida o derecha _____
iv. amplificada o disminuida _____

e) ¿Puede mencionar alguna otra propiedad que cambie en la imagen con la lente completa o a la mitad?

Solución

a) La ecuación para lentes delgadas es:

$$\frac{1}{S_0} + \frac{1}{S_i} = \frac{1}{f}.$$

Como S_0 = 6 cm y f = 2 cm. Despejando S_i, se tiene

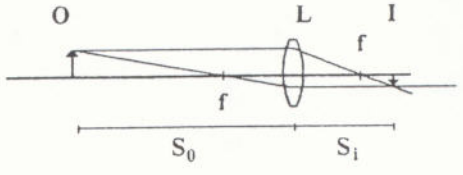
$$S_i = \frac{fS_0}{f - S_0}$$

y substituyendo los valores numéricos, se obtiene que la imagen se forma a S_i = 3 cm a la derecha de la lente. (2.5 puntos).

b) i. la imagen es real, (0.5 Puntos).
ii. invertida (0.5 puntos).
iii. disminuida (0.5 puntos).

c) (2 puntos).

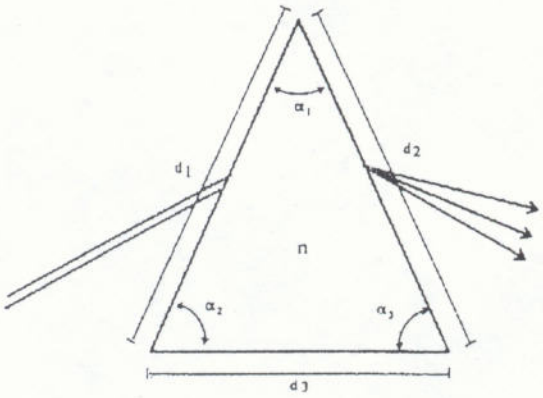
d) i. misma posición que en (a) (0.5 puntos).
ii. real (0.5 puntos).



iii. invertida (0.5 puntos).
iv. disminuida (0.5 puntos).

e) La imagen se ve menos contrastada. (2 puntos).

3. En el problema de iluminar un prisma de vidrio (n = 1.5) con luz blanca, a la salida del prisma, el haz de luz se descompone en su espectro de colores (véase figura).

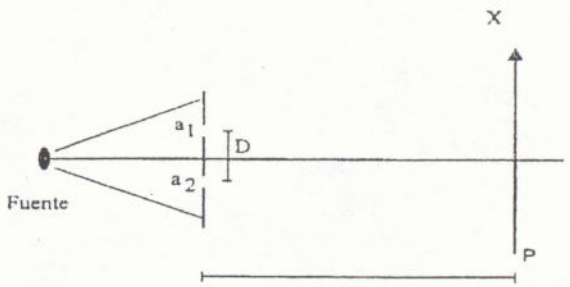


a) ¿Cuál es el principio físico que da lugar al espectro de colores?
b) ¿Cuál es orden en los colores en el espectro obtenido?
c) ¿Qué color es más desviado?
d) ¿Qué parámetros del prisma están relacionados con la dispersión?
e) Si el prisma es de paredes de vidrio, pero su interior, hueco, es llenado con agua (na = 1.33), ¿qué cambios espera observar en el espectro, respecto al inciso (d)?
f) Si en lugar de iluminar el prisma de vidrio con luz blanca, se ilumina ahora con una lámpara roja, ¿qué cambios espera observar en el espectro, respecto al inciso (d)?

Solución

a) Los fenómenos de refracción y de dispersión (2 puntos).
b) El más cercano a la base del prisma (opuesto al ángulo α_1) deberá ser el color violeta, seguido hacia arriba por el azul, verde, amarillo, anaranjado y rojo (1 punto).
c) El violeta (1 punto).
d) El ángulo (α_1) del apex del prisma y el índice de refracción (2 puntos).
e) Ninguno. Al aplicar secuencialmente la ley de Snell, ocurre que el medio de entrada y salida del sistema es el mismo (2 puntos).
f) Sólo aparece en el espectro la luz en color rojo, propagándose en la misma dirección que el color rojo que emergía del prisma cuando era iluminado con un haz de luz blanca (2 puntos).

4. En el experimento de interferencia de Young, que se muestra en la figura, se obtiene una distribución de irradiancia en la pantalla de observación situada en P.



a) Explique por qué la distribución de irradiancia que se observa en la pantalla, presenta una patrón periódico.
b) Dibuje la distribución de irradiancia descrita en (a), como función de la posición, coordenada x.
c) ¿Qué cambio ocurrirá en la distribución de irradiancia si aumenta la separación D que hay entre las dos rendijas?
d) Con este experimento, ¿cómo se podría medir la longitud de onda de la fuente empleada?

Solución

a) Debido a que la luz procedente de las rendijas recorre distintas distancias para cada punto x, este hecho induce una diferencia de fase, la cual se ex-